

Exercice 1 :

a) Diviseurs de 40 : 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 20 ; 40

Diviseurs de 72 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72 PGCD (40 ; 72) = 8

b) $\frac{40}{72} = \frac{8 \times 5}{8 \times 9} = \frac{5}{9}$

Exercice 2 :

Les nombres 890 et 725 ne sont pas premiers entre eux car ils sont tous les deux divisibles par 5. Leur PGCD est au moins égal à 5 et par conséquent est différent de 1.

Exercice 3 :

a) 407 222 222 185 185 37
 185 1 37 1 0 5 PGCD (407 ; 222) = 37

Exercice 4 :

a) Ce nombre n'est pas divisible par 5 car il ne se termine ni par 0 ni par 5.

b) Pour que ce nombre soit divisible par 3, la lettre A doit être remplacée par 2 ; 5 ou 8. La somme des chiffres est alors divisible par 3 (24 ; 27 ; 30).

Exercice 5 :

$$\frac{1411}{747} = \frac{83 \times 17}{83 \times 9} = \frac{17}{9} \text{ fraction irréductible} \quad (\text{Le PGCD de 1411 et de 747 est 83})$$

Exercice 6 :

a) Sachant que toutes les pizzas doivent être identiques et qu'il ne doit rester aucun ingrédient, le nombre de pizzas doit être un diviseur commun à 1485 et 2673. De plus, le nombre de pizzas doit être maximum donc on cherche le plus grand des diviseurs communs à ces deux nombres.

Cherchons ce PGCD avec l'algorithme d'Euclide :

2673 1485 1485 1188 1188 297
 1188 1 297 1 0 4 PGCD (2673 ; 1485) = 297

Le pizzaiolo doit confectionner 297 pizzas.

b) $\frac{2673}{1485} = \frac{297 \times 9}{297 \times 5} = \frac{9}{5}$ Sur chaque pizza, il y aura 5 anchois et 9 olives noires.

Exercice 7 :

$$25,37 \text{ m} = 2537 \text{ cm} \quad \text{et} \quad 17,63 \text{ m} = 1763 \text{ cm}$$

a) Sachant que toutes les bûches doivent être identiques et que la longueur d'une bûche doit être un nombre entier de centimètres, la longueur d'une bûche doit être un diviseur commun à 2537 et 1763. De plus, le nombre de bûches doit être minimum (longueur d'une bûche maximum) donc on cherche le plus grand des diviseurs communs à ces deux nombres.

Cherchons ce PGCD avec l'algorithme d'Euclide :

2537 1763 1763 774 774 215 215 129 129 86 86 43
 774 1 215 2 129 3 86 1 43 1 0 2

PGCD (2537 ; 1763) = 43

L'apprenti doit faire des bûches de 43 cm de long.

b) $\frac{2537}{1763} = \frac{43 \times 59}{43 \times 41} = \frac{59}{41}$ 59+41=100 L'apprenti peut faire 100 bûches.

c) 58+40=98.

Il utilisera 98 fois sa tronçonneuse pour faire ce travail.

Exercice 8 : (BONUS)

Soient a et b ces deux nombres. Puisque leur PGCD est 19 alors on a : $a = 19 \times m$ et $b = 19 \times n$ avec m et n deux nombre premiers entre eux.

$$a \times b = 19 \times m \times 19 \times n = 19 \times 19 \times m \times n = 361 \times m \times n = 7581$$

On en déduit que : $m \times n = \frac{7581}{361}$ $m \times n = 21$ On peut avoir m=1 et n=21 ou m=3 et n=7

Donc a = 19 et b=399 ou a=57 et b=133.