

PROGRAMMES	QUESTIONS FLASH - D.T.L. ENTRETIEN	<u>APPROFONDISSEMENTS</u> <u>ALGORITHMES</u>
<p align="center"><b>1. Probabilités conditionnelles et indépendance</b></p> <p><b>Contenus -</b>                      * Probabilité conditionnelle d'un événement <math>B</math> sachant un événement <math>A</math>.                      Notation <math>p_A(B)</math>. Indépendance de deux événements.                      * Arbres pondérés et calcul de probabilités : règle du produit et de la somme.                      * Partition de l'univers. Formule des probabilités totales.</p> <p><b>Capacités attendues -</b>                      - Construire un arbre pondéré ou un tableau en lien avec une situation donnée.                      - Utiliser un arbre ou un tableau pour calculer des probabilités.                      - Calculer des probabilités conditionnelles à l'aide d'un tableau croisé d'effectifs.                      - Calculer une probabilité à l'aide de la formule des probabilités totales.                      - Distinguer en situation <math>p_A(B)</math> et <math>p_B(A)</math>.</p>	<p>Développements                      Factorisations                      Identités remarquables                      Résolution d'équations</p>	<p>* Méthode de Monte Carlo : estimation de l'aire sous la parabole, estimation du nombre <math>\pi</math>.</p>
<p align="center"><b>2. Trigonométrie</b></p> <p><b>Contenus -</b>                      * Cercle trigonométrique. Longueur d'arc. Radian.                      * Enroulement de la droite numérique. Image d'un nombre réel.                      * Cosinus et sinus d'un nombre réel. Cas du triangle rectangle.                      * Valeurs remarquables.</p> <p><b>Capacités attendues -</b>                      - Placer un point sur le cercle trigonométrique.                      - Par lecture du cercle trigonométrique, déterminer pour des valeurs remarquables de <math>x</math>, les cosinus et sinus d'angles associés à <math>x</math>.</p>	<p>Calcul fractionnaire                      Notion de multiples, diviseurs</p>	<p>* Approximation de <math>\pi</math> par la méthode d'Archimède</p>
<p align="center"><b>3. Suites numériques : première partie</b></p> <p><b>Contenus -</b>                      * Exemples de mode de génération d'une suite : explicite <math>u_n = f(n)</math>,                      par une relation de récurrence <math>u_{n+1} = f(u_n)</math>,                      par un algorithme, par des motifs géométriques.</p> <p>* Notations : <math>u(n)</math>, <math>u_n</math>, <math>(u(n))</math> et <math>(u_n)</math>.                      * Sens de variation d'une suite.                      * Sur des exemples, introduction intuitive de la notion de limite, finie ou infinie, d'une suite.</p> <p><b>Capacités attendues -</b>                      - Etude d'une suite dans le registre de la langue naturelle, le registre algébrique, le registre graphique et passer de l'un à l'autre.                      - Proposer, modéliser une situation permettant de générer une suite de nombres.                      - Déterminer une relation (explicite ou de récurrence) pour une suite définie par un motif géométrique, par une question de dénombrement.                      - Calculer des termes d'une suite notamment à l'aide d'un algorithme.                      - Déterminer le sens de variation d'une suite.                      - Conjecturer, dans des cas simples, la limite éventuelle d'une suite.</p>	<p>Calcul avec des puissances                      Signe d'une fonction affine                      Etudier le signe d'une expression</p>	<p>* Calcul de termes d'une suite, de somme de termes                      * Calcul de seuil, de factorielle                      * Liste des premiers termes d'une suite : suites de Syracuse, suite de Fibonacci</p> <p>* <u>Tour de Hanoï</u>                      * <u>Somme des <math>n</math> premiers carrés, <math>n</math> premiers cubes</u>                      * <u>Remboursement d'un emprunt par annuité constante</u></p>

<p><b>4. Fonction polynôme du second degré : la forme factorisée</b></p> <p><b>Contenus -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Fonction polynôme du second degré donnée sous forme factorisée.</li> <li>* Racines, signe, expression de la somme et du produit des racines.</li> <li>* Parabole représentative d'une fonction polynôme du second degré.</li> </ul> <p>Axe de symétrie, sommet.</p> <p><b>Capacités attendues -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Etudier le signe d'une telle fonction donnée sous forme factorisée.</li> <li>- Déterminer les fonctions du second degré s'annulant en deux réels distincts.</li> <li>- Factoriser une fonction du second degré, en diversifiant les stratégies : racine évidente, détection des racines par leur somme et leur produit, identité remarquable.</li> <li>- Déterminer l'axe de symétrie et le sommet d'une parabole d'équation <math>y = ax^2 + bx + c</math>.</li> </ul>	<p>Equations de droites Coefficient directeur Vecteurs directeurs</p>	<p>* <u>Factorisation d'un polynôme du troisième degré admettant une racine et résolution de l'équation associée</u></p> <p>* <u>Factorisation de : <math>x^n - 1</math> par <math>x - 1</math></u> <u><math>x^n - a^n</math> par <math>x - a</math></u></p> <p>* <u>Déterminer deux nombres réels connaissant leur somme <math>s</math> et leur produit <math>p</math> comme racine de la fonction polynôme <math>x \mapsto x^2 - sx + p</math></u></p>
<p><b>5. Calcul vectoriel et produit scalaire</b></p> <p><b>Contenus -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Produit scalaire à partir de la projection orthogonale et du cosinus. Orthogonalité.</li> <li>* Bilinéarité, symétrie.</li> <li>* En base orthonormée, expression du produit scalaire et de la norme. Orthogonalité.</li> <li>* Développement de <math>\ \vec{u} + \vec{v}\ ^2</math>.</li> <li>* Vecteur normal à une droite.</li> <li>* Le vecteur de coordonnées <math>(a, b)</math> est normal à la droite d'équation <math>ax + by + c = 0</math>.</li> <li>* Le vecteur <math>(-b, a)</math> en est un vecteur directeur.</li> </ul> <p><b>Capacités attendues -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliser le produit scalaire pour démontrer une orthogonalité, pour calculer un angle, une longueur dans le plan ou dans l'espace.</li> <li>- Calculer le produit scalaire de deux vecteurs pour résoudre un problème.</li> <li>- Déterminer une équation cartésienne de droite connaissant un point et un vecteur normal.</li> <li>- Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite.</li> </ul>	<p>Cosinus et sinus d'angles remarquables</p>	<p>* <u>Loi de sinus</u></p> <p>* <u>Droite d'Euler d'un triangle</u></p> <p>* <u>Les médianes d'un triangle concourent au centre de gravité</u></p>
<p><b>6. Dérivation : point de vue local</b></p> <p><b>Contenus -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Taux de variation. Sécantes à la courbe représentant une fonction en un point donné.</li> <li>* Nombre dérivé d'une fonction en un point, comme limite du taux de variation.</li> <li>* Notation <math>f'(a)</math>.</li> <li>* Tangente à la courbe représentative d'une fonction : "limite des sécantes".</li> <li>* Pente. Equation : la tangente à la courbe représentative de <math>f</math> au point d'abscisse <math>a</math> est la droite d'équation <math>y = f'(a) \times (x - a) + f(a)</math>.</li> </ul> <p><b>Capacités attendues -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Calculer un taux de variation, la pente d'une sécante.</li> <li>- Interpréter le nombre dérivé : pente d'une sécante, vitesse instantanée,...</li> <li>- Déterminer graphiquement un nombre dérivé par la pente de la tangente.</li> <li>- Construire la tangente en un point à une courbe représentative connaissant le nombre dérivé.</li> <li>- Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction.</li> </ul>	<p>Calcul de pourcentages Equations de droites</p>	<p>* Ecrire la liste des coefficients directeurs des sécantes pour un pas donné</p>

<p><b>7. Fonction polynôme du second degré : cas général</b></p> <p><b>Contenus -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Forme canonique d'une fonction polynôme du second degré. Discriminant.</li> <li>* Factorisation éventuelle. Résolution d'une équation du second degré. Signe.</li> <li>* Parabole représentative d'une fonction polynôme du second degré.</li> </ul> <p>Axe de symétrie, sommet.</p> <p><b>Capacités attendues -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Factoriser une fonction du second degré en appliquant les formules générales.</li> <li>- Choisir une forme adaptée (développée réduite, canonique, factorisée) d'une fonction du second degré dans le cadre de la résolution d'un problème (équation, inéquation, optimisations, variations).</li> </ul>	<p>Factorisation et résolution d'équations</p>	<p>* <u>Déterminer l'intersection d'une parabole d'équation <math>y = ax^2 + bx + c</math> avec une droite parallèle à un axe</u></p>
<p><b>8. Variables aléatoires réelles</b></p> <p><b>Contenus -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Variable aléatoire réelle : modélisation du résultat numérique d'une expérience aléatoire ; formalisation comme fonction définie sur l'univers et à valeurs réelles.</li> <li>* Loi d'une variable aléatoire.</li> <li>* Espérance, variance, écart type d'une variable aléatoire.</li> <li>* Succession de deux épreuves indépendantes. Arbre, tableau.</li> </ul> <p><b>Capacités attendues -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Interpréter en situation et utiliser : <math>\{X = a\}</math>, <math>\{X \leq a\}</math>, <math>p(X = a)</math> et <math>p(X \leq a)</math>.</li> <li>- Passer du registre de la langue naturelle au registre de symbolique et inversement.</li> <li>- Modéliser une situation à l'aide d'une variable aléatoire.</li> <li>- Déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire.</li> <li>- Calculer une espérance, une variance et un écart type.</li> <li>- Utiliser la notion d'espérance dans une résolution de problème.</li> <li>- Représenter une répétition de deux épreuves indépendantes (arbre, tableau).</li> </ul>		<p>* <u>Exemples de succession de plusieurs épreuves indépendantes</u></p> <p>* <u>Exemples de marches aléatoires</u></p>
<p><b>9. Dérivation et variation : première partie</b></p> <p><b>Contenus -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Fonction dérivable sur un intervalle. Fonction dérivée.</li> <li>* Fonction dérivée des fonctions carré, cube, inverse, racine carrée.</li> <li>* Pour <math>n \in \mathbb{Z}</math>, fonction dérivée de <math>x \mapsto x^n</math>.</li> <li>* Opération sur les fonctions dérivables : somme.</li> <li>* Fonction valeur absolue : courbe représentative et étude de la dérivabilité en 0.</li> <li>* Lien entre le sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle et le signe de sa fonction dérivée ; caractérisation des fonctions constantes.</li> <li>* Nombre dérivé en un extremum, tangente à la courbe représentative.</li> </ul> <p><b>Capacités attendues -</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A partir de la définition, calculer la fonction dérivée de la fonction carré, inverse</li> <li>- Calculer une fonction dérivée utilisant la somme de fonctions dérivables.</li> <li>- Etudier les variations d'une fonction. Déterminer les extremums.</li> <li>- Résoudre un problème d'optimisation.</li> <li>- Exploiter les variations d'une fonction pour établir une inégalité.</li> <li>- Etudier la position relative de deux courbes représentatives.</li> <li>- Etudier en lien avec la dérivation une fonction polynôme du second degré : variations, extremum, allure selon le signe du coefficient de <math>x^2</math>.</li> </ul>	<p>Tangente à la courbe représentative d'une fonction.</p>	<p>* Méthode de Newton en se limitant à des cas favorables</p>

<p align="center"><b>10. Produit scalaire : deuxième partie</b></p> <p><b>Contenus -</b>  * Formule d'Al-Kashi. * Transformation de l'expression : <math>\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}</math>.</p> <p><b>Capacités attendues -</b>  - Utiliser le produit scalaire pour démontrer une orthogonalité, pour calculer un angle, une longueur dans le plan ou dans l'espace.  - En vue de la résolution d'un problème, calculer le produit scalaire de deux vecteurs en choisissant une méthode adaptée.</p>		
<p align="center"><b>11. Fonction exponentielle</b></p> <p><b>Contenus -</b>  * Définition de la fonction exponentielle, comme unique fonction dérivable sur <math>\mathbb{R}</math> vérifiant <math>f' = f</math> et <math>f(0) = 1</math>.  * L'existence et l'unicité sont admises. Notation <math>exp(x)</math>.  * Pour tous réels <math>x</math> et <math>y</math>, <math>exp(x + y) = exp(x) \times exp(y)</math> et <math>exp(x) \times exp(-x) = 1</math>.  * Nombre <math>e</math>. Notation <math>e^x</math>.  * Signe, sens de variation et courbe représentative de la fonction exponentielle.</p> <p><b>Capacités attendues -</b>  -Transformer une expression en utilisant les propriétés algébriques de la fonction exponentielle.</p>		* Construction de l'exponentielle par la méthode d'Euler * Détermination d'une valeur approchée de $e$ à l'aide de la suite $\left( \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n \right)$ * Unicité d'une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$ . * $exp(x + y) = exp(x) \times exp(y)$ , $\forall x, \forall y$ * <u>La fonction exponentielle est strictement positive et croissante.</u>
<p align="center"><b>12. Dérivation et variation : deuxième partie</b></p> <p><b>Contenus -</b>  * Opérations sur les fonctions dérivables : produit, inverse, quotient, fonction dérivée de <math>x \mapsto g(ax + b)</math>.</p> <p><b>Capacités attendues -</b>  - Calculer une fonction dérivée en utilisant les propriétés des opérations.  - Pour une valeur numérique strictement positive de <math>k</math>, représenter graphiquement les fonctions <math>t \mapsto e^{-kt}</math> et <math>t \mapsto e^{kt}</math>.  - Modéliser une situation par une croissance, une décroissance exponentielle (par exemple évolution d'un capital à taux fixe, décroissance radioactive).</p>		
<p align="center"><b>13. Suites arithmétiques - suites géométriques</b></p> <p><b>Contenus -</b>  * Suites arithmétiques : exemples, définition, calcul du terme général. Lien avec l'étude d'évolutions successives à accroissements constants. Lien avec les fonctions affines. Calcul de <math>1 + 2 + \dots + n</math>.  * Suites géométriques : exemples, définition, calcul du terme général. Lien avec l'étude d'évolutions successives à taux constant. Lien avec la fonction exponentielle. Calcul de <math>1 + q + q^2 + \dots + q^n</math>.</p> <p><b>Capacités attendues -</b>  - Pour une suite arithmétique, géométrique, calculer le terme général, la somme de termes consécutifs.  - Modéliser un phénomène à croissance linéaire par une suite arithmétique, un phénomène à croissance exponentielle par une suite géométrique.  - Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique, géométrique.  - Pour tout réel <math>a</math> la suite <math>(e^{na})</math> est une suite géométrique.</p>		

<p style="text-align: center;"><b>14. Produit scalaire : partie 3</b></p> <p><b>Contenus -</b> Equation de cercle.</p> <p><b>Capacités attendues -</b> Déterminer et utiliser l'équation d'un cercle donné par son centre et son rayon. Reconnaître une équation de cercle, déterminer centre et rayon. Utiliser un repère pour étudier une configuration.</p>		<p><u>* Recherche de l'ensemble des points équidistants de l'axe des abscisses et d'un point donné</u> <u>* Déterminer l'intersection d'un cercle avec une droite parallèle à un axe</u></p>
<p style="text-align: center;"><b>15. Fonctions trigonométriques</b></p> <p><b>Contenus -</b> Fonction cosinus et sinus. Parité, périodicité. Courbes représentatives.</p> <p><b>Capacités attendues -</b> Lier la représentation graphique des fonctions cosinus et sinus et le cercle trigonométrique. Traduire graphiquement la parité et la périodicité des fonctions trigonométriques.</p>		