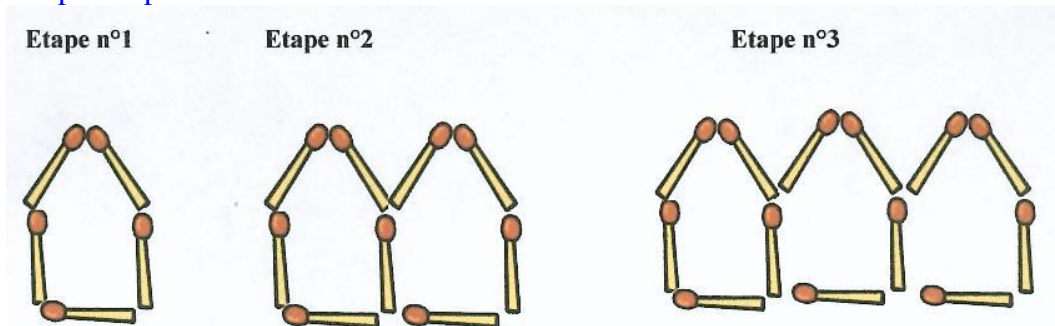


# LES ALLUMETTES

## L'activité proposée :

Issue d'une suite de situation à étudier dans le cadre d'une première rencontre des suites et que l'on reprend ici dans un autre contexte.

On représente par étape des maisons à l'aide d'allumettes comme cela est fait ci-dessous



- Combien faudra-t-il d'allumettes aux étapes n°4 et n°10 ? Répondre sans faire de dessin. Vérifier si vous aviez trouvé le bon nombre
- Combien d'allumettes faudra-t-il à l'étape n° 2007 ?
- Comment exprimer le nombre d'allumettes pour une étape quelconque ?

## Objectifs de l'activité :

Montrer l'intérêt du recours aux écritures littérales (pour rendre compte du cas « quelconque »).

Montrer l'intérêt du développement et de la réduction (pour valider les différentes expressions littérales trouvées).

Pré-requis : avoir mis en place avec les élèves le recours au contre-exemple comme forme de raisonnement et donc posé le principe que la vérification sur quelques exemples d'une propriété ne suffit pas à en assurer la vérité (sauf à avoir examiné tous les cas possibles).

## Organisation de la séance : (comme un problème de recherche)

- Cette activité prend tout son intérêt si on la propose en introduction du calcul littéral
- Travail individuel de quelques minutes (pour s'approprier le problème).
- Travail par groupes de 2 ou de 4. La formation des groupes, ainsi que le choix d'un rapporteur revient éventuellement à l'enseignant.
- Une consigne claire de la trace écrite attendue est donnée oralement (feuille de recherche individuelle + trace écrite commune).
- Après le temps de recherche le rapporteur de chaque groupe devra présenter et argumenter à la classe sa solution.
- La validation (ou l'invalidation) des solutions proposées repose sur les procédures de comptage (détaillées ci-dessous).
- L'enseignant fait alors émerger la nécessité de démontrer l'égalité de ces nombres et donc l'unicité de la solution : on utilise le calcul littéral.
- Une trace écrite des diverses démonstrations sera prévue dans la partie leçon et précèdera l'institutionnalisation.

## Des éléments pour l'analyse a priori de la situation :

### Des résultats corrects :

$$4n + 1 :$$

✕ Cette réponse peut provenir du raisonnement suivant, lié à un tableau que les élèves peuvent réaliser : les nombres de la colonne de droite sont à un près les nombres de la colonne de gauche multipliés par quatre.

✕ Un autre procédé peut être obtenu en repérant la répétition du motif suivant :



On constate que ce motif possède quatre allumettes à chaque étape, donc à l'étape  $n$  on obtient  $4n$  allumettes, il reste à ajouter l'allumette gauche de la première étape pour obtenir la formule voulue.

$$4(n - 1) + 5 :$$

✕ Le motif de la première étape comporte cinq allumettes, les  $n - 1$  motifs des  $n - 1$  autres étapes comportent eux quatre allumettes, d'où la formule.

$$5n - (n - 1) :$$

✕ Pour une étape une maison est constituée de cinq allumettes. Puis pour chaque étape, sauf pour la première, on enlève l'allumette commune à deux étapes.

$$n + 2n + 2n - (n - 1) :$$

✕ On compte tous les planchers des  $n$  étapes, il y a un plancher à chaque étape donc on a  $n$  planchers. Puis, on compte le nombre de toits des  $n$  étapes, il a deux allumettes pour chaque toit par étapes donc on a  $2n$  allumettes pour les toits. Ensuite, on compte le nombre de murs, il y a deux murs par étape donc on a  $2n$  murs. Enfin on soustrait le nombre de murs mitoyens, il y a des murs mitoyens à chaque étape sauf la première on a donc  $n - 1$  murs mitoyens.

$$n + 2n + n + 1 :$$

✕ Il y a  $n$  allumettes pour les planchers,  $2n$  pour les toits et  $(n + 1)$  pour les murs.

### Des résultats faux possibles :

$5n$  : On ne prend pas en compte les murs mitoyens, on les compte deux fois.

$4n$  : On prend en compte les murs mitoyens, mais on oublie de compter l'allumette de gauche de la première étape. On oublie de compter les murs mitoyens mais on compte le toit comme une seule allumette.

$5n - n$  : On compte les allumettes pour une étape puis on enlève les murs mitoyens mais on oublie d'ajouter l'allumette gauche de la première étape.

### Quelques remarques des stagiaires :

- Cette activité peut être menée dès la 5<sup>e</sup>, mais la phase démonstration se limitera aux expressions  $4n+1$  ;  $4(n-1)+5$  ;  $n+2n+n+1$  ;

Dans un premier temps, les élèves peuvent donner le résultat à l'aide de mots (« 4 fois le numéro de l'étape + 1 » )

Le rôle de l'enseignant sera de les amener vers la formule correspondante.

- L'égalité avec l'expression  $5n-(n-1)$  ne sera démontrée qu'en 4<sup>e</sup>
- Un intérêt peut être de mettre en évidence différentes écritures algébriques d'un même nombre.
- Un prolongement pourra être fait en 3<sup>e</sup> pour l'introduction des fonctions et de la notion de variable.
- Une suite peut être proposée aux élèves avec un autre type de question : « combien de maisons peut-on construire avec 500 allumettes ? ». On aborde ainsi le second volet du calcul littéral : les équations.