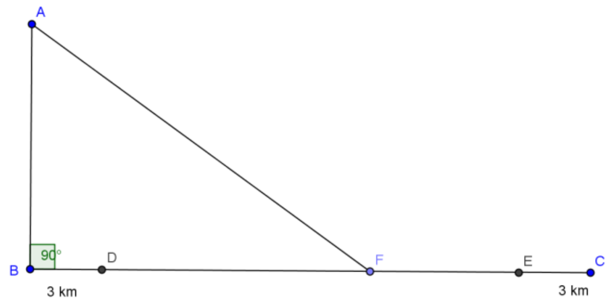
Compte rendu de l'activité : Roméo et Juliette (version problème ouvert) :

L'énoncé donné aux élèves :

Trois villes A, B et C sont reliées par une unique route (cf. schéma).
La circulation étant devenue très dense aux alentours de la ville B, on décide construire une nouvelle route évitant cette ville.
Cette route ne devra pas passer trop près de la ville B. Par contre, on veut impérativement utiliser la partie de route existante pour entrer dans la ville C.
Compte tenu de ces contraintes, on construit une nouvelle route, comme sur le schéma avec :
F sur le segment [DE]
AB = 8 km ; BC = 18 km ; BD = EC = 3 km.



Compte rendu :

Travail expérimenté en demi-groupe, en classe de 2nde, en fin d'année.

- Deux élèves utilisent un argument géométrique :

« Quelle que soit la nouvelle route, le chauffeur part de C et passe à E. Arrivé à E, il prend le chemin le plus court pour aller jusqu'à A. Ce chemin est la ligne droite ».
A ma demande, il précise le nom de la propriété utilisée : *« d'après l'inégalité triangulaire »*.

- Trois élèves utilisent alors géogébra pour conjecturer la valeur du minimum.
- Tous les autres élèves, une trentaine donc, introduisent une variable x (égale soit à BF soit à CF) puis déterminent la fonction correspondant à la distance AF + FC. Aucune difficulté sur ce point.

Au sujet de la troisième démarche :
Des élèves cherchent alors le minimum de la fonction à l'aide de la calculatrice. La tâche est assez ardue car la représentation graphique de la fonction est assez « plate » et la valeur réalisant le minimum, BF = 15, est un minimum pour notre problème mais pas un minimum de la fonction $d : x \mapsto \sqrt{x^2+64}+18-x, x \in \mathbb{R}_+$.

Quelques soient les démarches expérimentales éventuellement entreprises, vient ensuite le travail de la détermination du minimum de cette fonction.

Les points notables qui ont émergé :

- Des élèves utilisent xCas mais ne comprennent pas pourquoi xCas ne « veut pas » donner la forme canonique. Après une discussion très formatrice sur les raisons de cette impossibilité, ils comprennent leur erreur et essayent d'étudier le signe de d(x)– d(15).
- Pour étudier le signe de d(x) –d(15) les élèves voudraient que le logiciel factorise l'expression obtenue. Là encore, c'est l'occasion d'une discussion sur la forme des objets algébriques étudiés.

Pour terminer l'heure, je propose de réinvestir la méthode du produit par la quantité conjuguée (déjà rencontrée plus tôt dans l'année). Les calculs sont à terminer en travail à la maison, avec l'aide éventuelle du logiciel.
Lors de l'heure de cours suivante, un élève volontaire vient exposer sa solution.
L'un des deux élèves ayant proposé la méthode géométrique explique aussi sa méthode.
C'est encore l'occasion d'un débat sur l'existence de différentes méthodes pour résoudre un problème.

Bilan : Même si la fin du calcul est très technique, le bilan du travail fait est très positif du fait de toutes les démarches essais/erreurs et des questions sur la forme algébrique de la fonction qu'il a suscité.

Cette activité montre qu'un logiciel de calcul formel peut faciliter la mise en œuvre de calculs techniques mais aussi que cela n'est possible que si l'élève sait ce qu'il veut obtenir donc le logiciel ne nuit pas, bien au contraire, à l'intelligence du calcul.