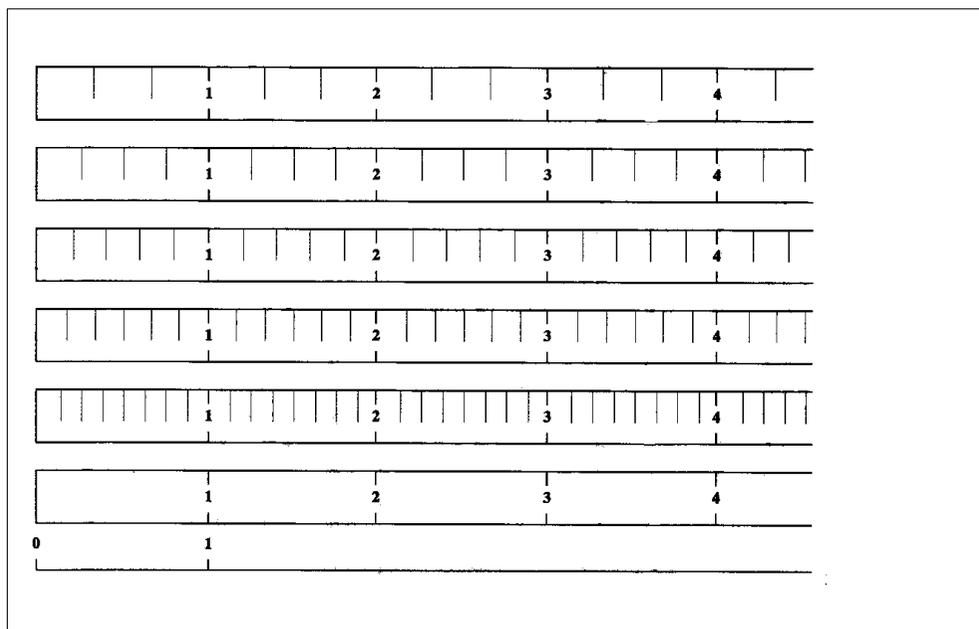


I- D'après ERMEL 5°, INRP 1993

- 1) Travail à la maison : on donne les nombres 3; 4; 6; 12. Trouver toutes les fractions qu'on peut écrire en n'utilisant que ces nombres comme numérateurs et dénominateurs. Indiquer, parmi ces fractions obtenues, celles qui sont plus grandes que $\frac{4}{6}$.
- 2) Séance suivante:
 - a) correction du travail à la maison. La liste de fractions trouvées par les élèves est complétée s'il y a lieu.
 - b) Il s'agit, en conjecturant et en utilisant une représentation géométrique des fractions de retrouver les résultats du cours de 6° relatifs aux quotients et à leurs écritures fractionnaires.

Matériel : bandes graduées et calculatrices.



On demande d'abord aux élèves de conjecturer. Parmi les seize fractions précédentes, certaines sont égales à des entiers. Lesquelles ? D'autres sont égales entre elles. Lesquelles ? Ensuite, on leur demande de placer les seize fractions sur les bandes graduées en tiers, quarts, sixièmes. Ils peuvent utiliser la bande vierge et la graduer en douzièmes. Enfin, ils placent toutes fractions sur la demi-droite graduée.

Les confrontations et la mise en commun permettent d'exhiber les règles suivantes:

$$\frac{a}{a} = 1 ; \frac{k \times a}{a} = k ; \frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b} \text{ et } \frac{a : k}{b : k} = \frac{a}{b}$$

La règle d'égalité des fractions pourra être énoncée « en acte »:

« Pour trouver une fraction égale à une fraction donnée, on peut multiplier son numérateur et son dénominateur par un même nombre ; on peut également les diviser par un même nombre ».

Réinvestissement: Place les fractions suivantes sur la demi-droite graduée de la feuille photocopiée:

$$\frac{24}{48} ; \frac{6}{8} ; \frac{12}{24} ; \frac{15}{20} ; \frac{12}{48} ; \frac{12}{9} ; \frac{12}{18} ; \frac{96}{48} ; \frac{100}{24}$$

II- D'après Triangle 5°; Hatier 2001

Écritures fractionnaires

1. Fleurs en mélange

Objectif 1

■ **Obstacle 1 :**

Trait et virgule.

Avant de corriger cette activité, on pourra demander à l'élève de vérifier la cohérence des réponses aux questions a/ et b/.

a/ Quelles sont les variétés de fleurs dont les bulbes ont le même diamètre ?

b/ Quelles sont les variétés dont les bulbes ont un diamètre plus grand que 1 cm ? plus petit que 1 cm ?



| Variété | Diamètre moyen du bulbe (en cm) |
|-----------|---------------------------------|
| Jacinthe | 4,5 |
| Anémone | 4 |
| | 5 |
| Glaïeul | 15 |
| | 4 |
| Lis | 45 |
| | 10 |
| Iris | 2,5 |
| Renoncule | 0,8 |

Objectif 2

■ **Obstacle 4 :**

Simplification abusive.

2. Ne passons pas à côté des fractions simplifiées ! > exercices 1 à 6 p. 29

a/ En deux minutes, trouver le plus possible de fractions égales à 0,25.

b/ Les égalités ci-dessous sont-elles vraies ?

$$(1) \frac{6}{18} = 3 ; \quad (2) \frac{6}{18} = \frac{2}{6} ; \quad (3) \frac{6}{18} = \frac{1}{3} ;$$

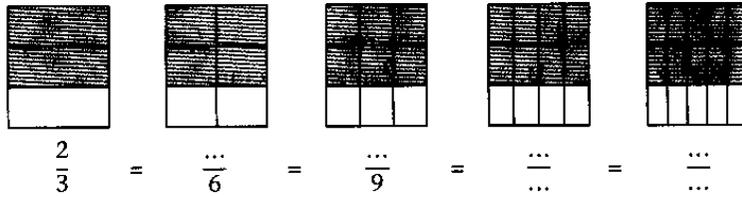
$$(4) \frac{6}{18} = \frac{6+2}{18 \cdot 2} ; \quad (5) \frac{6}{18} = \frac{6 \times 2}{18 \times 2} ; \quad (6) \frac{6}{18} = \frac{61}{181}$$

c/ Énoncer une règle qui permet d'obtenir une fraction égale à une fraction donnée.

RÉVISION ACTIVE

A. A partir de dessins

1. Regarder les dessins et compléter.



$$\frac{2}{3} = \frac{\dots}{6} = \frac{\dots}{9} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

2. Compléter : $\frac{2}{3} = \frac{2 \times \dots}{3 \times 2} = \frac{2 \times \dots}{3 \times \dots} = \frac{\dots \times 4}{\dots \times 4} = \frac{2 \times \dots}{\dots \times 5}$

B. En effectuant des divisions

1. Calculer les quotients suivants. Sont-ils égaux ?

$$a = \frac{30}{40} \quad b = \frac{21}{28} \quad c = \frac{333}{444} \quad d = \frac{4,5}{6}$$

2. Compléter : $a = \frac{3 \times \dots}{4 \times \dots}$ $b = \frac{3 \times \dots}{4 \times \dots}$ $c = \frac{\dots \times 111}{\dots \times 111}$ $d = \frac{\dots \times 1,5}{4 \times \dots}$

C. La règle

Faire une phrase en ordonnant les morceaux suivants.



et son dénominateur
 On ne change pas
 par un même nombre.
 quand on multiplie
 un quotient
 son numérateur

1 Fractions égales

1. Dans le collège de Roland, la durée des contrôles de mathématiques dépend du professeur.

Roland n'aime pas se presser et il voudrait bien avoir comme professeur celui qui laisse le plus de temps !

Pour comparer les durées du tableau ci-contre, il décide de les transformer en minutes.

Recopier et compléter :

| Nom | Durée d'un contrôle |
|--------------------|--------------------------|
| Monsieur Tuart | $\frac{3}{4}$ d'heure |
| Madame Sent | $\frac{75}{100}$ d'heure |
| Monsieur Nouze | $\frac{9}{12}$ d'heure |
| Mademoiselle Cingt | $\frac{15}{20}$ d'heure |
| Madame Rente | $\frac{45}{60}$ d'heure |

a. $\frac{3}{4}$ d'heure = min ;

b. $\frac{75}{100}$ d'heure = min ;

c. $\frac{9}{12}$ d'heure = min ; d. $\frac{15}{20}$ d'heure = min ; e. $\frac{45}{60}$ d'heure = min .

2. Que peut-on en déduire pour les fractions : $\frac{3}{4}$; $\frac{75}{100}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{15}{20}$ et $\frac{45}{60}$?

3. Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{3 \times \dots}{4 \times \dots} = \frac{75}{100}$; b. $\frac{3 \times \dots}{4 \times \dots} = \frac{9}{12}$; c. $\frac{3 \times \dots}{4 \times \dots} = \frac{15}{20}$; d. $\frac{3 \times \dots}{4 \times \dots} = \frac{45}{60}$

4. Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{7}{4} = \frac{7 \times 45}{4 \times \dots} = \dots$; b. $\frac{7}{4} = \frac{7 \times \dots}{4 \times 11} = \dots$

BILAN

Recopier et compléter :

On ne change pas la valeur d'un nombre fractionnaire en multipliant son et son par le même nombre.

| N° act | Qualités | Défauts | Quelles activités de l'élève ? | Que peut-on proposer dans le cadre des nouveaux programmes ? | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|-----|-------|---|-----|----|---------|----------|---|----|---|---|---|---|---|
| I | Tous vont démarrer l'activité Réinvestissement 6° : placer et comparer des fractions sur des bandes graduées Bonne visualisation de l'égalité des fractions Permet de faire des conjectures 2 cadres : graphiques et numériques Présence de fractions > 1 Travail démarré à la maison et terminé en classe Travail qui permet un débat en classe Activité non figée : prévoit uniquement la tâche du prof . | Lourd à mettre en place : long et difficile Demande une bonne pratique de placer les fractions sur une droite graduée Seulement observer : conjecturer mais pas de démonstration | Type 6° : placer des fractions et constater l'égalité Dénombrer, expérimenter, placer sur graphique, conjecturer, formuler | Dans le nouveau programme de 5°, il est indiqué que l'égalité $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$ fait l'objet d'une justification sur un exemple générique. La proportionnalité doit être située avant les fractions. 1. Première proposition : a- Compléter ce tableau pour que ce soit un tableau de proportionnalité. <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>3</td> <td>6</td> <td>...</td> <td>3 × k</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>...</td> <td>12</td> <td>4 × ...</td> </tr> </table> b- Écrire de différentes façons le coefficient de proportionnalité. c- Énoncer une propriété. <i>Entre les étapes b et c, il faut travailler sur le coefficient de proportionnalité pour amener la question c.</i> 2. Deuxième proposition : Un sachet de 3 pains coûte 4 €. <ul style="list-style-type: none"> a. Si on achète 21 pains, quel sera le prix à payer ? b. Y-a-t-il proportionnalité entre le nombre de pains et le prix à payer ? c. Combien valent 4 pains ? <i>Par un travail oral dans la classe, on arrive à écrire :</i> <i>représente le prix d'un pain (constant quel que soit le nombre de pains achetés)</i> $3 \times = 4$ $21 \times = \dots$ $4 \times = \dots$ <div style="text-align: center;">$\times 7$</div> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>Nb pains</td> <td>3</td> <td>21</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>€</td> <td>4</td> <td>?</td> <td>?</td> </tr> </table> } $\times \frac{4}{3}$ <i>et aboutir à $3 \times k \times = 4 \times k$</i> <i>donc $= \frac{4 \times k}{3 \times k}$ et $= \frac{4}{3}$</i> | 3 | 6 | ... | 3 × k | 4 | ... | 12 | 4 × ... | Nb pains | 3 | 21 | 4 | € | 4 | ? | ? |
| 3 | 6 | ... | 3 × k | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | ... | 12 | 4 × ... | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Nb pains | 3 | 21 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| € | 4 | ? | ? | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| II | Réinvestissement 6° : fraction = nombre Autre contexte pour rencontrer des quotients non décimaux ($\frac{6}{18}$) Retour aux évaluations 6° : $\frac{4}{5} \neq 4,5$ Comparaison à l'unité Recherche rapide de différentes écritures fractionnaires de 0,25 (à faire vivre en classe) Mise en évidence d'erreurs types : discussion, débat | Au numéro 1 : faux concret ($\frac{15}{4}$ pour des bulbes de fleurs : peu réaliste) Formuler une règle à partir d'un seul exemple sans mentionner que ce n'est pas démontré Au numéro 2, la question c devrait être après la question a | Lecture de tableau Comparer des nombres Écrire des fractions égales à 0,25 Conjecturer Énoncer la règle à l'oral Travailler sur l'erreur | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| III | Dans A : Réinvestissement 6° : fraction = partage Très visuel : représentation de fractions d'aires Activité classique Dans B : on retrouve fraction = quotient = nombre avec la difficulté des divisions sans calculatrice | Déjà vu en 6° : Trop guidé : exercices à trous Tous les quotients < 1 Dans C : écrire la conjecture devrait être entièrement à la charge de l'élève sans phrase à reconstituer | Peu d'initiatives, tout est mâché Compléter les trous sans comprendre Faire des divisions Remettre en ordre des morceaux de phrase ! | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| IV | Réinvestissement 6° Utilise les 2 bases 10 et 60 Fractions d'heure < 1 Au numéro 4 : fractions < 1 et > 1. | Déjà vu en 6° Artificiel : fractions d'heure ($\frac{9}{12}$) $\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{75}{100}$ est vraie : donc on peut remplir les trous avec n'importe quel nombre au choix (sauf 0) Nombre > 1 qui arrive comme un cheveu ... Pas de lettres pour faire un exemple générique : pas de mise en place du générique $\frac{k \times 4}{k \times 3} = \frac{4}{3}$ Complexe (pour établir que $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = \dots$ etc. on passe par les minutes) – rébarbatif – trop guidé – limité | Remplir des trous | | | | | | | | | | | | | | | | | |

3. Troisième proposition :

Activité à mener sous forme d'échanges entre élèves-professeur

| | | | |
|-----------------------|---------------|---------------|-------------------|
| Trois nombres égaux ! | $\frac{4}{3}$ | $\frac{8}{6}$ | $\frac{0,4}{0,3}$ |
| Pourquoi ? | | | |

Démonstration (à partir de la définition du quotient)

Première phase : bâtir

Question : $\frac{4}{3}$ est un nombre ; quel nombre ?

C'est le ... qui ... : $\times 3 = 4$

Question : et $\frac{8}{6}$, quel nombre est-ce ?

C'est le ... qui ... : $\nabla \times 6 = 8$

Question : comment justifier $\frac{4}{3} = \nabla$?

... ..

Deuxième phase : écrire une démonstration de $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 0,1}{3 \times 0,1}$

$$\frac{4 \times 0,1}{3 \times 0,1} = \frac{0,4}{0,3}$$

$\frac{4}{3}$ est le nombre qui multiplié par 3 donne 4.

On sait que ce tableau :

| | | | | |
|---|---|-----|----------------|--|
| 3 | 6 | 0,3 | $3 \times 0,1$ | |
| 4 | 8 | 0,4 | $4 \times 0,1$ | |

est un tableau de proportionnalité

$\frac{4}{3}$ est aussi le nombre qui multiplié par 0,3 donne 0,4.

Donc le quotient $\frac{4}{3}$ et le quotient $\frac{0,4}{0,3}$ représentent le même nombre.

Conclusion : $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 0,1}{3 \times 0,1}$.

Question : Comment ferait-on pour justifier $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 28,1}{3 \times 28,1}$?