

Activité TP

Durant la pandémie, l'évolution du virus a subi des variations très importantes. Malheureusement, le 1^{er} décès a eu lieu le 15 février 2020, le 2^{ème} le 26 février.

Nous voulons vérifier l'évolution mathématiques du nombre de décès au début de la pandémie et essayer de comprendre le rôle et les difficultés de certains experts durant cette crise. Pour cela nous allons travailler sur la série statistique à partir du 25 février 2020, veille du 2^{ème} décès :

Procédure Numworks
 Statistiques à 2variables
 Menu : Régression
 X1 : Rang Y2 : données
 Graphique
 OK : pour choix de la régression
 OK : pour équation , R²,
 changement de régression
 ou prédiction sachant X ou Y

	Février					mars															
Date	25	26	27	28	29	1 ^{er}															15
Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
Nombre de décès	1	2	2	2	2	2	3	4	4	7	11	16	19	30	33	48	61	79	91	127	

1. En utilisant les fonctionnalités de la calculatrice « Numworks », complétez le tableau suivant :

Types de Régression	Linéaire	Quadratique Polynomiale de degré 2	Exponentielle	logarithmique
Adéquation de la courbe par rapport au nuage de points				
Coefficient de détermination R²				

2. En analysant les courbes et le coefficient de détermination, Quelle est la régression la plus pertinente ?
 Donnez l'équation et le R² de cette courbe de tendance.

.....

.....

.....

.....

La fonction e^x est une fonction particulière des fonctions exponentielles. On a $e^1 = e \approx 2,71828$
 e est une valeur particulière en mathématiques comme π .
 La fonction e^x et la fonction $\ln(x)$ (logarithme népérien) sont des fonctions réciproques comme les fonctions 10^x et $\log(x)$ et ayant les mêmes propriétés que 10^x et $\log(x)$.

3. D'après notre modèle, le 15 mars, quelles étaient les prévisions de décès pour les 16, 17, 18 et 19 mars ?

.....

.....

.....

.....

Voici les données réelles du 16 au 19 mars 2020 :

	Mars			
Date	16	17	18	19
Rang	21	22	23	24
Nombre de décès	14 8	17 5	24 4	37 2

4. Faites une critique des résultats donnés par notre modèle de prévision

.....

.....

.....

5. Le 15 mars, quand pouvons nous prévoir les 10 000 décès ? Vérifiez par un calcul. (Comparer ensuite avec les données réelles.)

.....

.....

.....

.....

6. Le 15 mars, le gouvernement annonçait le confinement général de la France le 16 mars. Comprenez-vous cette décision ? Vérifier l'impact de cette décision en comparant prévisions et données réelles sur les semaines suivantes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

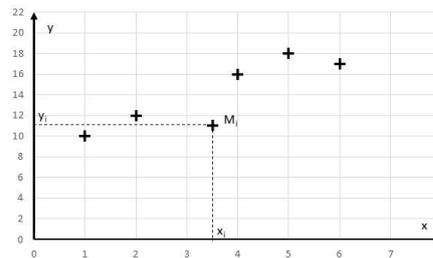
FICHE SYNTHÈSE

1. Série statistique à deux variables

Une série statistique qui possède deux caractères quantitatifs est dite **à deux variables**. Ces valeurs sont de la forme $(x_i ; y_i)$.

Dans un repère orthonormal, à chaque couple $(x_i ; y_i)$ est associé un point M_i de coordonnées $(x_i ; y_i)$.

L'ensemble des points obtenus s'appelle un nuage de points.



Exemple : Dans l'activité les deux caractères étudiés sont le rang du jour (mesure de temps) et le nombre de décès. C'est donc une série statistique chronologique à deux variables.

2. Ajustement d'un nuage de points

Ajuster un nuage de points, c'est trouver la modélisation mathématique qui s'approche au mieux du nuage de points. Cela revient donc à chercher une fonction f , telle que sa courbe représentative, d'équation $y=f(x)$, passe au plus près de l'ensemble des points du nuage.

Voici 4 types d'ajustement :

Ajustement affine ou linéaire	Ajustement parabolique ou quadratique	Ajustement exponentiel	Ajustement logarithmique
$y=ax+b$	$y=ax^2+bx+c$	$y=a \times e^{bx}$	$y=a \times \ln(x)+b$

La fonction e^x est une fonction particulière des fonctions exponentielles. On a $e^1 = e \approx 2,71828$
 e est une valeur particulière en mathématiques comme π .

La fonction e^x et la fonction $\ln(x)$ (logarithme népérien) sont des fonctions réciproques comme les fonctions 10^x et $\log(x)$ et ayant les mêmes propriétés que 10^x et $\log(x)$.

3. Prévisions, coefficient de détermination

L'équation de la courbe, ou la représentation graphique permettent de faire des prévisions. On extrapole quand on cherche une valeur au-delà de l'intervalle d'étude, on interpole quand on cherche une valeur dans l'intervalle d'étude.

Le coefficient de détermination R^2 est une valeur comprise entre 0 et 1 calculée par le logiciel. Plus cette valeur est proche de 1, plus l'ajustement et donc la prévision seront pertinents. On dit que la corrélation est forte.

Exemple : Dans l'activité nous avons réalisé quatre ajustements. L'ajustement exponentiel était l'un dont le coefficient de détermination R^2 était proche de 1. Nous avons pu faire ainsi des prévisions.

FICHE D'EXERCICES

Problème 1

Un gérant possède 2 magasins de vente de vêtements ; le premier dans une zone commerciale en périphérie de la ville, et le second dans l'hypercentre dans une rue piétonne.

Voici les Chiffres d'affaires de ces 2 magasins les 5 derniers trimestres :

Trimestre	1	2	3	4	5
CA Magasin ZC	102 552 €	104 325 €	105 758 €	106 263 €	106 548 €
CA Magasin HC	103 000 €	104 802	105 856	106 604	107 184

1. Pour le 1^{er} magasin, représenter graphiquement l'étude par un nuage de points.
2. Trouver le meilleur ajustement pour ce nuage et donner son équation. Justifier ce choix.
3. Faire une prévision du chiffre d'affaires pour les trimestres 6, 7 et 8.
4. Répondre aux mêmes questions pour le 2nd magasin.
5. Dans le cas du second magasin, quand le chiffre d'affaires dépassera-t-il les 110 000 € si cette évolution se poursuit ? Trouver la réponse en résolvant une équation puis en vérifiant avec les fonctionnalités de la calculatrice.

Problème 2

Voici, ci-dessous, un tableau donnant l'évolution du nombre de centaines depuis 1960 :

Année	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020
Rang X	60	70	80	90	100	110	120
Nombre Y	977	1122	1 545	3 760	8 063	14 504	20 944

1. Représenter graphiquement cette étude par un nuage de points.
2. Quels sont les 3 meilleurs ajustements pour ce nuage ? Justifier.
3. Dans chacun des cas donner l'équation de cet ajustement.
4. En analysant les courbes de ces 3 ajustements sur $[0 ; 150]$ pour X et $[-10\ 000 ; 100\ 000]$ pour Y, expliquez pourquoi on choisira plutôt l'ajustement exponentiel.
6. Dans ce cas, quand dépassera-t-on les 100 000 centaines ? Trouver la réponse en résolvant une équation puis en vérifiant avec les fonctionnalités de la calculatrice.
5. Quelle conclusion un gouvernement pourrait-il faire avec ce résultat ? Quelle conséquence cela pourrait-il avoir ?

Problème 3 ventes croisées / cross-selling / ventes additionnelles

Dans un magasin, un réagencement a permis de disposer les accessoires/bijoux en bout de caisse. Voici 2 études des chiffres d'affaires mensuels en € faites avant et après le réagencement :

Avant l'agencement :

CA en € du magasin X	53282	48525	63 721	49524	54525	64257
CA en € acc/bijoux Y	1421	1532	985	2632	1127	1834

Après l'agencement :

CA en € du magasin X	48722	54235	61257	46533	59782	65723
CA en € acc/bijoux Y	1357	1683	2213	1246	2089	2634

1. Représenter graphiquement l'étude avant l'agencement, par un nuage de points.
2. Un ajustement vous paraît-il acceptable ? Justifier la réponse.
3. Représenter graphiquement l'étude après l'agencement, par un nuage de points.
4. Quel est le meilleur ajustement de ce nuage ? Justifier la réponse.
5. Donner l'équation de cet ajustement.
6. Quel intérêt a eu ce réagencement en terme de chiffre d'affaires ?
7. Quel chiffre d'affaires doit faire le magasin si on veut un chiffre d'affaire du rayon accessoires/bijoux dépassant les 3000 € ? Trouver la réponse en résolvant une équation puis en vérifiant avec les fonctionnalités de la calculatrice.

Problème 4

Une entreprise de vente en ligne a lancé une nouvelle gamme de produits et souhaite prédire les ventes futures en fonction du temps afin d'optimiser sa stratégie de marketing. La société dispose de données historiques sur les ventes de ces produits au cours des derniers mois. Elle vous demande de faire une prévision des ventes.

Mois	1	2	3	4	5	6
Vente en €	4721	5254	6254	7928	9425	11334

1. Représenter graphiquement cette étude par un nuage de points sur votre calculatrice.
2. Trouver les 2 meilleurs ajustements pour ce nuage de points. Justifier votre choix.
3. Faire une prévision des ventes pour les mois 7, 8 et 9 dans chacun des cas.

Voici finalement les données réelles des mois 7, 8 et 9.

Mois	7	8	9
Vente en €	13522	16148	19429

4. Faire une critique des 2 modèles précédents.
5. A partir de maintenant, on choisira le modèle exponentiel. Rajouter les données réelles des mois 7,8 et 9 sur votre calculatrice.
6. Donner l'équation du modèle exponentiel. Les coefficients seront arrondis à 2 chiffres après la virgule.
7. Prévoir **par le graphique et par le calcul** le mois où les ventes dépasseront les 40 000 €.
8. Rédiger pour cette entreprise, un rapport de votre étude, donnant votre démarche de travail, les premières prévisions, les modifications éventuelles de votre stratégie et le moment où l'on dépassera l'objectif des 40 000 € de vente. Vous préciserez aussi l'intérêt pour l'entreprise de pouvoir prévoir ces futures ventes.

Problème 5

Une entreprise de fabrication de vêtements souhaite prévoir ses coûts de production pour lancer une nouvelle collection. Pour ce faire, elle doit modéliser la relation entre le nombre d'articles produits et le coût de production total. C'est l'objet de votre travail. Voici les données fournies par cette entreprise.

Nombre d'articles produits	2000	4000	6000	8000
Coût de production en €	11050	12062	12651	13068

1. Représenter graphiquement cette étude par un nuage de points sur votre calculatrice.
2. Trouver le meilleur ajustement pour ce nuage de points. Justifier votre choix.
3. Donner l'équation du modèle. Les coefficients seront arrondis à 2 chiffres après la virgule.
4. Cette semaine, l'entreprise compte produire 5600 articles. Estimer son de coût de production.
5. L'entreprise ne peut dépasser les 16 000 € de coût de production. Estimer par le calcul, le nombre maximal d'articles à produire.
6. Vérifier votre résultat à la calculatrice et faire une critique sur le résultat précédent.

Problème 6

Un hôpital souhaite analyser le temps d'attente moyen des patients aux urgences au fil du temps pour améliorer leur gestion des ressources et réduire les délais. Voici les données sur plusieurs années :

Années	1	2	3	4	5	6
Temps d'attente moyen en minutes	41	52	65	81	101	126

1. Représenter graphiquement cette étude par un nuage de points sur votre calculatrice.
2. Trouver le meilleur ajustement pour ce nuage de points. Justifier votre choix.
3. Donner l'équation du modèle. Les coefficients seront arrondis à 2 chiffres après la virgule.
4. Si rien n'ai fait, prévoir le temps d'attente moyen des patients pour les années 7,8 et 9.
5. Quand le temps d'attente dépassera-t-il les 6h ? Vous répondrez à cette question en résolvant une équation.
6. Vérifier votre résultat à la calculatrice.
7. Rédiger un rapport à l'hôpital sur cette étude, exposant la méthode utilisée et les prévisions obtenues. Vous conclurez aussi sur l'acceptabilité de ces futurs temps d'attente et proposerez des solutions éventuelles.