

Pour apprendre à démontrer

Deux défauts trop fréquents :

- premièrement : croire que la démonstration est la seule, la plus noble des formes de la preuve : les travaux d'ARSAC et associés à Lyon, de BALACHEFF à Grenoble ont notamment mis cela en évidence, il y a de multiples formes de preuve, parmi elles la démonstration ...
- deuxièmement : croire que le produit fini, montré dans sa splendeur, est le ressort majeur pour apprendre et son corollaire en termes d'exigences immédiates (ah ! ça les démange d'évaluer !) ... Je vous épargne quelque référence didactique ...

Trois gestes professionnels importants :

1- travailler **la signification** de la notion de démonstration (c'est justement ce qui aide l'élève à percevoir qu'elle est forme de preuve parmi d'autres) ; ceci est indispensable pour beaucoup et nécessaire longtemps (j'ai des expériences personnelles d'enseignant en lycée très nettes, on est aisément piégé par ce manque de discernement). Je me demande même si Wiles ...

Quels exercices font cela ? Des exercices qui installent un conflit de formes de preuves (en gros : voir / mesurer / démontrer) ; je parle souvent de la proposition 43 d'Euclide mais le triangle à côtés 4, 5, 9 ou ... La géométrie dans l'espace où l'oeil souvent me trompe ...

2- travailler **l'invention** de démonstrations : le parcours qu'est une démonstration est objet de travail, il ne tombe pas du ciel ...

Quels exercices font cela ? Sûrement pas des exercices trop fermés dans lesquels toutes les étapes sont fournies ... Les démonstrations d'énoncés de cours sont un lieu privilégié, on cherche **avec** la classe ... Evidemment cela engage des pratiques pédagogiques ad hoc ... (voir atelier 2).

Ce n'est pas cela qui fait perdre du temps, c'est ... le temps !

3- travailler **la technique** : c'est plus courant, quoique ... ! S'attache-t-on suffisamment à imaginer des travaux un peu alternatifs et non seulement des travaux de rédaction (recherche du pur produit) ; il y a des instruments divers qui accompagnent le geste professionnel afin que les élèves analysent le pas déductif, les enchaînements de pas ...

Il y a dans la brochure « Mathématiques au Collège » de janvier 2000 quelques pages réellement fondamentales là dessus ; le site de Bordeaux vient de publier un compte rendu qui s'inspire comme la brochure des travaux sérieux et profonds des lyonnais (MANTE, ARSAC), des alsaciens (DUVAL), des poitevins (plus anciennement), des parisiens (BARBIN et ses remarquables études de la démonstration dans l'Histoire !).

Quelques recommandations majeures :

- **bâtir** la démonstration : c'est cela qui est d'abord en question dans toute démonstration d'énoncé de cours (**avec** la classe), mis en évidence pour les aires par médianes dans l'atelier ... On rédige après !
- **écrire** ... Après avoir trouvé ! Mais écrire avec économie, dosage de niveaux de rigueur pardi ! ... Ceci n'est jamais figé, cernable, ni totalement contractualisable ...
- **étudier** ... C'est important de considérer que les démonstrations d'énoncés de cours sont des modèles où on va repérer des traits d'invention, des comportements, des "longues chaînes déductives" (DESCARTES) (ah oui ! C'est vrai parce que et parce que et parce que et parce que ... Le tissage des Mathématiques !). On va repérer des formes de raisonnement, peu à peu les nommer, les classer (en Cinquième, en soi elles ne sont pas attendues au sens d'exigibles ... Attention). Bref on regarde comment c'est possible, comment cela se fait, ... a posteriori parce qu'on ne peut le faire le jour même du grand moment où on a trouvé. On met en valeur peu et

bien. (Je me souviens de la première rencontre avec la démonstration de l'irrationalité de racine carrée de 2 ...).

- **installer** ... Ces quelques démonstrations écrites sont clairement visibles quelque part dans le cahier. L'étude n'est pas dans l'ordre de l'évaluation-contrôle, c'est un comportement d'étude que l'on provoque par un geste professionnel délibéré parce qu'on a compris qu'il a une portée ...

Résumons : travailler **la signification**, travailler **la technique**, travailler **l'invention**, ... **bâtir, écrire, étudier, installer** ...

Dès lors l'intrusion nouvelle dans ce cadre de démonstrations en calcul ne fait que fortifier ces intentions :

- question du statut des nombres au regard de la signification des démonstrations
- nouvelles formes d'invention et de technique
- extension de cette pratique au champ numérique, en fait à la totalité du territoire mathématique ...
- opportunité de formes de raisonnements moins visibles si on en reste au géométrique ... Et qu'on pourra mettre en évidence
- comportements de recherche suscités, notamment les essais ...