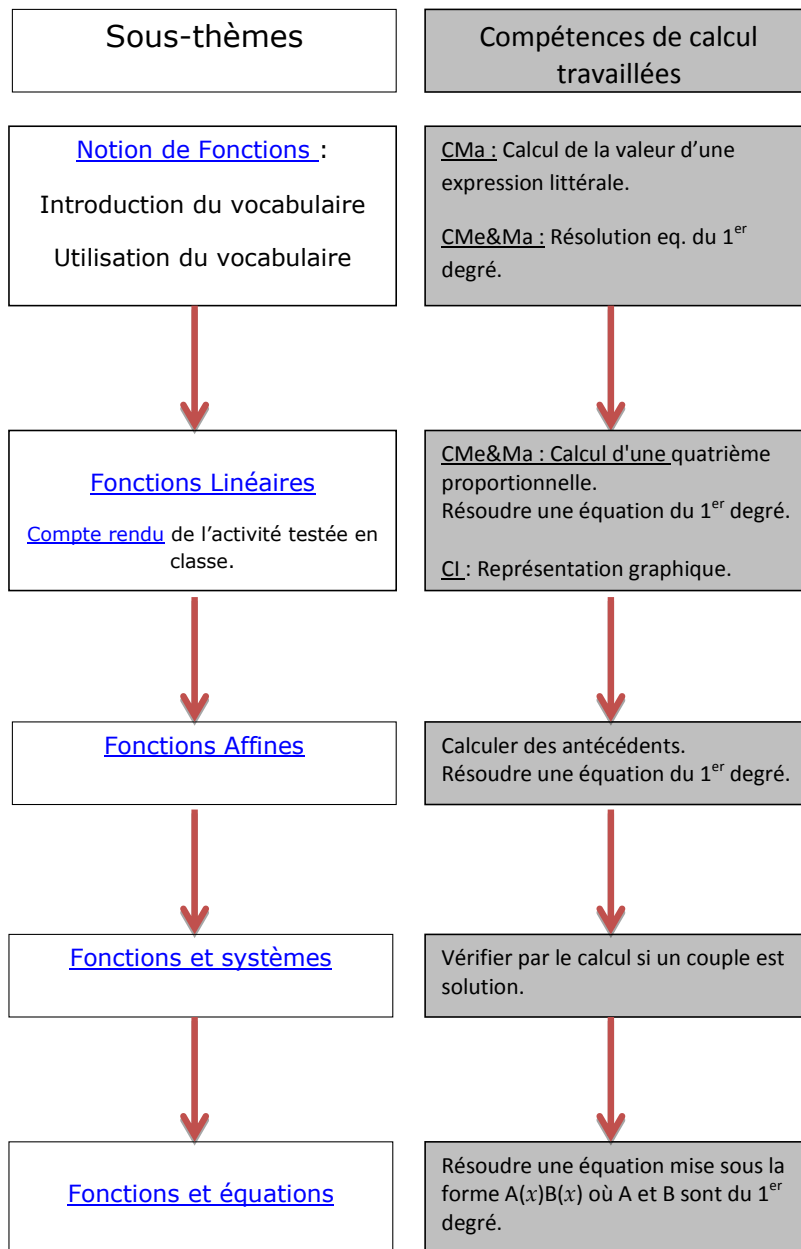


Exemples d'activités sur le thème : **Fonctions** permettant une acquisition progressive des compétences de calcul :

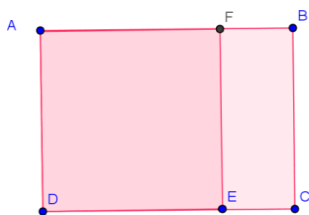


Nous avons travaillé sur une progression annuelle en 3^{ie}, créant des liens avec la 2nde, tant en terme de calcul que de fonctions, mais aussi sur l'apprentissage d'une autonomie de plus en plus grande dans l'utilisation d'un logiciel de calcul formel (LCF) ici Xcas. Un autre objectif a été de spiraler la notion de fonction, en la réinvestissant dans les diverses séquences ci-dessus. Les activités sont numérotées en fonction de leur ordre d'apparition dans le corpus, leur introduction dans les séquences considérées fera l'objet d'une seconde recherche.

Notion de Fonctions :
Introduction du vocabulaire
Utilisation du vocabulaire

Une activité dont l'objectif est de construire une synthèse sur le vocabulaire des fonctions et de créer des liens avec un LCF

Activité 1 :



ABCD est un rectangle et ADEF un carré, F est placé sur [AB] et E sur [DC].

On a : $AF = x$ et $FB = 3$.

- 1) Exprimer le périmètre du carré en fonction de x .
- 2) Quel est alors ce périmètre si $x = 3$?
- 3) Quel doit être la valeur de x pour que ce périmètre soit 16 ?
- 4) Exprimer le périmètre de FBCE en fonction de x .
- 5) Quel est l'image de 10 par cette fonction ?
- 6) Quel est l'antécédent de 20 par cette fonction ?
- 7) Les périmètres de AFED et FBCE peuvent-ils être égaux ? Justifiez.
- 8) Construire les courbes représentatives des deux fonctions précédentes, élaborez une autre méthode pour répondre à la question 7.
- 9) On appelle $C(x)$ et $R(x)$ les aires de AFED et FBCE, déterminer l'expression de chacune de ces fonctions.
- 10) Les aires de AFED et FBCE peuvent-elles être égales ? Justifier.

Commentaire [TC1]: Synthèse sur la notion de fonction.

Commentaire [TC2]: Synthèse sur la notion d'image.

Commentaire [TC3]: Synthèse sur la notion d'antécédent.

Commentaire [TC4]: Pour les questions 5 ; 6 ; 7 ; 8 et 10 on peut introduire l'utilisation du calcul formel pour : résoudre/contrôler/représenter.

Commentaires : Activité d'introduction du vocabulaire de la notion de fonctions à partir de connaissances maîtrisées.

Compétences de calcul travaillées :

- Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.
- Résoudre une équation $f(x) = k$.
- Résoudre une équation.

Commentaire [TC5]: Cette première activité a le double objectif d'introduire le vocabulaire lié aux fonctions et les commandes de calcul formel, pour les réutiliser dans un cadre où l'ingéniererie et le choix du type de calcul seraient laissés aux élèves.

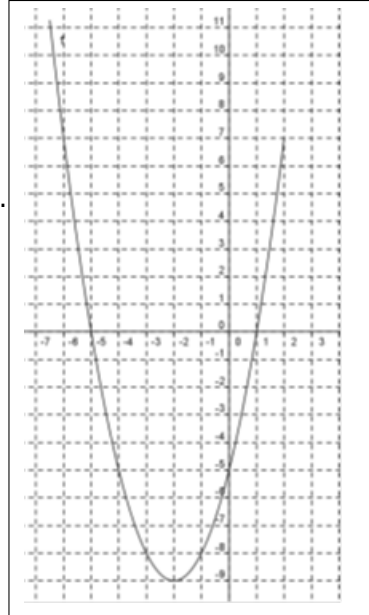
L'idée est de travailler sur une activité proposée en seconde avec les moyens disponibles en 3ie pour créer une liaison entre les deux niveaux

Activité 2 : Comprendre l'intérêt des différentes formes.
(en lien avec la seconde :cf activités seconde)

Voici dans un repère orthonormé (O,I,J) , la représentation graphique d'une fonction f .

Etude graphique :

- 1) Lire sur le graphique l'image de -2 .
- 2) Lire sur le graphique le ou les antécédents de -8 .
- 3) Lire sur le graphique l'image de 0 .
- 4) Résoudre graphiquement $f(x) = -5$.
- 5) Quel est le minimum de f ?



Etude algébrique :

L'expression algébrique de f est $f(x) = x^2 + 4x - 5$.

- 6) Utiliser Xcas pour obtenir un tableau de valeurs de f avec un pas de $0,5$.
Que remarque-t-on ?
- 7) Voici quatre formes algébriques :
 $g(x) = 2x^2 + 1 - (x-2)(x-3)$
 $h(x) = (x-1)(x+5)$
 $k(x) = (x+2)^2 - 9$
 $r(x) = (x-2)^2 - 1$

- a) Arthur affirme que $g(x) = f(x)$ car il a calculé l'image de 0 pour ces deux fonctions.
Qu'en penses-tu ?
- b) Julie affirme que $r(x) = f(x)$ car il a calculé l'image de 0 pour ces deux fonctions.
Qu'en penses-tu ?
- c) Certaines sont égales à f . Lesquelles ?
- d) Utiliser la forme la plus appropriée pour répondre **par le calcul** aux questions 1 à 4, et 6 de la partie « Etude graphique ».

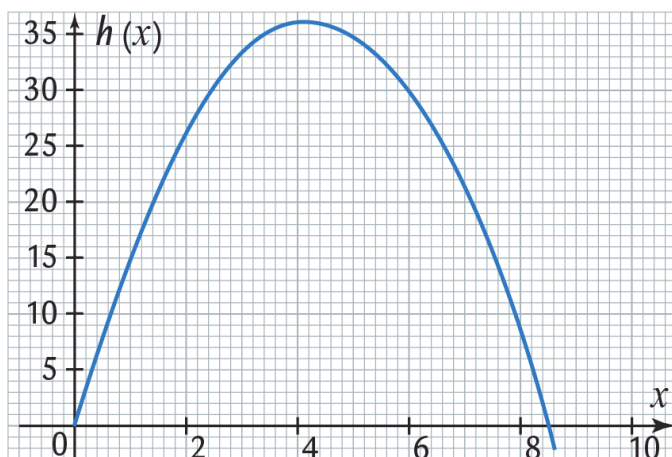
Commentaires : cette activité peut être travaillée lors de la séquence « produits remarquables » pour « spiraler » la notion de fonction.

La vérification des développements peut se faire à l'aide du calcul formel, voire développer le plus délicat directement avec Xcas pour les élèves les moins dextres (différentiation).

Commentaire [TC6]: Une partie des élèves sera en échec pour développer $g(x)$ et ne pourra poursuivre l'activité. Après un essai infructueux, ils pourraient comparer leur développement pas à pas avec celui donné par Xcas et repérer/questionner leur(s) erreur(s) puis ainsi y remédier ou poursuivre l'activité en gommant le sentiment que cet échec temporaire les stoppe dans leur progression.

Activité 3 :

On a fait afficher, à l'aide d'un tableur, une partie de la courbe représentative de la fonction $h : x \rightarrow x(17 - 2x)$



Etude graphique :

- a) Lire sur le graphique et compléter.
 $h(1) = \dots\dots\dots$ $h(6) = \dots\dots\dots$
- b) Lire sur le graphique l'image de 2 puis le(s) antécédent(s) de 21.
- c) Lire sur le graphique le(s) antécédent(s) de 0.
- d) Lire sur le graphique quelle semble être la valeur maximum de $h(x)$.

Commentaire [TC7]: Dans ce type d'exercice assez classique en 3e, on est amené à lire graphiquement la valeur maximale de $h(x)$. Lorsqu'on questionne les élèves (ce qui a été fait dans des classes), ils sont persuadés que cette valeur est 36 et que le "dépassement" que certains ont pu entrevoir est dû à l'épaisseur du trait.

Etude algébrique :

- a) Calculer l'image des nombres 4; 4,1; 4,2; 4,3 et 4,4.
- b) Compléter le tableau suivant.

Commentaire [TC8]: Les élèves peuvent effectuer ces calculs "à la main" puis vérifier à l'aide de la calculatrice, d'un tableur ou bien d'un Logiciel de Calcul Formel (aspect "vérification ou contrôle" du LCF).

Commentaire [TC9]: Les élèves peuvent effectuer ces calculs à l'aide de la calculatrice, d'un tableur ou bien d'un Logiciel de Calcul Formel (aspect "outil" du LCF permettant d'éviter de répéter des calculs fastidieux qu'ils pourraient effectuer à la main).

x	4,21	4,22	4,23	4,24	4,25	4,26	4,26	4,27	4,28	4,29
$f(x)$										

- c) Quelle conjecture peut-on faire quant à la valeur maximale exacte de $h(x)$?
- d) Pour quelle valeur de x semble-t-elle atteinte ?
- e) Peut-on retrouver la réponse du c) de l'étude graphique à l'aide d'un logiciel de calcul formel ?

Commentaire [TC10]: Les élèves peuvent retrouver ces valeurs à l'aide du Logiciel de Calcul Formel (aspect "outil" du LCF pour des calculs qu'ils ne peuvent pas effectuer au collège : maximum d'une fonction et résolution d'une équation du second degré).

Fonctions Linéaires

Activité 4 : « La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine et réciproquement »

1. Soit f la fonction qui à x associe ax , on souhaite compléter le tableau suivant :

x	-5	-3	-0,5	0	1	1,5	4
$f(x)$							

- à l'aide d'un logiciel de calcul formel
- à l'aide d'un tableur
- à l'aide d'une calculatrice
- à « la main »

Quels sont parmi les options proposées ci-dessus celle(s) que l'on peut retenir ?

Compléter alors autant de tableau que d'options retenues.

2. a) Dans cette question on donne la valeur ? au coefficient a

Quel nouveau tableau de valeurs pouvez-vous alors établir ?

- b) Placer les points de la courbe représentative de f dans un graphique.

- c) Que constate-t-on ?

- d) Conjecturer un résultat.

Commentaire [TC11]: Cette question a pour objectif de mettre en évidence la méthode la plus efficace

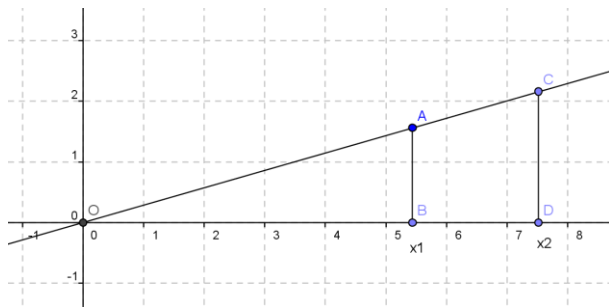
Commentaire [TC12]: L'idée est de donner différentes valeurs suivant les élèves qui ne seraient pas toutes entières, en particulier des quotients de dénominateur 3 et 7.

Commentaire [TC13]: L'objectif est de créer un débat, en particulier si les points ne s'alignent pas pour chacun des élèves.

3. On va utiliser un exemple générique : ici $f(x) = 5x$.

A est le point de la représentation graphique de f d'abscisse x_1

On veut démontrer que tout point de la droite (OA) est un point de la représentation graphique de f .



Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

- a) Quelle égalité faisant intervenir la longueur CD peut-on écrire ?
- b) Quelle formule écrire pour déterminer la valeur de CD à l'aide de l'outil calcul formel ?
- c) Que vient-on de démontrer ?

Commentaire [TC14]: Le LCF résout l'équation $5x_1/CD = x_1/x_2$

4. K est un point de la représentation graphique de f d'abscisse k

- a) Quelles sont ses coordonnées ?
- b) D'après 3, quelle est l'ordonnée du point K' de (OA) d'abscisse k ?
- c) A-t-on démontré que tous les points de la représentation graphique de f sont situés sur (OA) ?

5. Conclure.

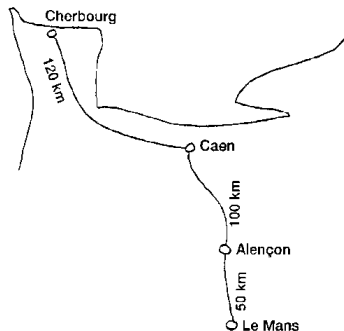
Fonctions Affines

Activité 6: D'après un problème du DNB.

Le samedi 11 juin 2011, à 15 h, a été donné le départ de la course automobile des 24 heures du Mans.

Les 3 personnes suivantes s'y sont rendues :

- Hélène est partie de Cherbourg avec sa voiture et a roulé à la vitesse moyenne de 90 km/h.
- Clément est parti de Caen avec son scooter et a roulé à la vitesse moyenne de 40 km/h.
- Adrien est parti d'Alençon à vélo et a roulé à la vitesse moyenne de 10 km/h.



Les trois personnes ont quitté leur domicile à 7 heures.

- 1) Estimer à quelle distance du Mans, Hélène doublera Adrien. Estimer l'heure de ce dépassement.
- 2) Déterminer précisément à quelle heure et à quelle distance du Mans Clément doublera Adrien.

Prérequis :

- Fonctions, fcts linéaires et affines
- Equations
- Systèmes d'équations

Outils disponibles :

- Calculatrice
- Papier millimétré
- Tableur/GéoGébra
- Logiciel de calcul formel

Objectifs :

Résoudre un problème de type $f(x) = g(x)$ de diverses manières.

Aides proposées en fonction des difficultés rencontrées

1) $d = v \times t$

2)

Distance du mans après :	30 min	1h	2h	3h	4h	5h
Hélène						
Clément						
Adrien						

3) Elaborer un graphique faisant apparaitre les distances restant à parcourir de Clément, Adrien et Hélène.

4) Quelle interprétation peut-on donner des coordonnées des points d'intersections entre les différentes représentations graphiques.

5) A quelle distance du Mans sont-ils après x heures ?

Compétences de calcul travaillées: Vitesse moyenne

Résolution d'équation et de système d'équation.

Fonctions et systèmes

Activité 7 : L'entreprise de télécom « C.tel » propose 3 abonnements mensuels :

- C.facile : 21,875 € pour chaque heure de communication
- C.cher : 150 € d'abonnement mensuel et 7 € pour chaque heure de communication
- C.pasévident dont le prix est donné par une formule mathématiques où x représente le nombre d'heures consommées : $f(x) = \frac{50x^2}{2x+1}$ € pour x heure(s)

Juliette souhaite choisir l'abonnement le plus avantageux en fonction de sa consommation mensuelle, elle te demande de l'aider.

Commentaire [TC15]: Ce problème est présenté de manière ouverte, on a donc rajouté des aides à fournir en fonction des difficultés rencontrées. La troisième formule est présente pour contraindre à l'utilisation d'un logiciel de calcul formel et/ou d'un tableur grapheur.

Prérequis :

- Fonctions, fcts linéaires et affines
- Equations
- Systèmes d'équations
- Factorisation
- Equation produit

Outils disponibles :

- Calculatrice
- Papier millimétré
- Tableur/GéoGébra
- Logiciel de calcul formel

Objectifs :

Résoudre un problème d'optimisation qui se ramène à la construction de graphes et aux calculs des coordonnées des points d'intersection entre ces graphes

Compétences de calcul travaillées:

- Calculs d'images (*calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques*)
- Résolution d'équations
- Résolution de système d'équations à deux inconnues

Aide 1

Compléter le tableau suivant

Temps	1h	2h	5h	10h	20h	x heures
C.facile						
C.cher						
C.pasévident						



Aide 2

Construire la représentation graphique de chaque fonction dans un même repère orthogonal

1 cm pour 1h en abscisse

1 cm pour 20 € en ordonnée



Aide 3

Déterminer les coordonnées des points d'intersection utiles entre les différentes représentations graphiques.



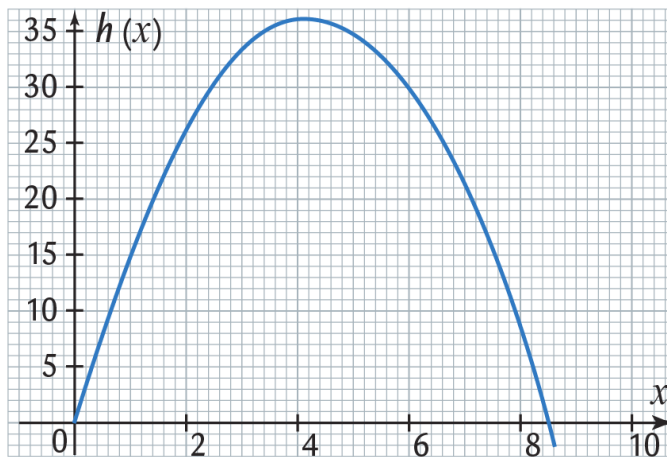
Aide 4

Etablir un tableau comparatif des formules d'abonnement en fonction de la consommation.

Fonctions et équations

Activité 8 : (Reprise de l'activité 3 "Notion de fonction")

On a fait afficher, à l'aide d'un tableur, une partie de la courbe représentative de la fonction $h : x \rightarrow x(17 - 2x)$



Etude graphique :

Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 0 par la fonction h .

Etude algébrique :

Déterminer par le calcul le(s) antécédent(s) de 0 par la fonction h .

Retrouver ce résultat à l'aide d'un logiciel de calcul formel.

Commentaire [TC16]: Les élèves peuvent retrouver ces valeurs à l'aide du Logiciel de Calcul Formel (aspect "outil de vérification" du LCF)

Activité 9 :

Soit f la fonction telle que $f(x) = (3x - 4)(x + 8) + x(x - 12)$.

On a demandé à des élèves de 2^{nde} de factoriser cette expression.
Voici les résultats trouvés par trois élèves :

Marc : $(2x - 4)(2x + 5)$

Sophie : $(x + 4)(4x - 3)$

Lucas : $(2x - 4)(2x + 8)$

Julie : $(x + 4)(x - 2)$

1. a. Calculer $f(2)$.
- b. Calculer l'image de 2 par f avec les expressions trouvées par chacun des quatre élèves.
2. Faire la même chose qu'au 1. avec l'image de - 4.
3. Que peut-on en déduire ?
4. Factoriser $f(x)$.
5. L'une des trois expressions est-elle bonne ?
6. En déduire les antécédents de 0 par f .

Basée sur une activité de la banque d'évaluation. L'idée est de montrer que si pour certaines valeurs de la variable plusieurs expressions peuvent être égales, cela n'implique pas que les fonctions le soient.

Commentaire [TC17]: Les élèves peuvent retrouver la bonne forme factorisée à l'aide du Logiciel de Calcul Formel (aspect "outil" du LCF pour des calculs qu'ils ne peuvent pas effectuer au collège : factorisation d'une expression du second degré).

Activité 10:

Pierre a placé 100 € sur un livret bancaire rémunéré à 4 % par an.
En supposant que ce taux reste inchangé, combien d'années faudra-t-il laisser cette somme sur ce livret pour obtenir une somme de 1000 € ?

Commentaire [TC18]: Les élèves ne peuvent résoudre ce problème qu'avec le Logiciel de Calcul Formel (aspect "outil" du LCF pour des calculs qu'ils ne peuvent pas effectuer au collège : résolution d'une équation comportant l'inconnue en exposant).

Prérequis :

- Pourcentages
- Fonctions
- Equations, inéquations

Outils disponibles :

- Calculatrice
- Logiciel de calcul formel

Objectifs :

Résoudre un problème avec un logiciel de calcul formel sans pouvoir le résoudre « à la main »

Aides proposées en fonction des difficultés rencontrées (problème présenté sous la forme d'un problème ouvert) :

- 1)** Calculer la somme obtenue la première année, la deuxième année.
- 2)** Si n est le nombre d'années, quelle serait la somme obtenue en fonction de n ?
- 3)** f est la fonction qui au nombre d'années n associe la somme obtenue $f(n) = 100 \times 1,04^n$.
- 4)** Faire trouver l'antécédent de 130 par la fonction f .