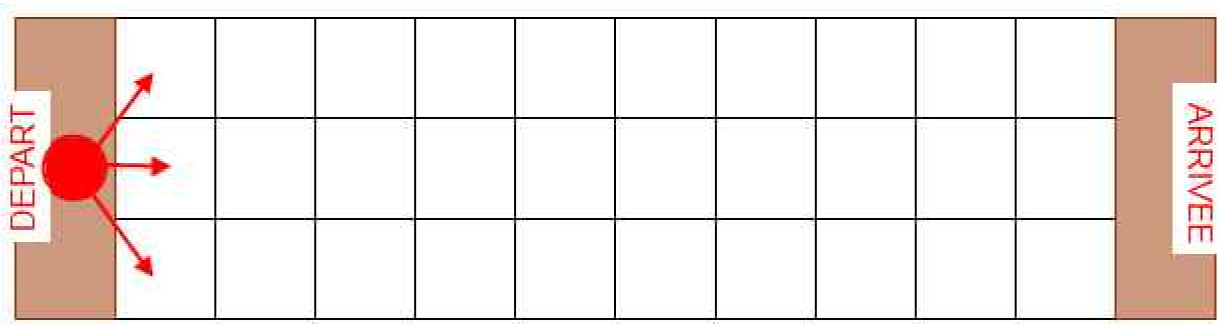
# TD & DM : Marche aléatoire

*Le devoir maison est à rendre* ***pour le 5 octobre****.*
*Pour avoir de l'aide, compléter le formulaire sur la page du DM de l'ENT avant le 25 octobre.*
*Les fichiers numériques sont à rendre à partir du cahier de textes.*

Un jeu est constitué d'un plateau comportant 10 cases de long et 3 cases de large, d'un pion et d'un dé. Le jeu consiste à déplacer le pion de la zone "départ" jusqu'à la zone "arrivée".
On lance le dé et on déplace le pion selon la règle suivante :
- Si le résultat du dé est 1 ou 2, le pion avance d'une case en diagonale vers le haut.
- Si le résultat du dé est 3 ou 4, le pion avance droit vers la zone "arrivée".
- Si le résultat du dé est 5 ou 6, le pion avance d'une case en diagonale vers le bas




Si le pion sort de la grille la partie est perdue. Si le pion arrive jusqu'à la zone "arrivée", la partie est gagnée.

Pourriez-vous estimer la probabilité de gagner à ce jeu ?

**Partie A : Modélisation et simulation à l'aide d'un algorithme**
On a écrit l'algorithme suivant qui simule la position du pion au bout de $x$ déplacements :

```
x, y, n sont des entiers
Affecter à x la valeur 0
Affecter à y la valeur 0
Tant que y ⩾ −1 et y ⩽ 1 et x ⩽ 9
        Affecter à n une valeur choisie au hasard entre −1, 0 et 1
        Affecter à y la valeur y + n
        Affecter à x la valeur x + 1
Fin tant que
Afficher « la position du pion est » (x ; y)
```

1. On donne les couples suivants : $(-1\ ;\ 1)$ ; $(10\ ;\ 0)$ ; $(2\ ;\ 4)$ ; $(10\ ;\ 2)$.
   Lesquels ont pu être obtenus avec cet algorithme ? Justifier la réponse.
2. Modifier cet algorithme pour qu'à la place de « la position du pion est $(x\ ;\ y)$ », il affiche finalement « La partie est gagnée » ou « La partie est perdue. ».
3. Modifier cet algorithme afin qu'il permette de simuler 1000 parties de ce jeu et compte le nombre de parties gagnées.
4. Utiliser un logiciel (Algobox, Java's cool) pour implémenter cet algorithme. En déduire une estimation de la probabilité de gagner à ce jeu.

**Partie B : Calcul effectif de la probabilité à l'aide de suites**

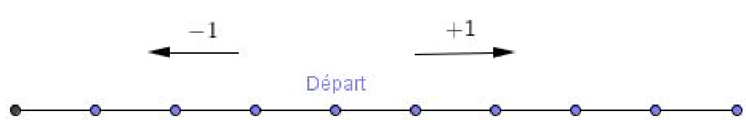
Pour tout $n$ entier naturel compris entre 0 et 10, on note :
$A_n$ l'évènement « après $n$ déplacements, le pion se trouve sur un point d'ordonnée $-1$ ».
$B_n$ l'évènement « après $n$ déplacements, le pion se trouve sur un point d'ordonnée 0 ».
$C_n$ l'évènement « après $n$ déplacements, le pion se trouve sur un point d'ordonnée 1 ».
On note $a_n, b_n, c_n$ les probabilités respectives des évènements $A_n, B_n, C_n$.

1. Justifier que $a_0 = 0, b_0 = 1, c_0 = 0$.
2. Montrer que pour tout entier naturel $n$ compris entre 0 et 9, on a $\begin{cases} a_{n+1} & = & \dfrac{a_n + b_n}{3} \\ b_{n+1} & = & \dfrac{a_n + b_n + c_n}{3} \end{cases}$

   On pourra s'aider d'un arbre pondéré.
3. Calculer les probabilités $p(A_1)$, $p(B_1)$ et $p(C_1)$.
4. Calculer la probabilité que le pion soit toujours en jeu au bout de deux coups.
5. Réaliser à l'aide d'un tableur une feuille de calcul qui donne des valeurs approchées de $a_n$, $b_n$, $c_n$ pour $n$ compris entre 0 et 10 (fichier à rendre via l'ENT)
   En déduire une valeur approchée à 0,001 près de la probabilité que la partie soit gagnée.

## Une nouvelle marche aléatoire : En autonomie cette fois !

On s'intéresse à un jeu "papier-crayon" dont voici le principe :
Sur une feuille, on trace un ligne sur laquelle on marque 13 points.
Le point "central" constitue la position de départ ; on y place un pion.




On utilise alors une pièce équilibrée pour déterminer les changements de positions du pion.
Si on obtient PILE, le pion de déplace de +1, si on obtient FACE, il se déplace de -1.
On joue six coups. La partie est gagnée si à l'issue de ces six coups, le pions est revenu à la position de départ.

Quelle est la probabilité de gagner ?