

MERCREDI 20 SEPTEMBRE 2023

**FORMATION POUR LES STAGIAIRES
« À TEMPS COMPLET »
EN MATHÉMATIQUES**

Plan de formation

▣ Mercredi 12/10

- Préparer une séquence : - Traces écrites et démonstration
- La place du raisonnement dans une séance de mathématiques.
- Préparer une séance : Automatismes et résolution de problèmes

▣ Mercredi 15/11

- Travailler l'ensemble des compétences mathématiques, notamment CHERCHER.
- Evaluer en diversifiant les modalités et en intégrant notamment l'oral en mathématiques.
- Travailler sur l'erreur en mathématiques, un levier pour le progrès des élèves.

▣ Mercredi 17/01

- Travailler l'algorithmique et la programmation, plus généralement les outils numériques avec les élèves,
- « Manipuler, Verbaliser, Abstraire » pour un enseignement plus explicite.
- La différenciation en mathématiques,

FIL ROUGE: oral

Benedicte.artola@ac-toulouse.fr
Veronique.bousquet1ac-toulouse.fr

Marlene-Nathali.Boyer@ac-toulouse.fr
Huguette.Larroque@ac-toulouse.fr

Extraits de formations du PrAF pour poursuivre la réflexion

AVEC CANDIDATURE INDIVIDUELLE Identifiant : 23A0160161 Campagne : INSCRIPTION INDIVIDUELLE PRAF Second degré ACAD	MATHS : RÉOLUTION DE PROBLÈMES ET AUTOMATISMES	Responsable : PILOTES MATHEMATIQUES
Catalogue des Collèges, Lycées Code module GAIA : 81321 Nombre de places : 25 Durée en présentiel : 12 h Durée à distance : 0 h	Module : MATHS automatisation et résolution de problèmes Objectifs : Mise en œuvre de la résolution de problèmes au quotidien de la classe : dispositifs, fréquence, modalités ... Contenus : MATHS - S'emparer des guides de résolution de problèmes cycle 3 et cycle 4, des ressources EDUSCOL lycée pour faciliter l'engagement des élèves dans la recherche de problèmes. S'appuyer sur le travail des automatismes, des outils numériques pour développer une méthodologie. Regroupement : HYBRIDE/FAD Remarques : INTERVENTANT-E-S : Benedicte ARTOLA, Caroline DAVY, Isabelle MARFAING, Christelle MERIOCHAUD, Nadja REBINGUET. Période d'organisation : Précisions sur les dates : J1 : décembre 2023 ou janvier 2024, J2 : avril 2024.	

Extraits de formations du PrAF

Catalogue des Collèges, Lycées Code module GAIA : 80342 Nombre de places : 30 Durée en présentiel : 12 h Durée à distance : 0 h	Module : L'oral en mathématiques Objectifs : Accompagner les professeurs de mathématiques à intégrer de façon explicite l'utilisation de l'oral et la formation aux compétences orales dans leur enseignement. Contenus : MATHS - Installer le travail de l'oral dans les pratiques de classe avec des modalités variées. Adapter ses gestes professionnels au service des interactions entre pairs et de la valorisation des productions. Faire de l'oral un levier pour le parcours de l'élève. Accompagner les équipes dans la réflexion sur des thématiques clefs en vues d'une mise en œuvre en classe : pratique de l'oral, évaluation, différenciation, traitement des productions d'élèves, etc, en lien avec le plan collège et le suivi de la réforme du lycée. Regroupement : HYBRIDE/FAD Remarques : INTERVENANT-E-S : Mikel BARES, Véronique BOUSQUET, Sylvie CANZIAN, Raphael CAULET, Huguette LARROQUE. Période d'organisation : Précisions sur les dates : J1 février 2024, J2 avril 2024.
---	---

Extraits de formations du PrAF

Catalogue des Collèges, Lycées Code module GAIA : 80340 Nombre de places : 40 Durée en présentiel : 12 h Durée à distance : 0 h	Module : Évaluer au service des apprentissages CLG LGT Objectifs : À l'issue de la formation, le stagiaire sera capable d'avoir une réflexion globale sur la place de l'évaluation dans les apprentissages. Contenus : MATHS - Evaluer pour qui ? Pourquoi ? Comment ? Évaluer l'oral. Réévaluer ou repenser l'erreur et les aides/feedbacks. Apports théoriques (CNESCO 2022). Regroupement : HYBRIDE/FAD Remarques : INTERVENANT-E-S : Céline BARCELLA, Marie-Hélène BAUDORRE, Anne-Sophie DURAND, Julie CABANTOUS. Période d'organisation : Précisions sur les dates : J1 février 2024, J2 avril 2024.
---	---

Extraits de formations du PrAF

Catalogue des Lycées Code module GAIA : 80339 Nombre de places : 40 Durée en présentiel : 12 h Durée à distance : 0 h	Module : MATHS différencier en 1ère et 2nde Objectifs : Accompagner les professeurs de mathématiques de lycée à construire l'enseignement mathématiques en prenant en compte la diversité des profils d'élèves (classe de 2de et 1ère). Contenus : MATHS - Construire des compétences professionnelles permettant d'assurer une différenciation pédagogique. Accompagner les équipes dans la réflexion sur des thématiques clefs en vues d'une mise en œuvre en classe : la différenciation. Cette thématique sera traitée dans le cadre des programmes de seconde, ou de première générale. Regroupement : HYBRIDE/FAD Remarques : INTERVENANT-E-S : Dorian COTRON, Anne-Sophie DURAND, Frédéric DUFAUR-DESSUS, Ludovic TOURNIER. Période d'organisation : Précisions sur les dates : J1 janvier 2024, J2 mars 2024.
---	---

Extraits de formations du PrAF

AVEC CANDIDATURE INDIVIDUELLE Identifiant : 23A0160160 Campagne : INSCRIPTION INDIVIDUELLE PRAF Second degré ACAD	MATHS : PARADIGMES D'ENSEIGNEMENT	Responsable : PILOTES MATHEMATIQUES
Catalogue des Collèges, Lycées Code module GAIA : 80335 Nombre de places : 75 Durée en présentiel : 6 h Durée à distance : 6 h	Module : De la motivation et de l'engagement des élèves Objectifs : Soutenir l'engagement des élèves au service des apprentissages (approches pédagogiques et didactiques, évaluation, postures enseignantes, approches psycho-sociales, approches cognitives, etc). Contenus : MATHS – Apports théoriques en sciences cognitives : zone proximale de développement, prise en compte de l'erreur dans les apprentissages, mémorisation, plasticité du cerveau, etc. Pratiques pédagogiques favorisant la motivation et l'engagement des élèves : enseignement explicite, coopération, exercices intercalaires, travail de l'erreur, classes puzzles, triptyque « manipuler, verbaliser, abstraire », etc. Témoignages. Regroupement : HYBRIDE/FAD Remarques : INTERVENANT-E-S : Fabien BOURG, Julie CABANTOUS, Hélène CRUZ, Sébastien CUQ, Marion GAY, Lucile MICHEL, Clémence POIRON, Nadja REBINGUET, Ludovic TOURNIER. Période d'organisation : Précisions sur les dates : 1ere visio de 3h : novembre 2023, journée en présentiel : décembre 2023, 2de visio de 3h : février-mars 2024.	

Le processus de candidature individuelle au PrAF



*Consultation du PrAF 2023-2024 et
candidature tout au long de l'année /
EAFC (ac-toulouse.fr)*

Temps 1

Préparer des séquences :
trace écrite et démonstration

Votre pratique

- 1) Avez-vous mené une réflexion sur la trace écrite ?
Quelles sont vos pratiques ?
- 2) Avez-vous déjà fait (ou prévu très prochainement) une démonstration avec vos élèves ?
- 3) Sur l'ensemble de l'année scolaire, avez-vous identifié des démonstrations que vous prévoyez de faire avec vos élèves ?
- 4) En quoi le fait de prévoir une démonstration doit être pris en compte dans la construction de vos séquences et de vos séances ?

Trace écrite : ce que dit l'Institution

Extrait du programme de seconde maths 2019

- Trace écrite

Disposer d'une trace de cours claire, explicite et structurée est une aide essentielle à l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, d'appropriation individuelle ou collective, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les méthodes et les stratégies étudiées en classe. Explicitant les liens entre les différentes notions ainsi que leurs objectifs, éventuellement enrichie par des exemples ou des schémas, elle constitue pour l'élève une véritable référence vers laquelle il peut se tourner autant que de besoin. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la mémorisation et le développement de compétences. Le professeur doit avoir le souci de la bonne qualité (mathématique et rédactionnelle) des traces écrites figurant au tableau et dans les cahiers d'élèves. En particulier, il est essentiel de bien distinguer le statut des énoncés (conjecture, définition, propriété - admise ou démontrée -, démonstration, théorème).

Plan mathématiques au collège

La trace écrite de cours en mathématiques

Cette ressource étudie les enjeux de la trace écrite de cours, donne des pistes sur le questionnement nécessaire à la préparation d'une trace écrite et s'appuie sur des exemples concrets pour les illustrer en analysant des choix réfléchis de deux professeures formatrices de mathématiques en collège.

Le document « Trace écrite de cours en mathématiques » et ses deux annexes présentant des témoignages.

TRACE ÉCRITE DE COURS EN MATHÉMATIQUES

Extrait des programmes du cycle 4 de 2020 : « Une trace de cours claire, explicite et structurée aide l'élève dans l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, de découverte, d'appropriation individuelle ou collective, de présentation commentée, de débats, de mise au point, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les procédures et les stratégies étudiées ».

Les "21 mesures pour l'enseignement des mathématiques" rappellent également qu'« il est essentiel de comprendre qu'en plus d'une culture mathématique citoyenne nécessaire, le cours de mathématiques apporte, au-delà du raisonnement logique, de l'esprit critique, de la rigueur et de l'autonomie, la capacité à établir des vérités absolues à travers des preuves ».

Un constat

Au dire d'enseignants-chercheurs auditionnés, de nombreux étudiants arrivant à l'université éprouvent des difficultés à comprendre ce qu'est une preuve et en quoi elle est essentielle en mathématiques. Les vérités sont trop souvent assénées, plutôt que démontrées. D'une certaine manière, l'enseignement des mathématiques est devenu axiomatique et nombre d'élèves du collège n'imaginent pas que le théorème de Pythagore puisse se démontrer.

Or la notion de preuve est au cœur de l'activité mathématique, quel que soit le niveau (de façon adaptée, cette assertion est valable de la maternelle à l'université). Et, au-delà de la théorie mathématique, comprendre ce qu'est une démarche de justification argumentée reposant sur la logique est un axe important de la formation du citoyen (cf. §3.3.1).

Il se trouve que l'on peut constater une quasi disparition des « démonstrations » des résultats proposés dans les manuels de collège, par exemple, et dans certaines pratiques de classe. Il serait souhaitable de rééquilibrer ces pratiques en redonnant une place significative à la présentation de démonstrations de résultats du cours .

Rapport Villani Torossian, 2018

La démonstration dans les programmes de cycle 4

La formation au **raisonnement** et l'initiation à la **démonstration** sont des objectifs essentiels du cycle 4.

Le programme du cycle 4 permet d'initier l'élève à différents types de raisonnement, le raisonnement déductif, mais aussi le raisonnement par disjonction de cas ou par l'absurde. La démonstration, forme d'argumentation propre aux mathématiques, vient compléter celles développées dans d'autres disciplines et contribue fortement à la formation de la personne et du citoyen (domaine 3 du socle). L'apprentissage de la démonstration doit se faire de manière progressive, à travers la pratique (individuelle, collective, ou par groupes), mais aussi par l'exemple. C'est pourquoi il est important que le cours de mathématiques ne se limite pas à l'application de recettes et de règles, mais permette de mettre en place quelques démonstrations accessibles aux élèves.

Certaines démonstrations possibles (aussi bien sur les nombres et le calcul qu'en géométrie) sont identifiées dans le programme. Les enseignants ont la liberté de choisir ceux des résultats qu'ils souhaitent démontrer ou faire démontrer, en fonction du niveau et des besoins de leurs élèves. Enfin, il vaut mieux déclarer « admise » une propriété non démontrée dans le cours (qui pourra d'ailleurs l'être ultérieurement), plutôt que de la présenter comme une « règle ». Une propriété admise gagne à être explicitée, commentée, illustrée.

Extrait du programme du cycle 4

Quelles démonstrations ?

Au collège, les programmes et les repères de progressivité donnent des indications...

Il est attendu de démontrer au moins une propriété du calcul fractionnaire en utilisant le calcul littéral et la définition du quotient.

Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration des triangles emboîtés sont énoncés et utilisés, ainsi que le théorème de Pythagore (plusieurs démonstrations possibles) et sa réciproque. La définition du cosinus d'un angle d'un triangle rectangle découle, grâce au théorème de Thalès, de l'indépendance du rapport des longueurs le définissant.

Des exemples de démonstrations pour le cycle 4 se trouvent sur le site académique (journées pédagogiques collège 2018) :

<https://pedagogie.ac-toulouse.fr/mathematiques/le-document-quelques-demonstrations-au-cycle-4>

Quelles démonstrations ?

En seconde, les démonstrations attendues sont clairement listées dans le paragraphe “Démonstrations” de chaque thème :

Démonstration

- Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.
- Variations des fonctions carré, inverse, racine carrée.

Démonstrations et programmation de séquences

Un exemple ...

- Triangle :
 - o somme des angles d'un triangle (démonstration possible en utilisant les angles correspondants) ;

Programme de Cycle 4

Le fait de prévoir cette démonstration doit être pris en compte dans la programmation annuelle des séquences.

La caractérisation angulaire du parallélisme devra avoir été étudiée avant de démontrer cette propriété des triangles.

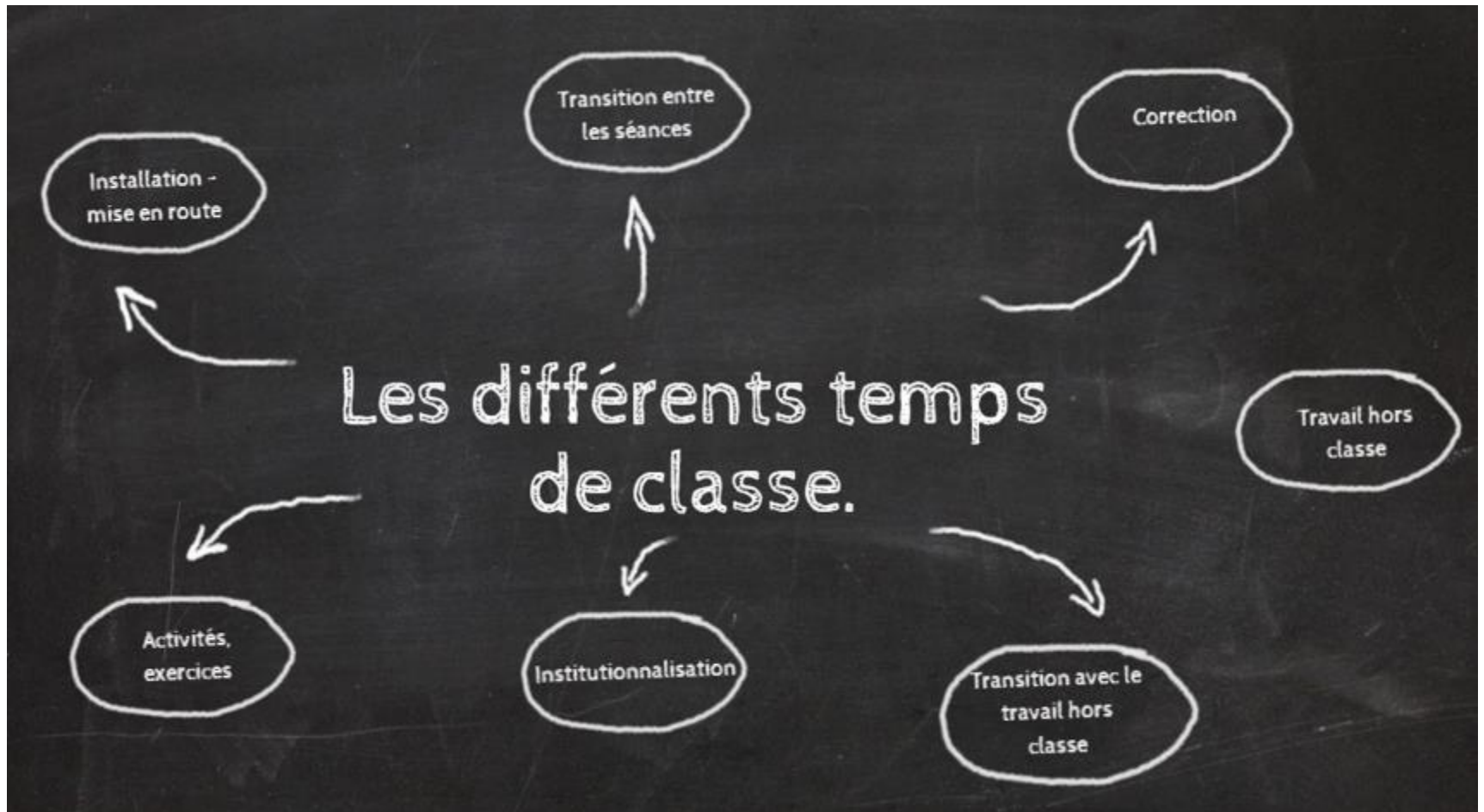
Démonstration et séance

1) Quelle est l'organisation de votre "séance type" ?

Quels en sont les différents moments ?

2) Quelle est la place éventuelle de la démonstration dans ces différents moments ?

Démonstration et séances



Extrait du programme de seconde maths 2019

Le professeur veille à établir un équilibre entre divers temps de l'apprentissage :

- les temps de recherche, d'activité, de manipulation ;
- les temps de dialogue et d'échange, de verbalisation ;
- les temps de cours, où le professeur expose avec précision, présente certaines démonstrations et permet aux élèves d'accéder à l'abstraction ;
- les temps où sont présentés et discutés des exemples, pour vérifier la bonne compréhension de tous les élèves ;
- les exercices et problèmes, allant progressivement de l'application la plus directe au thème d'étude ;
- les rituels, afin de consolider les connaissances et les méthodes.

Démonstration et automatismes

Nous allons parler un peu plus tard des automatismes qui peuvent être travaillés à l'occasion des activités de mise en route et qui vont aider à la mise en œuvre de démonstrations avec les élèves.

Activités de démonstration : Quelles modalités ?

De nombreux résultats figurant dans ce programme peuvent être démontrés en classe, selon des modalités variées : certaines démonstrations peuvent être élaborées et mises au point par les élèves eux-mêmes (de manière individuelle ou collective), sous la conduite plus ou moins forte du professeur ; d'autres, inaccessibles à la recherche des élèves, tireront leur profit des explications et des commentaires apportés par le professeur.

Programme du Cycle 4.

Activités de démonstration : Quelles modalités ?

- On peut utiliser des exemples génériques.

ex: Diviser 2 nombres relatifs en écriture fractionnaire:

$$\frac{5}{7} : \frac{2}{3} = ? \quad \boxed{\frac{5 \times 3}{7 \times 2}}$$

vérifions que $\boxed{\frac{5 \times 3}{7 \times 2}} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{7}$ démonstration générique

$$\underbrace{\boxed{\frac{5 \times 3}{7 \times 2}} \times \frac{2}{3}}_1 = \frac{5}{7} \times 1 = \frac{5}{7} \text{ et donc } \boxed{\frac{5 \times 3}{7 \times 2}} \text{ est bien le}$$

nombre qui multiplié par $\frac{2}{3}$ donne $\frac{5}{7}$; c'est le quotient de $\frac{5}{7}$ par $\frac{2}{3}$

propriété : a, b, c et d sont quatre nombres relatifs quelconques
(non nuls)

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Activités de démonstration : Quelles modalités ?

► On peut faire des démonstrations partielles :

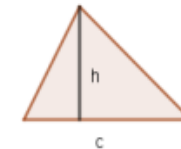
Avant agrandissement/réduction :

Le rectangle :



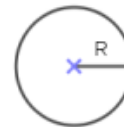
Aire =

Le triangle :



Aire =

Le disque :



Aire =

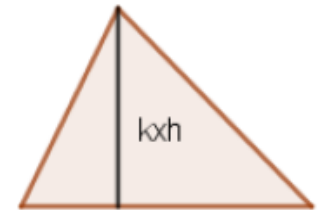
Après agrandissement/réduction :

$k \times a$



Aire =

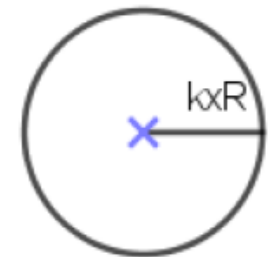
$k \times h$



$k \times c$

Aire =

$k \times R$



Aire =

Activités de démonstration : Quelles modalités ?

► Proposer une question plus ouverte et comparer les propositions des élèves (seuls ou en groupes) :

1) Une Définition :

On appelle triangles semblables deux triangles dont les angles sont deux à deux de même mesure.

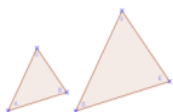
Vocabulaire :

Les angles de même mesure sont dits homologues.

2) Propriété caractéristique des triangles semblables :

Activité n°1:

Voici deux triangles semblables. #Distribuer la feuille avec les deux triangles :



Démontrer que les longueurs de leurs côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.

- Question : Que fait-on pour montrer que deux grandeurs sont proportionnelles ?
- Certains peuvent tester en mesurant.
- Quels sont les côtés à associer ?
- Les superposer
- Démontrer que deux côtés sont parallèles à l'aide de la caractérisation angulaire du parallélisme
- Utiliser Thalès

Activités de démonstration : Quelles modalités ?

- Proposer une démonstration plus guidée:

3^e – Démonstration du Théorème de Pythagore

On considère un triangle ABC rectangle en C.

On note $AC = a$, $BC = b$ et $AB = c$.

1. Placer sur la figure le point D sur [AB] tel que (CD) soit perpendiculaire à (AB).

On note $AD = d$, et $BD = e$

2. Démontrer que les triangles ADC et ACB sont semblables.

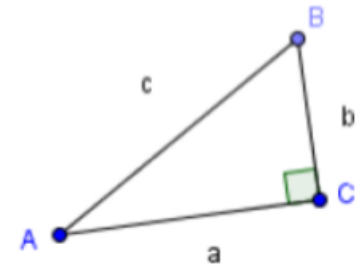
3. En déduire une égalité de trois quotients.

4. En déduire une égalité de quotients faisant intervenir les nombres a , c et d .

5. En déduire une expression de a^2 en fonction de c et d .

6. De la même façon, déterminer une expression de b^2 en fonction de c et e .

7. Prouver que $a^2 + b^2 = c^2$



Activités de démonstration : Quelles modalités ?

► Anticiper des coups de pouce :

– En cas de méconnaissance du cours : Fiche de rappel de définitions et propriétés sur les triangles semblables et les produits en croix, à connaître pour la prochaine fois.

– Question 1.

« Place un point D sur (AB). Est-ce que (CD) est perpendiculaire à (AB) ? »

– Question 2.

« A quelle(s) condition(s) peut-on affirmer que deux triangles sont semblables ? »

« Y a-t-il des angles égaux sur la figure ? » « Lesquels ? »

– Question 3.

« Peux-tu trouver, dans ton cours ou dans la fiche de rappel, une propriété utile pour répondre à cette question ? »

« Peux-tu écrire les longueurs qui se correspondent dans les triangles semblables ADC et ABC ? »

« Que peux-tu dire de ces longueurs ? »

– Question 4.

« Peux-tu remplacer les longueurs par les lettres qui les représentent ? »

– Question 5.

« Quelle propriété peux-tu utiliser si tu sais que deux quotients sont égaux ? »

« Connais-tu la propriété des produits en croix ? »

– Question 6.

« A quels triangles faut-il s'intéresser pour répondre à cette question ? »

– Question 7.

« Peux-tu transformer l'expression $a^2 + b^2$ en utilisant des propriétés de calcul ? »

« Peux-tu exprimer c en fonction de d et e ? »

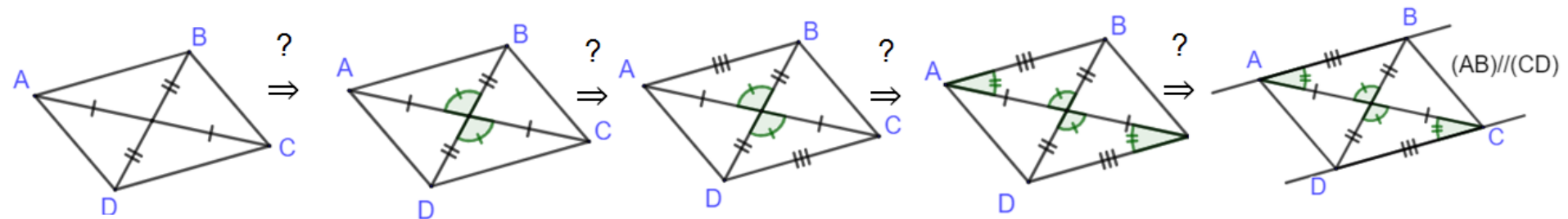
Activités de démonstration : Quelles modalités ?

► Se focaliser sur les étapes, sans formalisme.

Classer ces propriétés dans l'ordre où elles sont utilisées dans le raisonnement

- A. Si deux triangles ont, deux à deux, un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, alors ils sont égaux.
- B. Si deux droites forment des angles alternes internes de même mesure alors elles sont parallèles.
- C. Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure
- D. Si deux triangles sont égaux alors leurs angles ont deux à deux la même mesure.

Si j'ai fini
Quelle propriété
démontre-t-on avec ce
raisonnement?



[Version animée](#)

Démonstration et trace écrite

Les incontournables d'une trace écrite de cours

Toute trace écrite de cours se doit d'être :

CONSTRUITE et COHÉRENTE dans son ensemble

Le professeur est le garant d'une trace écrite de cours articulée et cohérente.

Afin de faire percevoir à l'élève la logique de la construction mathématique des savoirs, il veille :

- à préciser le statut des théorèmes et propriétés, qu'ils soient admis, démontrés ou partiellement démontrés.

Extrait du document “La trace écrite de cours en mathématiques”,
document ressource publié dans le cadre du plan maths au collège.

Démonstration et trace écrite

On y trouve aussi des exemples de traces écrites dans lesquelles les démonstrations sont intégrées à la leçon.

ÉCRITURES FRACTIONNAIRES : Addition et soustraction

I. De deux nombres en écritures fractionnaires de même dénominateur

<u>Méthode 1 :</u> Pour calculer <u>la somme</u> de deux nombres en écritures fractionnaires de même dénominateur : • On additionne les numérateurs. • On garde le dénominateur commun.	<u>Propriété 1 :</u> a, b et c sont des nombres positifs quelconques, avec c différent de 0. $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$
--	---

Démonstration de la propriété 1 :

On souhaite ajouter les nombres $\frac{a}{c}$ et $\frac{b}{c}$.

On sait seulement que :

$$\frac{a}{c} \times c = a \text{ et que } \frac{b}{c} \times c = b.$$

On considère le calcul M suivant :

$$M = \frac{a}{c} \times c + \frac{b}{c} \times c.$$

Première manière de « calculer » M :

$$M = \frac{a}{c} \times c + \frac{b}{c} \times c$$

$$M = a + b$$

Deuxième manière de « calculer » M :

$$M = \frac{a}{c} \times c + \frac{b}{c} \times c$$

$$M = \left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}\right) \times c$$

On a donc :

$$\left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}\right) \times c = a + b$$

C'est-à-dire :

$$(\text{un nombre}) \times c = a + b$$

$\frac{a+b}{c}$ est l'unique nombre qui, multiplié par le nombre c , donne le nombre $a + b$.

Démonstration et exercices

En complément, dans le cadre du travail personnel soumis aux élèves, beaucoup d'exercices et de problèmes peuvent servir de support à la démonstration. De manière à encourager les élèves dans l'exercice de la démonstration, il est important de ménager une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve et de ne pas avoir trop d'exigences concernant le formalisme.

Démonstration et évaluation

Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

4 Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

- **Affirmation 1** : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x . **4 pts**
- **Affirmation 2** : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8. **4 pts**

Temps 2

Raisonner :
L'utilité des automatismes

Un automatisme - Qu'est-ce que c'est ?

Par binôme, après avoir échangé, choisir deux mots (ou expressions courtes) permettant de caractériser un automatisme.

Un automatisme - Qu'est-ce que c'est ?

En psychologie, un processus automatique obéit à trois critères :

- ✓ se produit **sans intention**
- ✓ est **inconscient**
- ✓ **n'interfère pas** avec une autre activité mentale en cours.

*Jérôme Prado, chargé de recherche - Centre de recherche en Neurosciences de Lyon
CNRS*

Automatismes : Corpus de connaissances et de procédures automatisées immédiatement disponibles en mémoire.

Extrait du préambule du programme de cycle 4.

Votre pratique

1) Travaillez-vous les automatismes pendant vos séances ?

Si oui : → A quel moment de la séance ?

→ Sous quelle forme ?

→ De façon régulière ?

→ Avec quel(s) objectif(s) ?

Si non, pour quelles raisons ?

2) Avez-vous fait (ou avez-vous prévu de faire) des exercices à prise d'initiative avec vos élèves ?

Ce que dit la recherche...

La mémoire de travail :

- ▶ capacité relative du cerveau à stocker des informations et les manipuler de façon temporaire afin d'accomplir certaines tâches.
- ▶ est fondamentalement limitée
 - en terme de capacité (5 items tout au plus chez les jeunes adultes)
 - en terme de durée (disparition rapide avec les minutes)

Un processus automatique, ne demandant aucune ressource en mémoire de travail, la laisse donc libre pour accomplir d'autres tâches.

*Jérôme Prado, chargé de recherche - Centre de recherche en Neurosciences de Lyon
CNRS*

Pourquoi développer les automatismes en mathématiques ?

**Soulager la
mémoire de travail**

**Modifier le rapport
aux mathématiques**
Réussite - confiance
plaisir

**S'engager dans
la recherche et
le raisonnement**

**Acquérir des
savoirs et
savoir-faire**

**Favoriser
l'autonomie et
l'initiative**

Que préconisent les programmes ?

Les automatismes dans le parcours de l'élève :
un continuum du cycle 2 au lycée

Que préconisent les programmes ?

Au cycle 4

Une place importante doit être accordée à la résolution de problèmes. Mais pour être en capacité de résoudre des problèmes, il faut [...] disposer **d'automatismes (corpus de connaissances et de procédures automatisées immédiatement disponibles en mémoire).**

Pour chacun des quatre premiers thèmes : une liste des automatismes à développer.

Exemple : Dans le thème «Grandeurs et mesure»

À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir **mémorisé et automatisé les formules donnant les longueurs, aires, volumes des figures et solides** figurant au programme, ainsi que les **procédures de conversion d'unités.**

Extraits du préambule du programme du cycle 4 publié au BO n°31 du 30/07/2020

Que préconisent les programmes ?

En classe de Seconde Générale et Technologique

Il est important en classe de seconde de poursuivre l'acquisition d'automatismes initiée au collège.
L'installation de ces automatismes [...] est menée conjointement avec la résolution de problèmes motivants et substantiels, afin de stabiliser connaissances, méthodes et stratégies.

*Extrait du Programme de mathématiques en seconde générale et technologique
publié au BO spécial n° 1 du 22 janvier 2019.*

Que préconisent les programmes ?

En classe de Première

Le travail des automatismes apparaît explicitement dans le sommaire du programme de mathématiques de première générale et de première technologique.

En 1^{ère} Générale

Automatismes

Cette partie du programme vise à construire et à entretenir des habiletés mathématiques (connaissances, procédures et stratégies) dans les domaines des représentations graphiques, du traitement des données et du calcul.

Extrait du programme de l'enseignement de mathématiques intégré à l'enseignement scientifique en première générale publié au BO n° 27 du 7 juillet 2022.

En 1^{ère} Technologique

Automatismes

Cette partie du programme vise à construire et à entretenir des habiletés dans les domaines du calcul, de l'information chiffrée et des représentations graphiques. Il s'agit d'automatiser le recours à des connaissances, des procédures, des méthodes et des stratégies (...)

Extrait du programme de mathématiques en première technologique publié au BO spécial n° 1 du 22 janvier 2019.

Des tests spécifiques portant sur les automatismes :

En sixième

ÉVALUATION DE DÉBUT DE SIXIÈME 2022

Automatismes

Élève :
Groupe de l'élève :

Classe :

Réponse de l'élève au test spécifique (case cochée) assortie de la bonne réponse (case grisée).

1/ Quel est le nombre qui complète cette égalité ? $900\,000 + 80\,000 + 40 + 1 = \dots$ ☐ 98 041 ☐ 980 041 ☐ 9 800 041 ☐ 9 841	10/ Choisir le nombre encadré par 10 000 et 100 000 : $10\,000 < \dots < 100\,000$ ☐ 9 345 ☐ 87 842 ☐ 235 412 ☐ 1 010 000
2/ Quel nombre correspond à soixante-douze millièmes ? ☐ 0,720 ☐ 72,001 ☐ 72,1000 ☐ 0,072	11/ Quel nombre décimal peut s'intercaler entre les deux nombres suivants ? $4,6 < \dots < 4,8$ ☐ 4,81 ☐ 4,72 ☐ 4,59 ☐ 4,06
3/ Quel nombre est égal à $6 + \frac{8}{10} + \frac{5}{1000}$? ☐ 6,85 ☐ 6,805 ☐ 685 ☐ 68,5	12/ 
4/ Quel nombre est égal à la fraction $\frac{4}{100}$? ☐ 0,04 ☐ 0,4 ☐ 4 ☐ 400	

En seconde générale et technologique

TEST DE POSITIONNEMENT DE DÉBUT DE SECONDE 2022 VOIE GÉNÉRALE ET TECHNOLOGIQUE

Automatismes

Élève :
Groupe de l'élève :

Classe :

Réponse de l'élève au test spécifique (case cochée) assortie de la bonne réponse (case grisée).

1/ Cocher la réponse correcte. $10^{-2} = \square -10^2 \square -30 \square 0,001 \square 0,003$	7/ Cocher la réponse correcte. $10^5 \times 10^3 = \square 100^{15} \square 100^5 \square 10^{15} \square 10^5$
2/ Cocher la réponse correcte. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \square 1 \square \frac{1}{4} \square \frac{2}{4} \square \frac{3}{4}$	8/ Cocher la réponse correcte. $\frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \square \frac{7}{15} \square \frac{3}{2} \square \frac{3}{8} \square \frac{1}{5}$
3/ Cocher la réponse correcte. $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \square \frac{4}{15} \square \frac{6}{10} \square \frac{8}{25} \square \frac{60}{15}$	9/ On considère un nombre relatif x tel que $-x$ est strictement positif. Cocher la réponse correcte. ☐ x est négatif. ☐ x est positif. ☐ x est égal à 0. ☐ On ne peut rien dire sur le signe de x .

Modalités de mise en œuvre

La pratique d'activités rituelles a pour objectif d'acquérir des automatismes.

Parmi les types d'activités suggérées dans les programmes du cycle 4 et de Seconde, **est préconisée la pratique de « questions flash »** pour favoriser l'acquisition d'automatismes.

Extrait du document ressource Automatismes Voie Générale et Technologique

Pourquoi des activités rituelles ?

La pratique d'activités rituelles régulières est construite autour des intentions suivantes :

- consolider et élargir les acquis antérieurs ;
- assurer un entraînement faisant appel à des connaissances, procédures, méthodes et stratégies ;
- rendre disponibles des réflexes en situation de résolution de problèmes ;
- remémorer régulièrement des éléments en cours d'apprentissage ;
- diagnostiquer des difficultés persistantes ;
- faire verbaliser et formaliser des énoncés et définitions usuels ;
- exploiter les erreurs rencontrées ;
- rythmer par un temps court et dynamique une partie de séance.

Extrait du document d'accompagnement 2nde et première générale et technologique : [Automatismes](#)

Modalités

Types de tâches

Afin de travailler connaissances, procédures, méthodes et stratégies, les énoncés proposés peuvent par exemple consister en deux ou trois questions construites selon des modèles suivants :

- QCM avec quatre choix de réponses possibles ;
- Vrai/Faux (la justification pouvant être demandée) ;
- questions occasionnant une réponse directe ;
- consigne commençant par « Comment peut-on faire pour... » sans nécessairement demander un aboutissement exhaustif ;
- lectures graphiques : interprétation de représentation de données chiffrées, lecture de codages de figures, détermination d'images et d'antécédents, résolution graphique d'équations et inéquations.

Extrait du document d'accompagnement 2nde et première générale et technologique : [Automatismes](#)

Raisonner : l'utilité des automatismes

Les activités de début d'heure permettent :

- De réactiver les prérequis nécessaires à une démonstration prévue ou à un exercice à prise d'initiative ;
- Travailler au quotidien la compétence "Raisonner".

Automatismes : travailler sur les stratégies de résolution

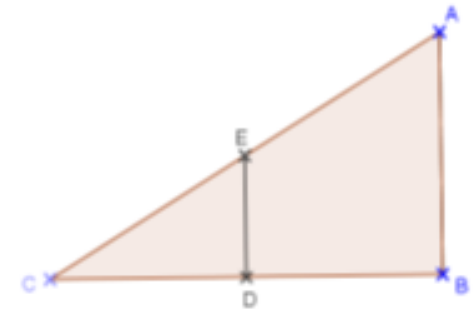
► Pour travailler la compétence “raisonner” :

On considère la figure ci-contre :

La question est de calculer la longueur AB.

Les données changent à chaque question, mais cet objectif reste le même.

- 1) $CE = 4\text{cm}$; $AC = 5\text{cm}$; $DE = 3\text{cm}$ et $(ED) \parallel (AB)$.
- 2) $\widehat{ABC} = 90^\circ$; $AC = 15\text{cm}$ et $BC = 12\text{cm}$.
- 3) $AC = 9\text{cm}$; $\widehat{CAB} = 34^\circ$ et $\widehat{ABC} = 90^\circ$.



Pour chaque question, préciser l'outil mathématique qui permet de trouver la longueur AB.

Automatismes: travailler sur les stratégies de résolution

Exemples : Méthodes et stratégies

Remarque : pour ce type de questions, le professeur peut attendre des réponses du type : « je remplace x par -5 », « je résous une équation », « je réduis au même dénominateur », « je factorise », etc.

- Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 4x - 5$.
Comment faire pour calculer l'image de - 5 par la fonction f ?
- Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x + 2$.
Comment faire pour déterminer le ou le(s) antécédent(s) éventuel(s) de -3 par la fonction f ?
- Le personnel soignant d'une clinique, constitué de 200 personnes, reçoit une prime de fin d'année.

Montant de la prime en euros	200	300	400	500	600
Effectif des personnes recevant cette prime	25	50	70	35	20

Comment calculer le pourcentage de personnes ayant une prime de 300 € ?

Extrait du document d'accompagnement 2nde et première générale et technologique : [Automatismes](#)

Automatismes: travailler sur les stratégies de résolution

• Quelles sont les différentes étapes pour résoudre une équation du type :

a. $5x + 7 = 2x - 1$?

b. $(2x + 1)^2 = (5x - 3)^2$?

c. $\frac{2x+1}{x-3} = 0$?

d. $\frac{2x-3}{x+1} = 1$?

Extrait du document d'accompagnement 2nde et première générale et technologique : [Automatismes](#)

Démonstration et automatismes

► Pour réactiver les prérequis :

Il est attendu de démontrer au moins une propriété du calcul fractionnaire en utilisant le calcul littéral et la définition du quotient.

Questions flash pour réactiver la définition du quotient :

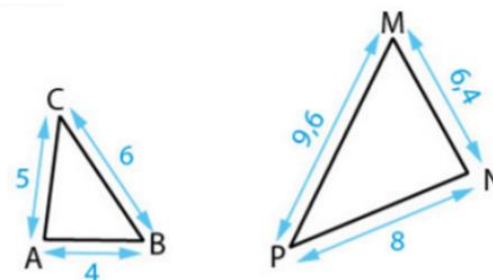
- 1) Quel est le nombre qui, multiplié par 3, donne 15 ?
- 2) Quel est le nombre qui, multiplié par 7, donne 13 ?
- 3) a et b étant des nombres relatifs ($b \neq 0$) quel est le nombre qui, multiplié par b , donne a ?
- 4) a , b et c étant des nombres relatifs ($b \neq 0$) quel est le nombre qui, multiplié par b , donne $a + c$?

Démonstration et automatismes

► Pour travailler la compétence “raisonner” :

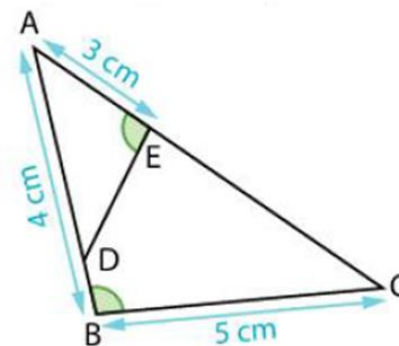
Quelle propriété permet de montrer que les triangles ABC et MNP sont semblables ?

- A. Si deux triangles sont semblables alors ils ont des longueurs proportionnelles
- B. Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles alors ces triangles sont semblables.
- C. Si deux ont deux paires d'angles deux à deux de même mesure alors ils sont semblables
- D. Si deux triangles sont semblables alors ils ont leurs angles deux à deux de même mesure



Quelle propriété permet de montrer que les triangles ABC et AED sont semblables ?

- A. Si deux triangles sont semblables alors ils ont des longueurs proportionnelles
- B. Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles alors ces triangles sont semblables.
- C. Si deux ont deux paires d'angles deux à deux de même mesure alors ils sont semblables
- D. Si deux triangles sont semblables alors ils ont leurs angles deux à deux de même mesure

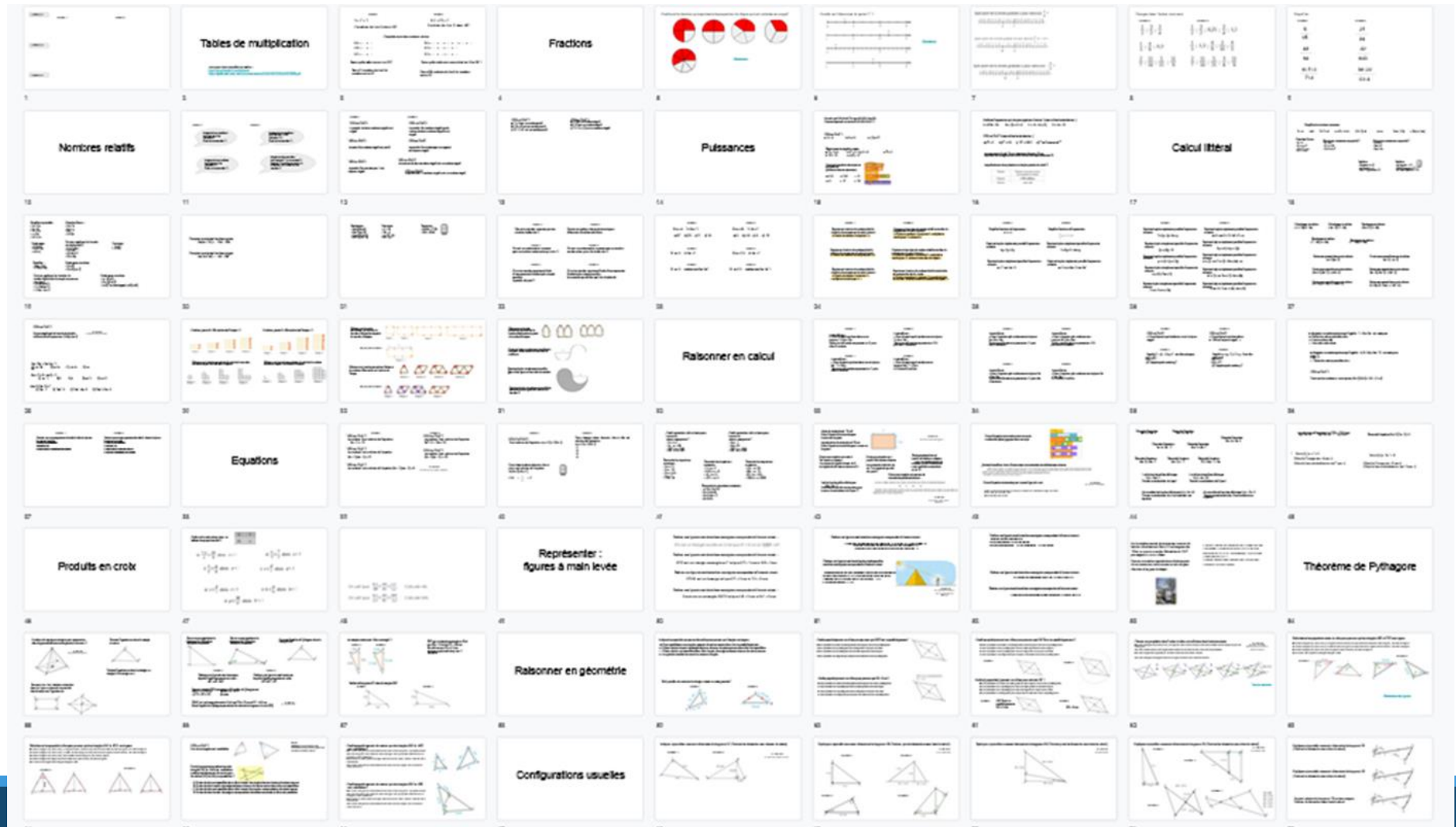


Atelier

- 1) Choisir par groupe de deux ou trois un exercice ou une démonstration parmi les propositions.
- 2) Quelles sont les procédures à mettre en œuvre dans cet exercice ou cette démonstration ?
- 3) Quels sont les prérequis à la réalisation de cet exercice ou cette démonstration ?
- 4) Proposer des questions flash à faire en amont pour “préparer le terrain” avant l’exercice (ou la démonstration)

Des ressources

Banque de Questions Flash par thèmes



Des ressources

LES AUTOMATISMES AU COLLÈGE



AUTOMATISMES

Mots-clés

Automatismes – Connaissances – Techniques de calculs – Procédures – Méthodes –
Progressivité – QCM – Oral – Traitement de l'erreur – Vrai/Faux



AUTOMATISMES

Mots-clés

Automatismes – Connaissances – Techniques de calculs – Procédures – Méthodes – Stratégies –
Activité rituelle – Question flash – QCM – Vrai/Faux – Progression – Traitement de l'erreur –
Accompagnement – Suivi

A faire pour le 15 novembre

Proposez à vos élèves un exercice à prise d'initiative ou une démonstration en travaillant sur la préparation en amont (automatismes) et sur les modalités de mise en œuvre en classe.