

# Nombres de somme 300

## TraAM - Problèmes ouverts, Apport des outils numériques

Cette activité fait partie d'un ensemble de ressources produites dans l'académie de Toulouse dans le cadre des TRAAMS 2013-2014 sur le thème : Problèmes ouverts, les apports des outils numériques ».

La synthèse de la réflexion menée à Toulouse est disponible sur le site académique.

Il ressort que pour que des élèves soient capables de s'engager dans la résolution d'un problème ouvert, il est nécessaire que l'enseignant ait développé chez lui des cultures,

Culture de ce type de questionnement : le premier problème ouvert est toujours un peu difficile pour beaucoup d'élèves ; une habitude de questions plus ouvertes pour lesquelles ils auront dû prendre des initiatives permet d'aplanir cette difficulté. Nous proposons donc quelques activités proposant ce type de questionnement.

Culture de la modélisation : apprendre à se poser les questions.

Culture de la démarche algorithmique pour résoudre des problèmes.

Culture aussi de l'utilisation d'outils numériques pour résoudre des problèmes.

Il s'agit ici d'un compte rendu d'expérimentation sur un problème ouvert, en classe de 4<sup>ème</sup>.

## Sujet :

La somme de deux nombres est 300.

De combien augmente leur produit lorsque chaque nombre augmente de 7 ?

## Déroulement :

4<sup>e</sup>3 : Problème donné en classe entière en salle informatique.

Les élèves travaillent par binômes et ont un ordinateur à leur disposition.

Tous les outils, notamment les outils en ligne sont autorisés.

La production, soit un document écrit à la main, soit un document numérique que les élèves peuvent rendre en ligne sur l'ENT, est à remettre une semaine après, les élèves restituant un devoir par binôme.

La classe est filmée pendant la séance (cf. modèle autorisation parentale, annexe 1).

Vidéo visible à l'adresse : <http://youtu.be/QRNRQtK2V-M>.

Quelques productions d'élèves visibles en annexe (annexes 2 et 8)

4<sup>e</sup>4 : Problème donné en classe (pas d'informatique).

La calculatrice est autorisée.

Les élèves travaillent par binômes (avec l'élève qui se trouve habituellement à côté en classe).

Le travail est à rendre une semaine après (soit manuscrit, soit numérique remis en ligne via l'ENT).

La classe est filmée pendant la séance.

Vidéo visible à l'adresse : <http://youtu.be/MS1qRSMFXis>.

Quelques productions d'élèves visibles en annexe (annexes 4 ; 5 et 6)

4<sup>e</sup>2 : Le sujet est montré aux élèves en classe puis débattu et commenté. Quelques explications sont données aux élèves qui ne comprennent pas le sujet. Les élèves doivent chercher à la maison et rendre le travail une semaine plus tard, ce travail pouvant être considéré comme un devoir maison (remise en ligne possible via l'ENT pour les documents numériques). Quelques productions d'élèves visibles en annexe (annexes 3 et 7)

#### **Les impressions du professeur :**

Hormis la difficulté pour entrer dans l'exercice et bien comprendre la consigne, difficulté contournée après quelques explications aux élèves, cette activité a été très intéressante. En effet, les élèves ont beaucoup calculé, que ce soit du calcul mental, du calcul « à la main » ou encore du calcul instrumenté ce qui était le principal objectif. La séance la plus riche fut celle au cours de laquelle les élèves avaient droit à tous les outils en salle informatique, beaucoup d'entre eux ayant utilisé le tableur en comparaison avec les autres classes. Cette activité est très intéressante car les élèves arrivent assez rapidement à l'émission d'une conjecture que certains ont même essayé de démontrer. Les élèves ont fait preuve d'enthousiasme pour ce type d'activité et ont d'ailleurs demandé si l'on en ferait bientôt d'autres...

#### **Activités prévues en aval :**

Il est prévu de revenir sur cette activité lorsque le chapitre sur le calcul littéral aura été vu afin que les élèves travaillent sur une traduction du problème avec des écritures littérales puis, lorsque le chapitre sur les équations aura été vu, résoudre le problème en résolvant une équation.

Boulevard Leo Lagrange

31270 CUGNAUX

Droit à l'image

Autorisation à des fins pédagogiques et éducatives

Nous soussignés (Nom, prénom, adresse)

.....  
.....

Autorisons – n'autorisons pas (rayer la mention inutile)

M.ACED, professeur de mathématiques de la classe de 4e ..... à laquelle appartient notre enfant :

(Nom, prénom).....

Scolarisé en classe de.....

à filmer et publier ces images sur l'espace numérique de travail du collège (partie privative) afin de montrer leurs travaux aux autres élèves du collège et à exploiter ces images dans le cadre de travaux de recherche sur l'enseignement.

Date et signature : .....

Nous soussignés (Nom, prénom, adresse)

.....  
.....

Autorisons – n'autorisons pas (rayer la mention inutile)

M.ACED, professeur de mathématiques de la classe de 4e ..... à laquelle appartient notre enfant :

(Nom, prénom).....

Scolarisé en classe de.....

à filmer et publier ces images sur l'espace numérique de travail du collège (partie privative) afin de montrer leurs travaux aux autres élèves du collège et à exploiter ces images dans le cadre de travaux de recherche sur l'enseignement.

Date et signature :.....

(Gabriel et Inès 4<sup>e</sup>3)                      Devoir de mathématiques                      **(ANNEXE 2)**

La somme de deux nombres entiers est 300.

De combien augmente leur produit quand chaque nombre augmente de 7 ?

Exemples :

Avec des nombres entiers :

$$210 + 90 = 300$$

$$210 \times 90 = 18\,900$$

$$(210 + 7) \times (90 + 7) = 217 \times 97 = 21\,049$$

$$21\,049 - 18\,900 = \underline{2\,149}$$

Avec des nombres décimaux :

$$299,9 + 0,1 = 300$$

$$299,9 \times 0,1 = 29,99$$

$$(299,9 + 7) \times (0,1 + 7) = 306,9 \times 7,1 = 2\,178,99$$

$$2\,178,99 - 29,99 = \underline{2\,149}$$

Avec des nombres relatifs :

$$-1 + 301 = 300$$

$$-1 \times 301 = -301$$

$$(-1 + 7) \times (301 + 7) = 6 \times 308 = 1\,848$$

$$1\,848 - (-301) = 1\,848 + 301 = \underline{2\,149}$$

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres dont la somme est 300 .

Si on augmente ces nombres de 7 chacun, leur produit devient :

$$(a + 7) \times (b + 7) .$$

Le produit a donc augmenté de :

$$(a + 7) \times (b + 7) - a \times b = a \times b + a \times 7 + 7 \times b + 7 \times 7 - a \times b$$

$$= 7 \times (a + b) + 49$$

$$= 7 \times 300 + 49$$

$$= 2\,100 + 49$$

$$= 2\,149$$

Quelles que soit les valeurs de  $a$  et  $b$ , le produit augmente toujours de 2 149 .

Djifa A.4<sup>c2</sup>

DEVOIR MAISON

(ANNEXE 3)

La somme de deux nombres est 300.

De combien augmente leur produit quand chaque nombre augmente de 7 ?

| x      | y      | x+y | xy        | x+7    | y+7    | (x+7)*(y+7) | Différence des produits |
|--------|--------|-----|-----------|--------|--------|-------------|-------------------------|
| 299    | 1      | 300 | 299       | 306    | 8      | 2448        | 2149                    |
| 150,5  | 149,5  | 300 | 22499,75  | 157,5  | 156,5  | 24648,75    | 2149                    |
| 600    | -300   | 300 | -180000   | 607    | -293   | -177851     | 2149                    |
| 200    | 100    | 300 | 20000     | 207    | 107    | 22149       | 2149                    |
| 289,2  | 10,8   | 300 | 3123,36   | 296,2  | 17,8   | 5272,36     | 2149                    |
| -38    | 338    | 300 | -12844    | -31    | 345    | -10695      | 2149                    |
| -6700  | 7000   | 300 | -46900000 | -6693  | 7007   | -46897851   | 2149                    |
| 150    | 150    | 300 | 22500     | 157    | 157    | 24649       | 2149                    |
| 142,75 | 157,25 | 300 | 22447,44  | 149,75 | 164,25 | 24596,44    | 2149                    |
| 59,98  | 240,02 | 300 | 14396,4   | 66,98  | 247,02 | 16545,4     | 2149                    |

Quand les deux valeurs augmentent de sept, leur produit augmente de 2149.

La somme de deux nombres est 300.

De combien augmente leur produit quand chaque nombre augmente de 7 ?

on a essayÈs:

1)  $160+140=300$

$160 \times 140 = 22\,400$  } le tout a augmenter de 2 149.

$167 \times 147 = 24\,549$

2)  $135+165=300$

$135 \times 165 = 22\,275$  } = 2 149

$142 \times 172 = 24\,424$

3)  $150.1+149.9=300$

$150.1 \times 149.9 = 22\,499.99$  } = 2 149

$157.1 \times 156.9 = 24\,648.99$

4)  $450+(-150)=300$

$450 \times (-150) = -67\,500$  } = -2 149

$457 \times (-143) = -71\,749$

5)  $500.5+(-200.5)=300$

$500.5 \times (-200.5) = -100\,350.25$  } = -2 149

$507.5 \times (-193.5) = -98\,201.25$

HYPOTHESE:

Nous avons essayÈs des exemples de diffÈrents calculs et nous avons remarquer que la somme des deux produits est toujours Ègale  $\mp$  2 149 ou -2 149.

**RECHERCHE AVEC :**

- deux nombres positifs :

$$100 + 200 = 300$$

$$100 \times 200 = 20\,000$$

$$107 \times 207 = 22\,149$$

$$22\,149 - 20\,000 = 2\,149$$

- deux nombres décimaux positifs :

$$255,5 + 44,5 = 300$$

$$255,5 \times 44,5 = 11\,369,75$$

$$262,5 \times 51,5 = 13\,518,75$$

$$13\,518,75 - 11\,369,75 = 2\,149$$

- deux nombres de signes différents :

$$-83 + 383 = 300$$

$$-83 \times 383 = -31\,789$$

$$-76 \times 390 = -29\,640$$

$$-29\,640 - (-31\,789) = 2\,149$$

- deux nombres négatifs :

impossible

- deux nombres décimaux de signe différents :

$$-68,7 + 368,7 = 300$$

$$-68,7 \times 368,7 = -25\,329,69$$

$$-61,7 \times 375,7 = -23\,180,69$$

$$-23\,180,69 - (-25\,329,69) = 2\,149$$

En testant avec la calculatrice, puis avec excel, on trouve toujours le même résultat : **2 149**.

**RECHERCHE SUR LE RESULTAT : 2 149**

On a cherché quelque chose avec 7 puisqu'on ajoute 7 au départ.

$$2\,149 = 7 \times 307$$

$$307 = 300 + 7$$

$$\mathbf{2149 = 7 \times (300 + 7)}$$

On retrouve le 300 et le 7 donnés au départ.

Séance "Problème ouvert" :

La somme de deux nombres est 300.

De combien augmente leur produit quand chaque nombre augmente de 7 ?

Nos exemples :

$$150+150=300 \quad 150 \times 150=22\,500 \quad 157 \times 157=24\,649 \quad 24\,649-22\,500=2\,149$$

$$107+193=300 \quad 107 \times 193=20\,651 \quad 114 \times 200=22\,800 \\ 22\,800-20\,651=2\,149$$

$$5+295=300 \quad 5 \times 295=1\,475 \quad 12 \times 302=3\,624 \\ 3\,624-1\,475=2\,149$$

$$400+(-100)=300 \quad 400 \times (-100)=-40\,000 \quad 407 \times (-93)=-37\,851 \\ -37\,851-(-40\,000)=2\,149$$

$$393+(-93)=300 \quad 393 \times (-93)=-36\,549 \quad 400 \times (-86)=-34\,400 \\ -34\,400-(-36\,549)=2\,149$$

On observe que le produit est toujours égale à 2 149.

On en conclue que si on additionne de nombre relatif et que la somme est égale à 300 et qu'on les augmente leur produit de 7, le produit est égale à 2 149.

|                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>           ) CAMEO<br/>           Engueuend<br/>           ) 402         </p>                                                                                                                                                    | <p>           Deven en maison         </p>                                                  |
| <hr/>                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                             |
| <p>           ) Si somme de 2 membres est 300.<br/>           ) De combien augmente leur produit quand chaque membre augmente de 7.         </p>                                                                                    |                                                                                             |
| <p>           ) <math>280 + 20 = 300</math><br/> <math>280 \times 20 = 5600</math> </p>                                                                                                                                             | <p> <math>287 \times 27 = 7749</math><br/> <math>7749 - 5600 = 2149</math> </p>             |
| <p>           ) <math>-300 + 600 = 300</math><br/> <math>-300 \times 600 = -180000</math> </p>                                                                                                                                      | <p> <math>-297 \times 607 = 177851</math><br/> <math>-177851 - (-180000) = 2149</math> </p> |
| <p>           ) <math>300 + 0 = 300</math><br/> <math>300 \times 0 = 0</math> </p>                                                                                                                                                  | <p> <math>307 \times 7 = 2149</math><br/> <math>2149 - 0 = 2149</math> </p>                 |
| <p>           ) Quant on augmente de 7 chaque nombre d'une somme égal à 300, leur produit augmente obligatoirement de 2149. Même si la somme contient un nombre nul, ou si la somme contient un positif et un négatif.         </p> |                                                                                             |

|    | A   | B   | C   | D     | E   | F   | G     | H    |
|----|-----|-----|-----|-------|-----|-----|-------|------|
| 1  | 150 | 150 | 300 | 22500 | 157 | 157 | 24649 | 2149 |
| 2  | 151 | 149 | 300 | 22499 | 158 | 156 | 24648 | 2149 |
| 3  | 152 | 148 | 300 | 22496 | 159 | 155 | 24645 | 2149 |
| 4  | 153 | 147 | 300 | 22491 | 160 | 154 | 24640 | 2149 |
| 5  | 154 | 146 | 300 | 22484 | 161 | 153 | 24633 | 2149 |
| 6  | 155 | 145 | 300 | 22475 | 162 | 152 | 24624 | 2149 |
| 7  | 156 | 144 | 300 | 22464 | 163 | 151 | 24613 | 2149 |
| 8  | 157 | 143 | 300 | 22451 | 164 | 150 | 24600 | 2149 |
| 9  | 158 | 142 | 300 | 22436 | 165 | 149 | 24585 | 2149 |
| 10 | 159 | 141 | 300 | 22419 | 166 | 148 | 24568 | 2149 |
| 11 | 160 | 140 | 300 | 22400 | 167 | 147 | 24549 | 2149 |
| 12 | 161 | 139 | 300 | 22379 | 168 | 146 | 24528 | 2149 |
| 13 | 162 | 138 | 300 | 22356 | 169 | 145 | 24505 | 2149 |
| 14 | 163 | 137 | 300 | 22331 | 170 | 144 | 24480 | 2149 |
| 15 | 164 | 136 | 300 | 22304 | 171 | 143 | 24453 | 2149 |
| 16 | 165 | 135 | 300 | 22275 | 172 | 142 | 24424 | 2149 |
| 17 | 166 | 134 | 300 | 22244 | 173 | 141 | 24393 | 2149 |
| 18 | 167 | 133 | 300 | 22211 | 174 | 140 | 24360 | 2149 |
| 19 | 168 | 132 | 300 | 22176 | 175 | 139 | 24325 | 2149 |
| 20 | 169 | 131 | 300 | 22139 | 176 | 138 | 24288 | 2149 |
| 21 | 170 | 130 | 300 | 22100 | 177 | 137 | 24249 | 2149 |
| 22 | 171 | 129 | 300 | 22059 | 178 | 136 | 24208 | 2149 |
| 23 | 172 | 128 | 300 | 22016 | 179 | 135 | 24165 | 2149 |
| 24 | 173 | 127 | 300 | 21971 | 180 | 134 | 24120 | 2149 |
| 25 | 174 | 126 | 300 | 21924 | 181 | 133 | 24073 | 2149 |
| 26 | 175 | 125 | 300 | 21875 | 182 | 132 | 24024 | 2149 |
| 27 | 176 | 124 | 300 | 21824 | 183 | 131 | 23973 | 2149 |
| 28 | 177 | 123 | 300 | 21771 | 184 | 130 | 23920 | 2149 |
| 29 | 178 | 122 | 300 | 21716 | 185 | 129 | 23865 | 2149 |
| 30 | 179 | 121 | 300 | 21659 | 186 | 128 | 23808 | 2149 |
| 31 | 180 | 120 | 300 | 21600 | 187 | 127 | 23749 | 2149 |
| 32 | 181 | 119 | 300 | 21539 | 188 | 126 | 23688 | 2149 |
| 33 | 182 | 118 | 300 | 21476 | 189 | 125 | 23625 | 2149 |
| 34 | 183 | 117 | 300 | 21411 | 190 | 124 | 23560 | 2149 |
| 35 | 184 | 116 | 300 | 21344 | 191 | 123 | 23493 | 2149 |
| 36 | 185 | 115 | 300 | 21275 | 192 | 122 | 23424 | 2149 |
| 37 | 186 | 114 | 300 | 21204 | 193 | 121 | 23353 | 2149 |
| 38 | 187 | 113 | 300 | 21131 | 194 | 120 | 23280 | 2149 |
| 39 | 188 | 112 | 300 | 21056 | 195 | 119 | 23205 | 2149 |
| 40 | 189 | 111 | 300 | 20979 | 196 | 118 | 23128 | 2149 |
| 41 | 190 | 110 | 300 | 20900 | 197 | 117 | 23049 | 2149 |
| 42 | 191 | 109 | 300 | 20819 | 198 | 116 | 22968 | 2149 |
| 43 | 192 | 108 | 300 | 20736 | 199 | 115 | 22885 | 2149 |
| 44 | 193 | 107 | 300 | 20651 | 200 | 114 | 22800 | 2149 |
| 45 | 194 | 106 | 300 | 20564 | 201 | 113 | 22713 | 2149 |
| 46 | 195 | 105 | 300 | 20475 | 202 | 112 | 22624 | 2149 |
| 47 | 196 | 104 | 300 | 20384 | 203 | 111 | 22533 | 2149 |
| 48 | 197 | 103 | 300 | 20291 | 204 | 110 | 22440 | 2149 |
| 49 | 198 | 102 | 300 | 20196 | 205 | 109 | 22345 | 2149 |
| 50 | 199 | 101 | 300 | 20099 | 206 | 108 | 22248 | 2149 |
| 51 | 200 | 100 | 300 | 20000 | 207 | 107 | 22149 | 2149 |
| 52 | 201 | 99  | 300 | 19899 | 208 | 106 | 22048 | 2149 |
| 53 | 202 | 98  | 300 | 19796 | 209 | 105 | 21945 | 2149 |
| 54 | 203 | 97  | 300 | 19691 | 210 | 104 | 21840 | 2149 |
| 55 | 204 | 96  | 300 | 19584 | 211 | 103 | 21733 | 2149 |
| 56 | 205 | 95  | 300 | 19475 | 212 | 102 | 21624 | 2149 |
| 57 | 206 | 94  | 300 | 19364 | 213 | 101 | 21513 | 2149 |
| 58 | 207 | 93  | 300 | 19251 | 214 | 100 | 21400 | 2149 |
| 59 | 208 | 92  | 300 | 19136 | 215 | 99  | 21285 | 2149 |
| 60 | 209 | 91  | 300 | 19019 | 216 | 98  | 21168 | 2149 |
| 61 | 210 | 90  | 300 | 18900 | 217 | 97  | 21049 | 2149 |
| 62 | 211 | 89  | 300 | 18779 | 218 | 96  | 20928 | 2149 |
| 63 | 212 | 88  | 300 | 18656 | 219 | 95  | 20805 | 2149 |
| 64 | 213 | 87  | 300 | 18531 | 220 | 94  | 20680 | 2149 |
| 65 | 214 | 86  | 300 | 18404 | 221 | 93  | 20553 | 2149 |