Expérimentation d’un problème ouvert en classes de Seconde

Deux collègues du lycée Pierre Bourdieu (FRONTON), Mme DUMAS et M. BONIN ont accepté d’impliquer leurs élèves dans une expérience « problème ouvert ».

L’observation de la classe de Mme DUMAS s’est déroulée en demi-groupe et en salle informatique : chaque élève avait la possibilité d’utiliser un ordinateur.

C’est une classe d’un bon niveau avec de très bons élèves. Mme DUMAS pratique de temps en temps les problèmes ouverts. Elle amène ses élèves en salle informatique pour réaliser des TP à « tâches guidés. »

L’observation de la classe de M.BONIN s’est déroulée en classe entière dans une salle de cours ordinaire muni d’un vidéo projecteur. Les élèves avaient à leur disposition la calculatrice.

C’est une classe moyenne très hétérogène. M.BONIN travaille de façon ponctuelle les exercices à questionnement ouvert. Il amène ses élèves en salle informatique pour réaliser des TP à « tâches guidés. »

Cette expérimentation a pour but d’illustrer la nécessité de développer en amont avec les élèves les thématiques suivantes :

- La « culture » du questionnement ouvert
- La « culture » des outils logiciels

Le problème proposé aux élèves est le suivant :

Problème

Une histoire d'aquarium ...

Une entreprise désire construire dans son hall d'entrée un aquarium ayant la forme d'un pavé droit de hauteur 5 dm (décimètres).

Ses deux autres dimensions, exprimées en dm, sont des **entiers naturels** x et y tels que

$$x \in]0\ ;\ 20[\quad \text{et} \quad y \in]0\ ;\ 20[.$$

La structure de cette construction est un bâti métallique correspondant aux 12 arêtes du pavé droit et nécessitant des réglettes d'aluminium dont le prix de revient est de 0,8 euro le dm.

Les quatre parois verticales et le fond de cet aquarium sont construits en verre.

On décide d'investir exactement 80 euros pour la construction du bâti métallique.

Déterminer les dimensions de l'aquarium pour que son volume soit maximal ainsi que la valeur de ce volume maximal.

Remarques sur l'énoncé suite à l'expérimentation :

- Certains élèves ont du mal **avec « entiers naturels »**
- « réglette d'aluminium » - Qu'est ce qu'une réglette ? qu'est ce que de l'aluminium ?
- Des difficultés à cause du vocabulaire « bati métallique » Qu'est ce que c'est ?

<u>Suite à l'expérimentation, on peut également critiquer le problème sur son énoncé : il introduit directement deux variables x et y. Une partie du travail de l'élève est ainsi escamotée puisqu'il est influencé par cette modélisation. De plus cette modélisation fait « peur » à l'élève : deux variables !</u>

On peut imaginer une modification de l'énoncé par :

« Ses deux autres dimensions, exprimées en dm, sont des entiers naturels qui peuvent varier entre 1 et 19 (1 et 19 compris). »

Demi-groupe de Mme DUMAS – 17 élèves

- La majorité des élèves dessinent le pavé droit et codent leur figure correctement.
- La majorité des élèves réussissent à exprimer les contraintes sous la forme d'une équation

$$x+y=20 \text{ ou } 3{,}2x+3{,}2y=64$$

- A partir de là, beaucoup d'élèves sont « bloqués ».

On sent que ce sont de « bons » élèves car aucun élève ne baisse les bras … on cherche !

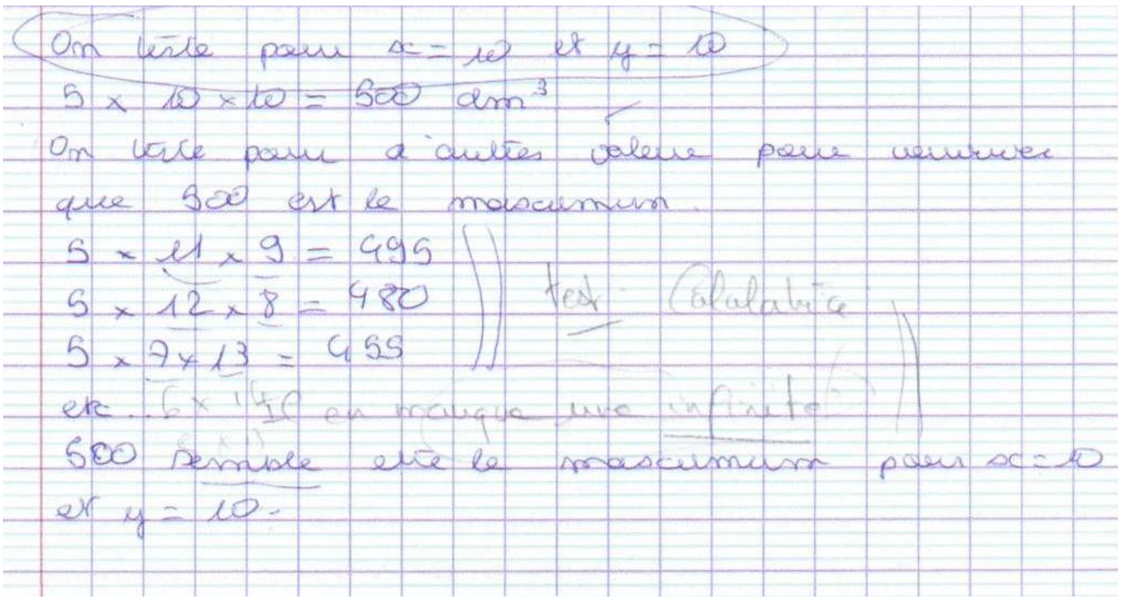
C'est à partir de là que l'on utilise l'ordinateur (pour la moitié du groupe) :

- Recherche du volume du pavé droit
- Recherche de résolution de système

  L'ordinateur est utilisé **comme « ressource » documentaire et non pas comme « aide » à la résolution du problème.**

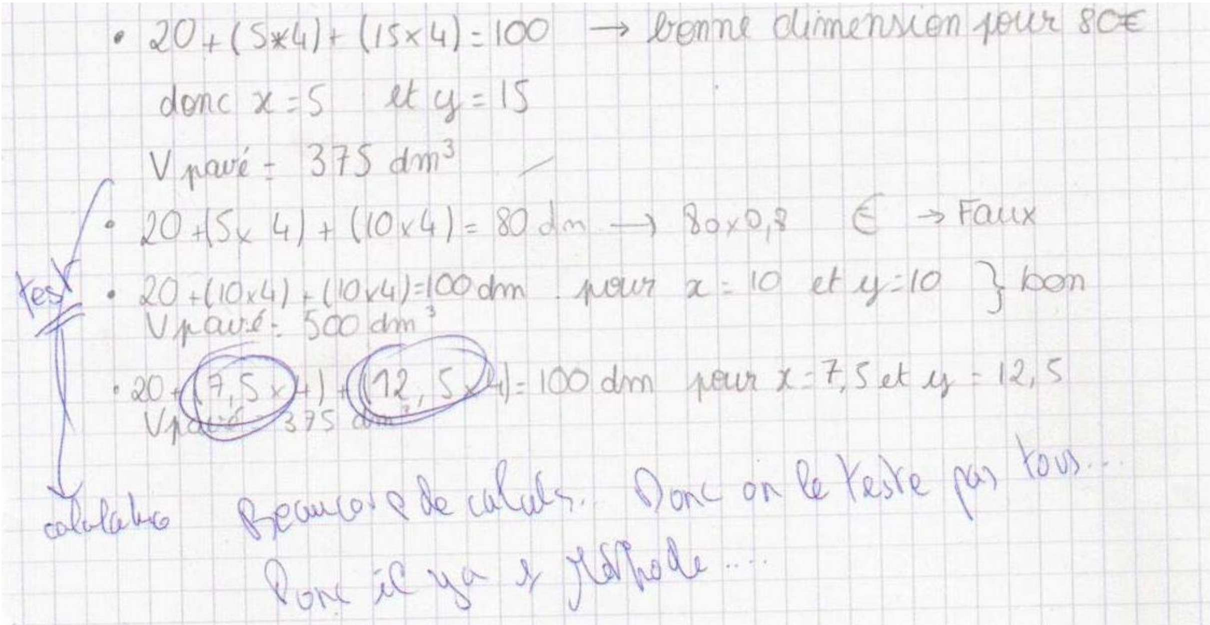
  <u>Une seule élève ouvre GEOGEBRA !!!! Par contre l'utilisation de Geogebra est peu pertinente : on tape x+y=20…. Une droite est tracée … On ne sait plus quoi faire.</u>

5 élèves continuent efficacement leur recherche … et commencent à faire des tests.


On teste pour $x = 10$ et $y = 10$
$5 \times 10 \times 10 = 500$ dm³
On teste pour d'autres valeurs pour vérifier
que 500 est le maximum.
$5 \times 11 \times 9 = 495$
$5 \times 12 \times 8 = 480$ test calculatrice
$5 \times 7 \times 13 = 455$
etc. ($5 \times 14 \times 6$) on manque une infinité
500 semble être le maximum pour $x = 10$
et $y = 10$.

L'élève ci-dessus réalise les calculs **à l'aide de sa machine** et s'arrête au bout de 4 tests … il pense qu'il y a une infinité de tests à réaliser ….

Voici un autre élève qui effectue des tests :



- $20 + (5 \times 4) + (15 \times 4) = 100$ → bonne dimension pour 80€
  donc $x = 5$ et $y = 15$
  V pavé = 375 dm³
- $20 + (5 \times 4) + (10 \times 4) = 80$ dm → $80 \times 0,8$ € → Faux
- $20 + (10 \times 4) + (10 \times 4) = 100$ dm pour $x = 10$ et $y = 10$ } bon
  V pavé = 500 dm³
- $20 + (7,5 \times 4) + (12,5 \times 4) = 100$ dm pour $x = 7,5$ et $y = 12,5$
  V pavé 375 dm³

test

calculatrice

Beaucoup de calculs. Donc on le teste pas tous..
Donc il y a 1 méthode...

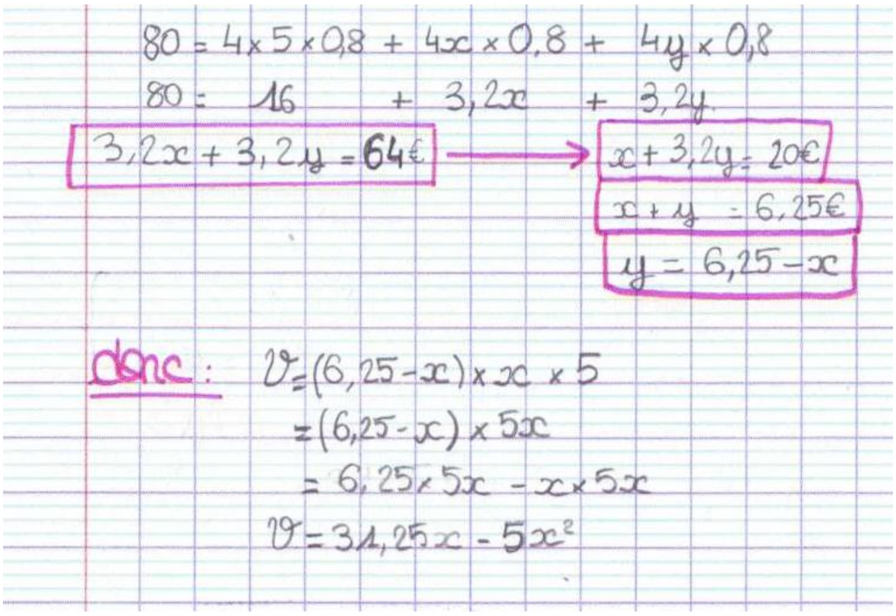
J'ai noté ce qu'il m'a dit : « Il y a trop de calculs à faire … DONC on ne les teste pas tous … il doit y avoir une autre méthode » … et cet élève s'est arrêté là !

Cette phrase est riche d'enseignement. Elle sous-entend :

- J'ai trouvé une méthode pour résoudre mon problème
- Mais je m'arrête là car ma méthode n'est pas élégante
- Ce n'est pas la méthode attendue !

Aucun des 5 élèves n'ira donc au bout de tous les tests …Par contre, tous affirment « Le maximum est atteint pour x=10 et y=10. »

La production de cet élève est intéressante :



$80 = 4 \times 5 \times 0,8 + 4x \times 0,8 + 4y \times 0,8$

$80 = 16 + 3,2x + 3,2y$

$\boxed{3,2x + 3,2y = 64€} \longrightarrow \boxed{x + 3,2y = 20€}$

$\boxed{x + y = 6,25€}$

$\boxed{y = 6,25 - x}$

donc : $V = (6,25 - x) \times x \times 5$

$= (6,25 - x) \times 5x$

$= 6,25 \times 5x - x \times 5x$

$V = 31,25x - 5x^2$

Elle modélise parfaitement la fonction Volume en fonction de l'unique variable x … et à mon grand désespoir n'a pas pris l'initiative de « tracer » la fonction sur sa calculatrice !

Vu sa production, cette élève voulait solutionner son problème de façon ALGEBRIQUE … sauf que traduire un maximum ne s'écrit pas à l'aide d'une équation … Elle n'a pas pensé à changer de registre (compétence C2). Du coup, elle est restée « bloquer ».

Bilan :

- Aucune utilisation pertinente des TICE : la pratique en **AMONT** des outils tableur, logiciels de géométrie dynamique doit donc être **motivée par la résolution de problème**. Une utilisation uniquement « technique » des logiciels à travers une « check list » n'apporte aucune plus value dans le travail de la compétence C1 – Chercher, s'engager dans une démarche de façon autonome.
- La pratique régulière des problèmes ouverts et plus généralement du questionnement ouvert est nécessaire pour développer chez l'élève une appétence à la résolution du problème … il n'y a pas qu'une seule méthode de résolution ! Toutes les méthodes sont valables … il n'y a pas que la méthode « experte » qui est la « meilleure méthode » ! Le questionnement ouvert permet justement des échanges riches dans les classes … et permet à TOUS les élèves de s'exprimer et de s'impliquer.

Classe de M.BONIN – 35 élèves

Le début de séance est beaucoup plus laborieux …
« C’est quoi ce problème ? » … « Tu as vu il y a qu’une question ? »
On manque d’appétence … On n’a pas « envie de résoudre » ce problème.

Du coup … on attend !

Interrogations :

- Le problème n’est surement pas assez concret pour ces élèves
- Les élèves n’ont pas l’habitude d’avoir autant de liberté dans un exercice … on n’indique pas comment trouver la solution … on n’est pas guidé …

Peu d’élèves progressent efficacement dans la recherche du problème.

Une dizaine d’élèves de la classe arrivent également à la relation :

$$x+y=20$$

Deux productions sont intéressantes :

- Construire un tableau à double entrée

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
2	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
3	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
4	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
5	25	50	75	100	125					
6	30	60	90	120	150	180				
7	35	70	105	140	175		175			
8	40	80	120	160				200		
9	45	90	135	180					225	
10	50	100	150	200						250

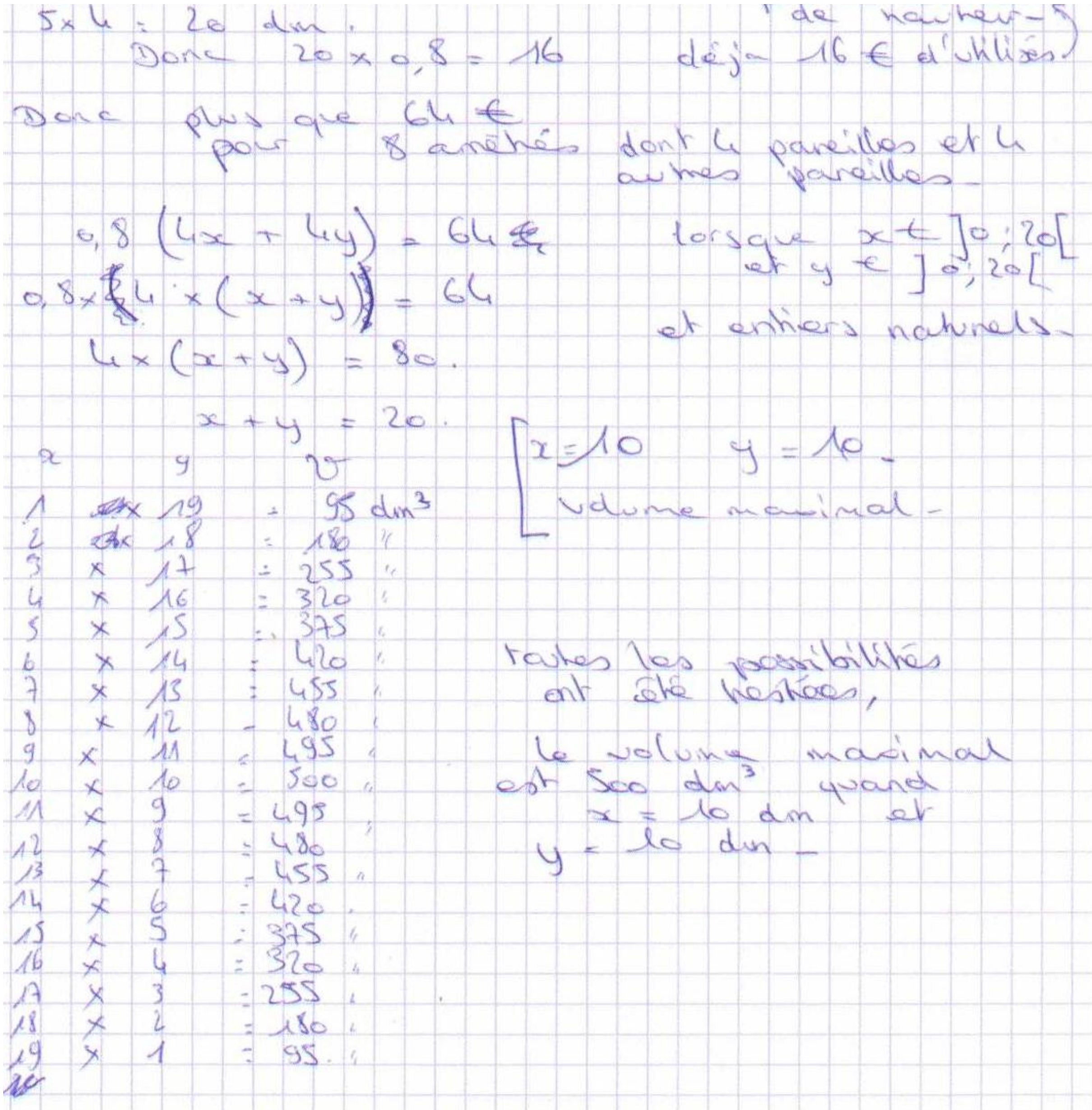
Cet élève n’a pas réussi à trouver la relation x+y=20. Il remplit donc le tableau de tous les volumes possibles (ou presque !!!) …. Tous les calculs sont effectués à la calculatrice. Après discussion avec cet élève … « Et si tu avais un ordinateur, tu ne pourrais pas être plus efficace ? » Il m’a répondu qu’il ne voit pas comment remplir un tableau avec un ordinateur.

x	y	prix	volume
1	1	= 3,2	1 × 19 × 5 = 95
2	2	= 6,4	2 × 18 × 5 = 180
3	3	= 9,6	3 × 17 × 5 = 255
4	4	= 12,8	4 × 16 × 5 = 320
5	5	= 16	5 × 15 × 5 = 375
6	6	= 19,2	6 × 14 × 5 = 420
7	7	= 22,4	7 × 13 × 5 = 455
8	8	= 25,6	8 × 12 × 5 = 480
9	9	= 28,8	9 × 11 × 5 = 495
10	10	32	10 × 10 × 5 = 500
11	11	= 35,2	
12	12	= 38,4	
13	13	= 41,6	2 x 19 x 5 = 6,4 + 60,8 +
14	14	= 44,8	16 = 83,2 ≠ 80
15	15	= 48	
16	16	= 51,2	
17	17	= 54,4	
18	18	= 57,6	
19	19	= 60,8	

Le volume est maximal quand x et y mesure 10 dm ce qui donne un volume de 500 dm3.

Après questionnement cet élève est persuadé qu’elle a terminé le problème…

Enfin une élève (la meilleure élève de la classe) résout le problème :



$5 \times 4 = 20$ dm. (de hauteur = 5)

Donc $20 \times 0,8 = 16$ (déjà 16 € d'utilisés)

Donc plus que 64 € pour 8 arêtes dont 4 pareilles et 4 autres pareilles.

$0,8\,(4x + 4y) = 64$ € lorsque $x \in \,]0\,;20[$ et $y \in \,]0\,;20[$ et entiers naturels.

$0,8 \times [4 \times (x + y)] = 64$

$4 \times (x + y) = 80.$

$x + y = 20.$

$x = 10$ $y = 10$. volume maximal.

x		y		V
1	×	19	=	95 dm³
2	×	18	=	180 "
3	×	17	=	255 "
4	×	16	=	320 "
5	×	15	=	375 "
6	×	14	=	420 "
7	×	13	=	455 "
8	×	12	=	480 "
9	×	11	=	495 "
10	×	10	=	500 "
11	×	9	=	495 "
12	×	8	=	480 "
13	×	7	=	455 "
14	×	6	=	420 "
15	×	5	=	375 "
16	×	4	=	320 "
17	×	3	=	255 "
18	×	2	=	180 "
19	×	1	=	95. "
~~20~~				

Toutes les possibilités ont été testées, le volume maximal est 500 dm³ quand $x = 10$ dm et $y = 10$ dm.

Bilan :

- **Il est nécessaire de pratiquer en AMONT et régulièrement le questionnement ouvert avec les élèves pour qu'une séance de problème ouvert soit efficace pour <u>l'ensemble de la classe.</u>**
- **La pratique des TICE doit être motivée par la résolution d'un problème. Ce travail effectué en AMONT apporte alors des « outils » pour expérimenter, chercher …**
- **Il est nécessaire également en AMONT d'habituer les élèves à changer de registre face à un problème.**