Exemple de « déroulé » en 2nde

TraAM - Problèmes ouverts, Apport des outils numériques

Cet ensemble d'activités fait partie d'un ensemble de ressources produites dans l'académie de Toulouse dans le cadre des TRAAMS 2013-2014 sur le thème : Problèmes ouverts, les apports des outils numériques ».
La synthèse de la réflexion menée à Toulouse est disponible sur le site académique.
Il ressort que pour que des élèves soient capable de s'engager dans la résolution d'un problème ouvert, il est nécessaire que l'enseignant ait développé chez lui des cultures,

- **Culture de ce type de questionnement : le premier problème ouvert est toujours un peu difficile pour beaucoup d'élèves ; une habitude de questions plus ouvertes pour lesquelles ils auront dû prendre des initiatives permet d'aplanir cette difficulté. Nous proposons donc quelques activités proposant ce type de questionnement.**
- **Culture de la modélisation : apprendre à se poser les questions.**
- **Culture de la démarche algorithmique pour résoudre des problèmes.**
- **Culture aussi de l'utilisation d'outils numériques pour résoudre des problèmes.**

Les activités produites dans le cadre de ce TRAAM sont donc des exemples de pratique : exemples d'activités développant la culture, exemples d'activités ouvertes. La fiche professeur propose, dans la mesure du possible, des activités pouvant être menées en amont/en aval de l'activité proposée.

Ces exemples ne doivent pas faire oublier les nombreuses occasions de faire vivre ces cultures dans la classe :

- **Questions rapides de début de séances dont on trouvera quelques exemples sur le site académique à cette adresse.**
- **Les « bonbons » : de petits défis visant à s'approprier les outils numériques dont on trouvera également des exemples sur le site académique là.**

Problème central :

Le juste prix : Un numéro spécial du journal du lycée, destiné à financer une sortie scolaire, va bientôt sortir.
Il faut en déterminer le prix de vente. Les jeunes rédacteurs réalisent une enquête dont les résultats sont les suivants :

Si le journal est vendu 1€, il s'en vendra 600 exemplaires.

Pour chaque augmentation de 5 centimes, 40 exemplaires de moins seront vendus.

Sachant que le coût de fabrication est de 45 centimes, quel prix de vente faut-il choisir pour obtenir le bénéfice maximal ?

Des activités qui peuvent être menées en amont :

La culture algorithmique :

Un algorithme pour résoudre un problème… : La population d'une ville augmente de 8% par an. Elle comptait en 2010, 150 000 habitants.

1) Quelle est la population en 2011 ? en 2012 ?
2) Voici l'algorithme écrit par Rodolphe, élève de 1ES :

```
pop prend la valeur 150 000 ;
annee prend la valeur 2010 ;
tant que pop<200 000
        pop prend la valeur pop*1,08 ;
        annee prend la valeur annee+1 ;
        Fin TantQue
Afficher annee
```

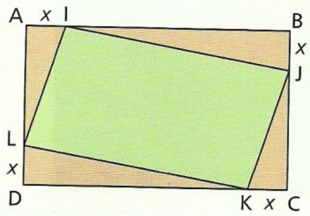
Faire tourner cet algorithme « à la main ». Quelle est la valeur affichée ?
Quel problème veut résoudre Rodolphe ?
On veut maintenant connaître la population en 2050. Quelle modification faut-il apporter ?

La culture « modélisation ».
La culture d'un questionnement plus ouvert.

Adapter des exercices, au quotidien, pour les rendre plus ouverts et ainsi pour travailler la compétence « *modéliser* ».

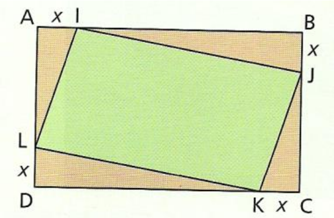
Cet exercice (ci-contre, tiré de Symbole, Maths 2$^{\text{nde}}$), très classique peut être donné complètement ouvert et constitué un fil rouge pour l'étude des fonctions en classe de 2$^{\text{nde}}$.

On considère un rectangle ABCD tel que AB = CD = 5 cm et BC = DA = 3 cm. On place sur le contour de ce rectangle quatre points I, J, K et L tels que AI = BJ = CK = DL = x cm (avec $x \in [0,3]$).



a/ Exprimer les longueurs BI, CJ, DK et LA en fonction de x.
b/ Montrer que la somme des aires des parties orange est égale à $f(x) = -2x^2 + 8x$.
c/ Déterminer les variations de la fonction f.
d/ Calculer $f(1)$ et $f(3)$. En déduire la valeur de l'extremum de f. En quelle valeur de x ce dernier est-il atteint ?
e/ Démontrer que $f(x) - 8 = -2(x-2)^2$. En déduire pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire orange est égale à 8 cm^2.

Mais on peut aussi le traiter sous une forme moins guidée que celle proposée ci-contre.
Par exemple, comme un exercice en deux temps :
On considère un rectangle ABCD tel que AB = CD = 5cm et BC = DA = 3cm. On place sur le contour de ce rectangle quatre points I, J, K et L tels que AI = BJ = CK = DL = x cm.



1) L'aire de MNPQ dépend-elle de la position de M sur [AB] ?

Dans un second temps…

2) Montrer que l'aire de MNPQ est une fonction du second degré.
3) Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire est maximale.

L'usage du tableur comme outil pour résoudre des problèmes.

ABCD est un carré de côté x cm. On prolonge le côté [BC] de 3cm et le côté [BA] de 2cm comme l'indique le schéma ci-contre.

On cherche à trouver une valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle BEFG est le double de l'aire du carré ABCD.

Un élève propose d'utiliser un tableur de réaliser la feuille ci-contre.

Reproduire cette feuille de calcul et en déduire une valeur de x qui convienne.

Est-ce la seule valeur ?

B2 =A2^2

	A	B	C	D
1	valeur de x	Aire ABCD	Aire BEFG	Comparaison
2	0,5	0,25		
3	1			
4	1,5			
5	2			
6	2,5			
7	3			
8	3,5			
9				

On peut se référer ici « aux bonbons ».

Des activités qui peuvent être menées en aval

Quels prolongements peuvent être envisagés ?

Comment exploiter les travaux des élèves pour « avancer dans le programme » ?

Les productions des élèves peuvent être exploitées pour travailler certaines compétences.

Exemples d'usages

Le travail a été mené en classe entière. Dans une salle dotée d'une classe mobile de netbooks (27 postes). Les élèves travaillent par groupe de 2 ou 3.

1 heure.

Un travail sur l'algorithmique : Trouver le maximum d'une fonction.

Certains élèves ont utilisé un algorithme pour résoudre ce problème.

Travail proposé à tous les élèves :

Exercice :

La notation a $\leftarrow$ 2 veut dire qu'on affecte 2 à la variable a (« a prend la valeur 2 » avec Algobox).

1) Lire l'algorithme proposé par vos camarades ; *l'algorithme crée sous algobox est proposé aux élèves via l'ENT en langage naturel et en version algobox*
2) A quoi sert la partie de l'algorithme encadrée ?
3) Ajouter les commentaires manquants.
4) Ecrire un algorithme permettant de trouver la valeur *minimale* de la fonction $x \mapsto x^3 - \frac{3}{4}x^2 - 15x$ sur l'intervalle [0 ; 2] sachant que ce minimum est atteint pour un nombre $x_{min} = \frac{a}{10}$ avec a un entier.

Algorithme proposé :

```
VARIABLES
   Exemplaires, Prix, bénéfice, Prix_max,  benef_max  sont des nombres
DEBUT_ALGORITHME
//Initialisation des variables
Prix ← 1
Exemplaires ← 600
benef_max   ← 0
Prix_max ← 0
//Traitement
bénéfice ← Prix*Exemplaires-0.45*Exemplaires
//Recherche du bénéfice maximal lorsque le prix augmente
TANT_QUE (Exemplaires>40) FAIRE
   DEBUT_TANT_QUE
     Prix ← Prix+0.05
    Exemplaires ← Exemplaires – 40
    bénéfice ← Prix*Exemplaires – 0.45*Exemplaires
    //
     SI (bénéfice>benef_max) ALORS
      DEBUT_SI
           Prix_max ← Prix
            benef_max ← bénéfice
    FIN_SI
FIN_TANT_QUE
AFFICHER "Prix max :"
AFFICHER Prix_max
AFFICHER "Bénefice : "
AFFICHER benef_max
FIN_ALGORITHME
```

Un travail sur l'étude des fonctions du 2nd degré…