

# Équations

## B O : Résolution graphique et algébrique d'équations

Encadrer une racine d'une équation grâce à un algorithme de dichotomie.

Exercice : (on peut modifier cet exercice en utilisant une autre fonction, sur Algobox il suffit de changer la fonction dans l'onglet « Utiliser une fonction numérique »)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - x - 1$ .

1. Vérifier graphiquement, à l'aide de la calculatrice, que l'équation  $f(x) = 0$  semble admettre une unique solution  $\alpha$  sur l'intervalle  $[-2 ; 2]$ . Donner un encadrement de  $\alpha$  entre deux entiers consécutifs.
1. Calculer  $m_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}$  et  $f(m_0)$ . On pose  $a_1 = a_0$  et  $b_1 = m_0$ . On a bien  $a_1 < \alpha < b_1$ .
2. Calculer  $m_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$  et  $f(m_1)$ .  
Si  $f(m_1) < 0$ , on pose  $a_2 = m_1$  et  $b_2 = b_1$ . Sinon on pose  $b_2 = m_1$  et  $a_2 = a_1$ .  
Et ainsi de suite à l'étape  $n$ , on construit des réels  $a_n$  et  $b_n$  qui encadrent la solution  $\alpha$ .
3. Écrire l'algorithme qui permet d'afficher un encadrement de la valeur de  $\alpha$  à  $10^{-3}$  près, puis à  $10^{-6}$  près.

## Algorithme

### . Langage naturel

Variable : minimum de l'intervalle, Maximum de l'intervalle, Amplitude de l'encadrement

### Début

Entrer min, max, amplitude

**Si**  $(f(\min) < 0 \text{ et } f(\max) > 0)$  ou  $(f(\min) > 0 \text{ et } f(\max) < 0)$

alors mettre min dans a et max dans b

sinon afficher Modifier les valeurs du min et du max de l'intervalle d'étude

**Fin du Si**

**Tant que**  $|b - a| > \text{amplitude}$

alors mettre  $\frac{a+b}{2}$  dans m et **Si**  $f(m) > 0$  alors mettre m dans b

Sinon mettre m dans a

**Fin du Si**

**Fin du tant que** afficher message la solution à l'équation  $f(x) = 0$  est dans l'intervalle  $[a ; b]$ .

**Fin**

## Programmation à la calculatrice

TI	Casio
Input « AMPLITUDE ? »,P	« amplitude ? » :?→P↵
-2→A	-2→A↵
2→B	2→B↵
While B-A>P	While B-A>P↵
(A+B)/2→M	(A+B)/2→M↵
M^3-M-1→Y	M^3-M-1→Y↵
If Y>0	If Y>0↵
Then	Then M→B↵
M→B	Else M→A↵
Else	IfEnd↵
M→A	WhileEnd↵
End	« Sol Entre » :A▲
End	« Et » :B▲
Disp « sol entre »,A	
Disp « Et »,B	

## Programmation sur Excel ( voir fichier joint)

A	B	C	D	E	F	G	H
1	n	an tel que f(an)=0	bn tel que f(bn)=0	m	f(m)		
2	0	-2	2	0	-1		
3	1	0	2	1	-1	a0=-2	
4	2	1	2	1.5	0.875	b0=2	
5	3	1	1.5	1.25	-0.296875		
6	4	1.25	1.5	1.375	0.22460938		
7	5	1.25	1.375	1.3125	-0.05151367		
8	6	1.3125	1.375	1.34375	0.08261108		
9	7	1.3125	1.34375	1.328125	0.01445756		
10	8	1.3125	1.328125	1.3203125	-0.01871061		
11	9	1.3203125	1.328125	1.32421875	-0.00212795		
12	10	1.32421875	1.328125	1.32617188	0.00620883		
13	11	1.32421875	1.326171875	1.32519531	0.00203665		
14	12	1.32421875	1.325195313	1.32470703	-4.6595E-05		
15	13	1.324707031	1.325195313	1.32495117	0.00099479		
16	14	1.324707031	1.324951172	1.3248291	0.00047404		
17	15	1.324707031	1.324829102	1.32476807	0.00021371		
18	16	1.324707031	1.324768066	1.32473755	8.3552E-05		
19	17	1.324707031	1.324737549	1.32472229	1.8478E-05		
20	18	1.324707031	1.324722291	1.32471466	-1.4059E-05		
21							

## Programmation sur AlgoBox

Voir fichier joint

**ALGOBOX : DICOTOMIE**

**PRÉSENTATION DE L'ALGORITHME :**

On considère une fonction  $f$  que l'on définit dans l'onglet Utiliser une fonction numérique. Par la méthode de dichotomie, donner un encadrement d'amplitude donnée, de la solution à l'équation  $f(x) = 0$  sur un intervalle donné. Ici, on a choisi la fonction  $f(x) = x^3 - x - 1$  sur l'intervalle  $[-2, 2]$  et un encadrement d'amplitude  $10^{-3}$ .

**CODE DE L'ALGORITHME :**

```

1  VARIABLES
2  p EST_DU_TYPE NOMBRE
3  a EST_DU_TYPE NOMBRE
4  b EST_DU_TYPE NOMBRE
5  m EST_DU_TYPE NOMBRE
6  min_EST_DU_TYPE NOMBRE
7  max_EST_DU_TYPE NOMBRE
8  maxc EST DU TYPE NOMBRE

Résultats
****Algorithme lancé****
In solution à l'equation f(x) = a est entre
1.32471466
1.3251953
****Algorithme terminé****
    
```