Développement des compétences de la démarche scientifique chez les élèves : quels choix pédagogiques ?

Journée pédagogique collège
Avril 2015

DNB 2014

- Sujet.

- Correction.

« Il y a deux ans quand ce modèle de barème a été proposé, reconduit en 2014, nous avons tous été surpris. Est-ce que cela a induit des modifications dans nos pratiques professionnelles ? »

La somme des angles dans un triangle

Pour chacune de ces propositions, imaginer l'activité de l'élève et repérer les compétences de la démarche scientifique travaillées par les élèves.

Activité 1 (Transmath)

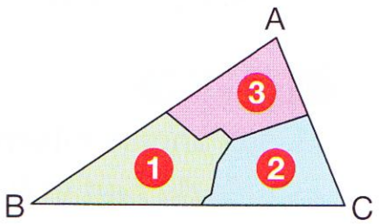
ACTIVITÉ

6 Somme des mesures des angles d'un triangle

1. Expérimentation

a. Tracer sur papier uni un triangle ABC.

b. Découper ses trois angles comme ci-contre et les assembler pour qu'ils soient deux à deux adjacents. Que peut-on conjecturer sur la somme des mesures de ces angles ?



2. Une preuve

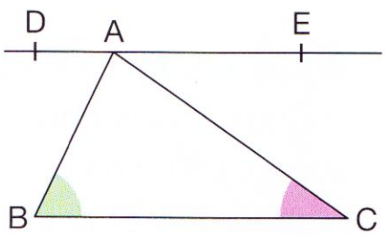
ABC est un triangle et (DE) est la droite parallèle à (BC) passant par A.

a. Que peut-on dire des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DAB}$? Justifier.

b. Que peut-on dire des angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{EAC}$? Justifier.

c. Déterminer la somme $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{CAB}$.

d. Énoncer la propriété ainsi démontrée pour un triangle quelconque.



<table>
<tr><th colspan="2">C1: Rechercher, extraire et organiser l'information utile</th></tr>
<tr><td>Indicateurs</td><td>Choix du professeur</td></tr>
<tr><td>● L'élève lit l'énoncé et doit comprendre la signification de chaque mots: "adjacents", "conjecturer".
● L'élève s'interroge sur la nature du triangle: quelconque? particulier?</td><td>Le professeur donne-t-il l'activité en intégralité, ou ne donne-t-il la deuxième partie que lorsque la conjecture a été établie par l'élève? par la classe?</td></tr>
<tr><th colspan="2">C2: Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes</th></tr>
<tr><td>Indicateurs</td><td>Choix du professeur</td></tr>
<tr><td>● L'élève suit un protocole simple.
● L'élève sait que la mesure d'un angle plat est 180°.
●L'élève est conscient de l'inexactitude d'une construction.</td><td>Le professeur demande-t-il un travail individuel, autorise-t-il l'entraide? Autorise-t-il l'utilisation d'un rapporteur?
Le professeur laisse-t-il les élèves tracer des triangles particuliers ou intervient-il de suite pour préciser que l'on doit se placer dans un cas général ?</td></tr>
<tr><th colspan="2">C3: Raisonner argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer</th></tr>
<tr><td>Indicateurs</td><td>Choix du professeur</td></tr>
<tr><td>● L'élève établit une conjecture.
●L'élève sait utiliser les propriétés des angles alternes-internes.</td><td>Le professeur garde-t-il les questions de l'énoncé? La figure avec la parallèle étant donnée demande-t-il seulement de trouver des angles égaux?
Le professeur propose-t-il une autre démonstration possible, en classe, en DTL?</td></tr>
<tr><th colspan="2">C4: Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté</th></tr>
<tr><td>Indicateurs</td><td>Choix du professeur</td></tr>
<tr><td>● L'élève sait rendre-compte de la démarche de résolution.</td><td>Le professeur s'en tient-il aux réponses aux questions ou propose-t-il à un élève d'exposer à l'oral la démarche suivie?</td></tr>
</table>

Activité 2 *(Des maths ensemble et pour chacun-5e)*

"Aujourd'hui, concours dans la classe: le gagnant sera celui qui dessinera le triangle ayant la plus grande somme des angles!"

C1: Rechercher, extraire et organiser l'information utile	
Indicateurs	Choix du professeur
● L'élève doit comprendre ce que signifie "avoir la plus grande somme des angles".	*Comment le professeur fait-il en sorte que tout le monde rentre dans l'activité?*
C2: Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes	
Indicateurs	Choix du professeur
● L'élève dessine des triangles. ● L'élève sait utiliser un rapporteur. ● L'élève sait estimer la précision d'une mesure.	*Comment le professeur entretient-il l'émulation? Propose-t-il différents formats de feuille pour les dessins? Y a-t-il des résultats farfelus? Comment les interpréter? Comment gère-t-il ceux qui auraient établi la conjecture pendant que certains dessinent encore?*
C3: Raisonner argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer	
Indicateurs	Choix du professeur
● L'élève établit une conjecture. ● L'élève doit élaborer une démonstration.	*Comment le professeur fait-il rentrer tous les élèves dans la démonstration ?Vers quelle démonstration oriente-t-il les élèves? Comment en fait-il une activité à part entière? Choisit-il de rester dans une phase dialoguée? Comment organise-t-il la classe?*
C4: Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté	
Indicateurs	Choix du professeur
● L'élève sait rendre-compte de la démarche de résolution.	*Le professeur s'en tient -il à un exposé oral? Demande-t-il un écrit?*

Activité 3

Quelle est la somme des angles d’un quadrilatère ?

Différents exercices

Nous vous proposons de créer un tableau en imaginant des aides qui permettent à nos élèves de montrer les différentes compétences.

Pierre observe en fin de journée que, quand il est sur ses échasses, son ombre mesure 5,98m.
Ses pieds sont à 1,20m du sol et, sur l’ombre, ils sont à 2,40m du pied des échasses.
Trouver la taille de Pierre.

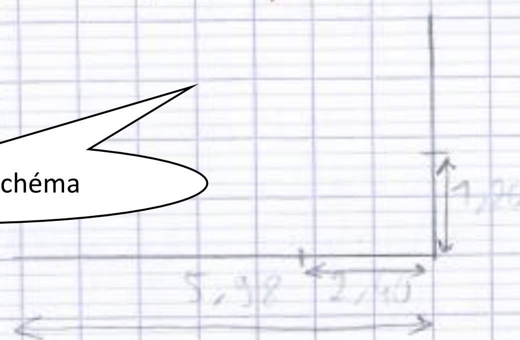
Pierre observe en fin de journée que, quand il est sur ses échasses, son ombre mesure 5,98m.
Ses pieds sont à 1,20m du sol et, sur l'ombre, ils sont à 2,40m du pied des échasses.
Trouver la taille de Pierre.

1) l'élève ne démarre pas l'exercice

2) L'élève surligne les données dans l'énoncé

C1 As-tu repéré les données importantes ?

C1 Est ce que tu peux formuler l'exercice autrement ?



3) l'élève fait un schéma

$5,98 : 2 = 2,99$

$2,99 - 1,20 = 1,79$

Pierre mesure 1,79 m.

C2 A quelle partie de cours penses-tu ?

Au théorème de Thalès.

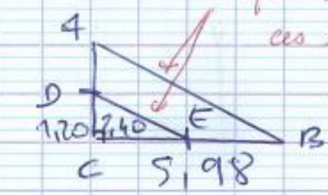
1) l'élève démarre par un calcul sans justification

2) L'élève recherche des données pour valider l'utilisation du théorème

(C3) Quelle partie du cours as-tu utilisée ?

$\frac{5{,}98}{2{,}40} = \frac{299}{120}$

A quoi correspondent ces segments ?



$1{,}20 \times \frac{299}{120} = 2{,}99$

$2{,}99 - 1{,}20 = 1{,}79$ La taille de Pierre est de 1,79 m.

K = coefficient d'agrandissement

K = $\frac{\text{longueur agrandie}}{\text{longueur initiale}}$

$K = \frac{CB}{CE} = \frac{5{,}98}{2{,}40} = \frac{299}{120}$

(C2) A quelle partie du cours penses-tu ?

(C2) Peux-tu utiliser cette propriété ? justifie ?

On suppose que les rayons du soleil sont parallèles donc : (DE) // (AB)

De plus $D \in (AC)$ et $E \in (CB)$

D'après le théorème de Thalès :

$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} \left(= \frac{DE}{AB}\right)$; $\frac{1{,}20}{CA} = \frac{2{,}40}{5{,}98}$

D'après l'égalité des produits en croix :

$2{,}40 \times CA = 1{,}20 \times 5{,}98$

$CA = \frac{1{,}20 \times 5{,}98}{2{,}40}$

(C4) as-tu rigoureusement rédigé tes phrases réponses ?

$CA = \frac{7{,}176}{2{,}40} = 2{,}99$ → taille de Pierre et de ses échasses

$2{,}99 - 1{,}20 = 1{,}79$ → taille de Pierre

Deux supermarchés de la ville proposent une offre promotionnelle sur un même produit :

De ces deux promotions, laquelle est la plus intéressante ?
Tu expliqueras ta démarche.

C1	Peux-tu reformuler ces deux promotions ?
	As-tu bien compris ces promotions ?
	Que signifie 50%
C2	Peux–tu donner un prix à un produit en promotion dans les 2 supermarchés ?
	Quels calculs peux-tu faire ?
	Quelles connaissances peux-tu utiliser ?
C3	As-tu fait d'autres essais ?
	Quelles observations peux-tu faire à partir de tes essais ?
	Comment peux-tu comparer ces deux offres ?
	Peux-tu prouver ta conjecture ?
C4	As-tu justifié ta réponse ?
	Tes résultats sont-ils rigoureusement justifiés ?
	Ta réponse est-elle bien formulée ?

Effectif	3	6	9
prix de l'offre	6,40	12,80	19,20

Effectif	2	6	8
prix de l'offre	4,80	14,4	19,2

On remarque que en testant les 2 offres avec 6 produits, l'offre n°1 est moins cher.

C3 : peux-tu prouver ta conjecture ?

Donc je pense que la première offre est plus intéressante que la seconde.

C3 : peux-tu prouver ta conjecture ?

Si le produit coûte x euros :

1ère offre :

$x + x = 2x$

Avec cette première 3 produits coûtent $2x$ €

2nde offre :

$x + (x : 2) = x + \frac{x}{2} = \frac{x}{1} + \frac{x}{2} = \frac{2x}{2} + \frac{x}{2} = \frac{3}{2}$

Avec cette seconde offre 2 produits coûtent $\frac{3x}{2}$ €.

C4 : comment peux-tu comparer ces 2 offres ?

Maintenant si l'on choisi d'acheter 6 produits,

1ère offre

$x + x + x + x + 0 + 0 = 4x$

Avec cette première 6 produits coûtent $4x$ €.

2nde offre :

$(x + \frac{x}{2}) \times 3 = \frac{3x}{2} \times 3 = \frac{9x}{2} = 4{,}5$

Avec cette seconde offre 6 produi coûtent $4{,}5x$ €.

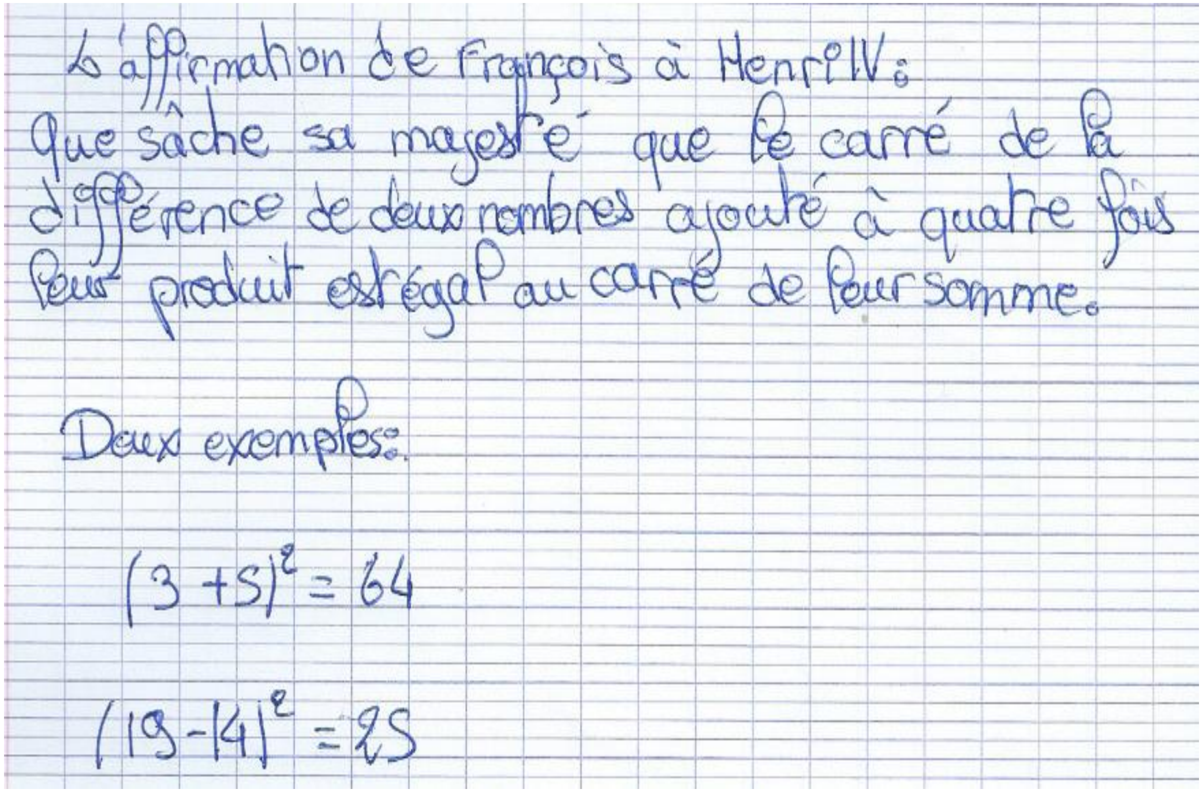
$4x$ € $< 4{,}5x$ € donc la première offre est la plus intéressante car la conjecture est vérifiée.

Exemple d’analyse de traces écrites en classe (correction)

<u>Enoncé:</u>

- Visionner la vidéo :
- http://education.francetv.fr/videos/petits-contes-mathematiques-l-identite-remarquable
- Qui est François Viète ?
- Démontrer les deux énoncés qu'il propose à Henri IV.

Exemple d’analyse de traces écrites en classe



L'affirmation de François à Henri IV :

Que sâche sa majesté que le carré de la différence de deux nombres ajouté à quatre fois leur produit est égal au carré de leur somme.

Deux exemples :

$(3+5)^2 = 64$

$(19-14)^2 = 25$

Les élèves analysent que la compétence C1 n'est pas montrée :

L'affirmation de la vidéo est bien recopiée ,

mais

la compréhension et la traduction posent problème

Exemple d’analyse de traces écrites en classe

$36-24=12^2=144+4\times 36\times 24=3600$

$36+24=60^2=3600$

Sur ces exemples, les élèves affirment que la compétence C2 est montrée , le "programme de calcul " est suivi , mais les résultats ne sont pas bien présentés donc C4 pose problème

$5-3=2$ = différence

$2^2=4$ = carré

$5\times 3=15\times 4=60$

$60+4=64$

$5+3=8$ = somme

$8^2=64$

$B=17-12$

$B=5^2$

$B=25$

$B=(17\times 12)\times 4$

$B=816+(17-12)^2$

$B=816+25$

$B=841$

$17+12=29$

$29^2=841$

Exemple d'analyse de traces écrites en classe

J'ai démontré par ces deux exemples que l'affirmation de francois est Juste

Les élèves expliquent que des exemples ne suffisent pas à prouver une conjecture , donc C3 n'est pas montrée;

2) Le double de la somme des carrés de deux nombres diminué du carré de la somme de ces deux nombres est égal au carré de leur différence.
Ce qui donne en langage mathématique :
$2(a^2+b^2)-(a+b)^2 = (a-b)^2$

3) Exemple 1 :
avec $a = 6$ et $b = 4$

$2(6^2+4^2)-(6+4)^2$
$= 2(36+16)-10^2$
$= 2\times 52-100$
$= 104-100$
$= 4$

$(6-4)^2$
$= 2^2$
$= 4$

Donc : $2(6^2+4^2)-(6+4)^2 = (6-4)^2$

Cette rédaction vous -convient-elle ?

Démonstration :

$(a-b)^2$
$= (a-b)(a-b)$
$= a^2-ab-ba+b^2$
$= a^2-2ab+b^2$

$2(a^2+b^2)-(a+b)^2$
$= 2a^2+2b^2-(a+b)(a+b)$
$= 2a^2+2b^2-(a^2+ab+ba+b^2)$
$= 2a^2+2b^2-(a^2+2ab+b^2)$
$= 2a^2+2b^2-a^2-2ab-b^2$
$= a^2+b^2-2ab$

Donc, si $a^2-2ab+b^2 = a^2+b^2-2ab$ alors
$(a-b)^2 = 2(a^2+b^2)-(a+b)^2$

Exemple d'analyse de traces écrites en classe

- Présentation d'une copie à la classe pour montrer une prise d'initiative, une reformulation possible

Le double de la somme des carrés de deux nombres diminué du carré de la somme de ces deux nombres est égal au carré de leur différence.

exemples avec : 10 et 13 puis avec 16 et 20 puis démontrons-là avec x et y et $x > y$.

prendre deux nombres	10 et 13	16 et 20	x et y
calculer le double de la somme des carrés de ces deux nombres	$(10^2+13^2)\times 2$ 538	$(16^2+20^2)\times 2$ 1312	$(x^2+y^2)\times 2$
soustraire le résultat par le carré de la somme de ces 2 nombres	$538-(10+13)^2$ 9	$1312-(16+20)^2$ 16	$(x^2+y^2)\times 2-(x+y)^2$ $=x^2+y^2-2xy$
conjecture	$9=(13-10)^2$	$16=(20-16)^2$	$x^2+y^2-2xy=(x-y)^2$

Qu'est ce qu'une tâche complexe ?

(VadeMecum)

- La tâche complexe est une tâche mobilisant des ressources internes (culture, capacités, connaissances, vécu…) et externes (aides méthodologiques, protocoles, fiches techniques, ressources documentaires…).

- Une tâche complexe est une tâche mettant en œuvre une combinaison de plusieurs procédures simples, automatisées, connues ou mettant en œuvre plusieurs ressources.

La notion de tâche complexe

Le livret de compétences : repères pour sa mise en œuvre au collège (26 mai 2010)

- Les tâches simples incitent davantage à des reproductions de procédures laissant peu d'initiative à l'élève et pouvant conduire à une évaluation de micro-compétences.

- Maîtriser une situation complexe ne se réduit pas à la découper en une somme de tâches simples effectuées les unes après les autres sans lien apparent.

La notion de tâche complexe

Le livret de compétences : repères pour sa mise en œuvre au collège (26 mai 2010)

- Les tâches complexes permettent de motiver les élèves et de mettre en place des stratégies de résolution propres à chacun.

- On compte sur la tâche complexe, pas toujours mais souvent, pas systématiquement mais à bon escient, pour motiver les élèves et les former à gérer des situations concrètes de la vie réelle en mobilisant les connaissances, les capacités et les attitudes acquises (VadeMecum)

Que prévoir pour la mise en œuvre en classe ?

- Des aides doivent être prévues pour les élèves qui ont besoin d'être accompagnés pour réaliser la tâche complexe.

- **aide à la démarche de résolution** ;
- **apport de savoir-faire**, par exemple sous la forme d'une procédure de réalisation
- **apport de connaissances** nécessaires à la résolution.

Il n'y a pas de hiérarchie entre ces types d'aide.

Gérer la mise en œuvre de ces compétences en classe

Une phase de travail seul pour que:

- chaque élève s'approprie l'énoncé,
- chaque élève ait un avis sur le problème,
- diverses idées ou erreurs enrichissent le débat futur.

Pendant cette phase, le professeur:

- prend des informations sur les difficultés, erreurs ou stratégies,
- aide individuellement les élèves ne démarrant pas.

Gérer la mise en œuvre de ces compétences en classe

Une phase de travail en équipe pour que les élèves :

- se mettent d'accord,
- argumentent,
- s'entraident,
- préparent une restitution du travail.

Pendant cette phase, le professeur:

- veille au bon déroulement des débats au sein des équipes,
- propose des pistes aux équipes en difficulté,
- choisit éventuellement d'interrompre cette phase par une plénière de régulation.

Gérer la mise en œuvre de ces compétences en classe

Une phase de plénière de synthèse pour:

- donner la parole,
- débattre entre équipes,
- comparer des méthodes,
- dégager des connaissances, des savoir-faire,
- expliquer des erreurs.

Pendant cette phase, le professeur:

- s’appuie sur les diverses productions,
- peut afficher des solutions où l’élève n’a pas bien compris la consigne (C1), où des erreurs de calcul ont été faites (C2), où la démarche est mal présentée (C4) ,
- met en relief les différents raisonnements (C3).

Une disposition qui peut faciliter l’alternance du travail en groupe ou en atelier et des mises en commun.

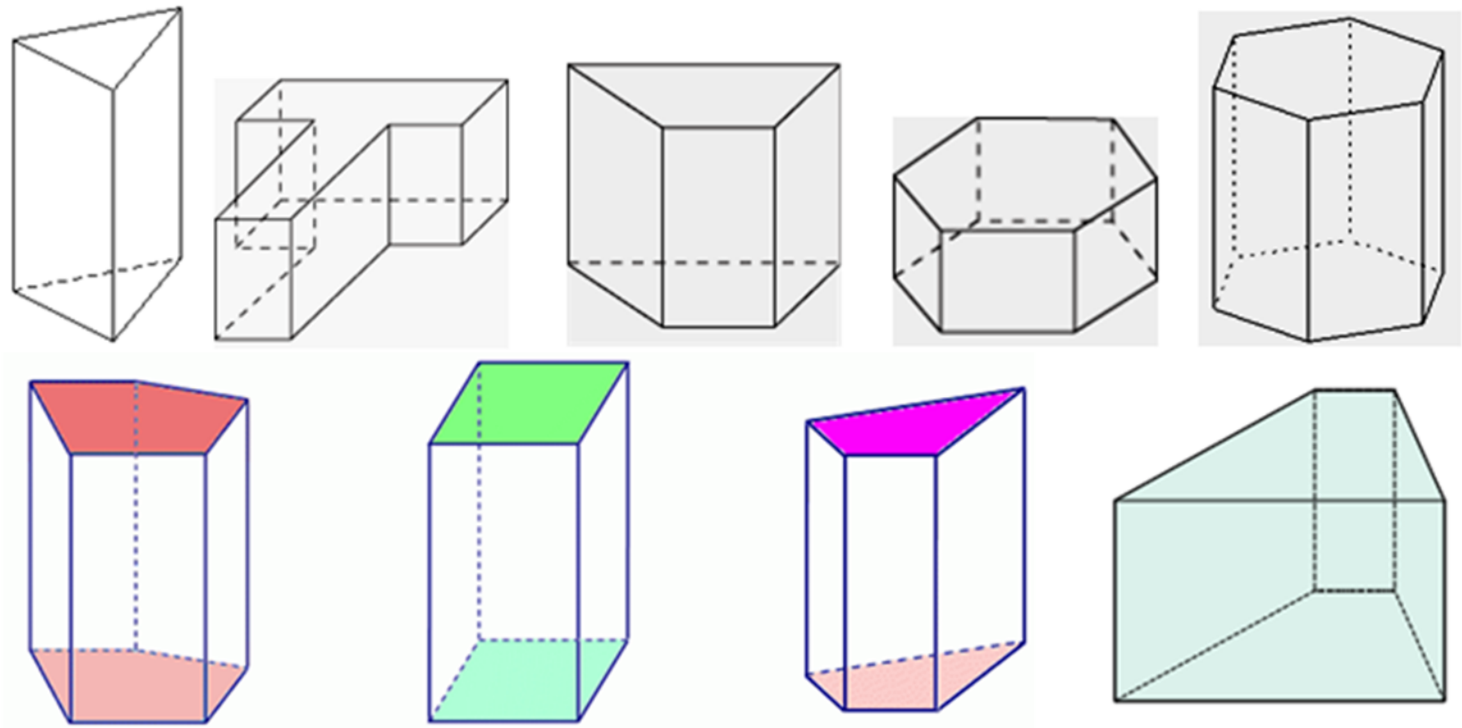
Permet d’avoir accès au tableau, d’échanger dans le groupe et et de se rapprocher en déplaçant seulement une chaise.

5^e Devoir Maison de mathématiques n°1 : devoir par groupes à rendre le mercredi 24/09

Pour ce devoir, les rendez-vous du DM se feront

le lundi **15/09 puis** le mercredi **17/09 et enfin** le lundi **22/09.**

Chaque groupe devra fabriquer 5 solides choisis parmi les 9 qui sont proposés ci-dessous.



Le questionnement ouvert

En début d'heure ou sous n'importe quelle autre forme , pour entrainer les élèves à la démarche scientifique régulièrement :

Exemples avec la calculatrice

- une question du brevet : $\frac{10^{15}+1}{10^{15}} = 1$?

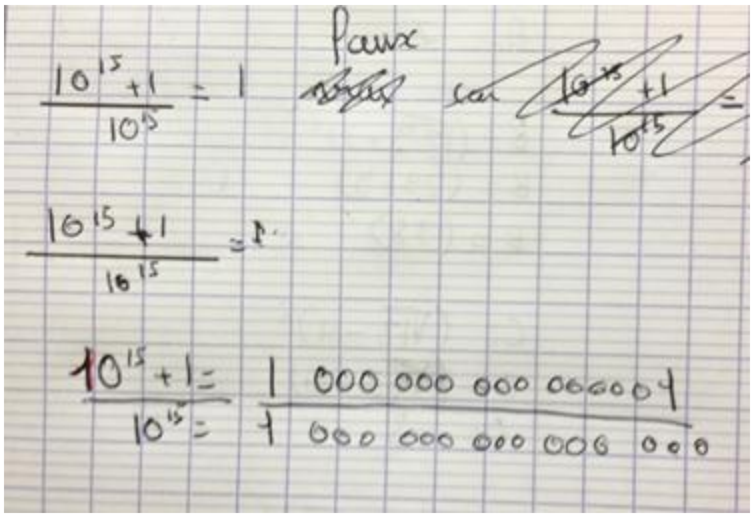
- Quel est le dernier chiffre de 2^{50} ?

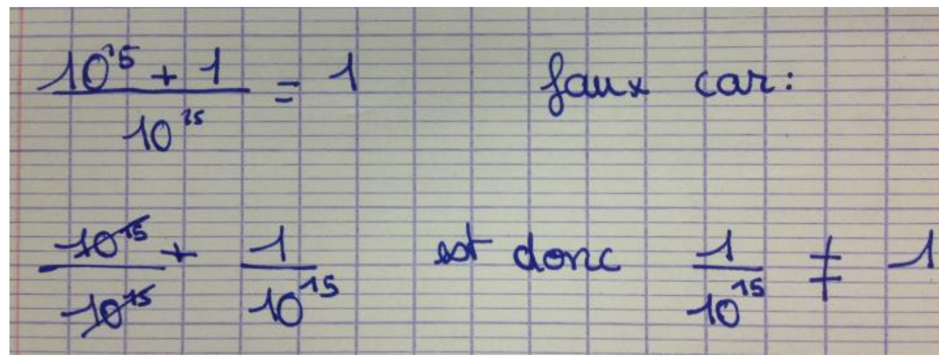
Exemples d'entrainement avec l'ENT:

http://aristide-bruant-albi.entmip.fr/espaces-pedagogiques/mathemathiques/des-bonbons/blog.do

http://ac-toulouse.entmip.fr/formations-discipl-ent/mathematiques/les-bonbons/

Traces écrites des élèves





L'évaluation par compétence

dans les brevets blancs

<u>Exercice7</u> (7 points)
Pour préparer son voyage à Marseille, Julien utilise un site Internet pour choisir un meilleur itinéraire. Voici le résultat de sa recherche :

Itinéraire :	
Départ : 59000 Lille	France
Arrivée : 13000 Marseille	France

Feuille de route :	
Coût estimé	Péage : 73,90 € Carburant : 89,44 €
Temps	8h47 dont 8h30 sur autoroute
Distance	1 004 km dont 993 km sur autoroute.

1) Quelle vitesse moyenne, arrondie au km/h, cet itinéraire prévoit-il pour la portion de trajet sur autoroute ? /1.5
2) Sachant que la sécurité routière préconise au moins une pause de 10 à 20 min toutes les deux heures de conduite, quelle doit être la durée minimale que Julien doit prévoir pour son voyage ? /1.5
3) Le voyage en train qui intéresse Julien coûte 164€ pour un départ à 9h50 et une arrivée à 18h46. Compare les deux trajets. /4

Dans cette question, toute trace de recherche sera évaluée.

C1 : l'élève a relevé les montants (73,90€ ; 89.44€ et 164€) ou les horaires du train et la durée du trajet en voiture. /0.5
C2 : L'élève s'engage dans un calcul soit sur les montants soit les horaires. /0.5
C3 : choix pertinent des opérations + comparaison /2
C4 : rédaction /1

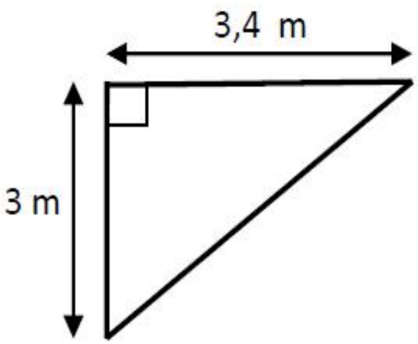
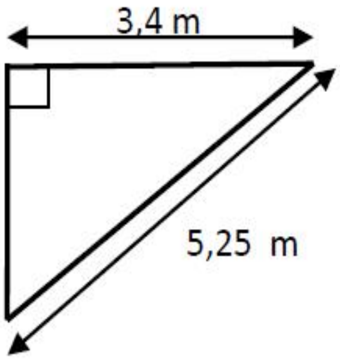
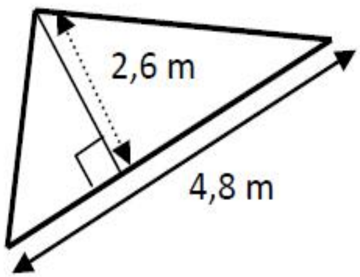
Autre exemple

<u>Exercice 3</u>: (5 points)

Pour son confort, Elise souhaite installer une voile d'ombrage triangulaire dans son jardin.

L'aire de celle-ci doit être de 6 m² au minimum.

Les voiles ci-dessous conviennent-elles?

Voile A	Voile B	Voile C
		

BAREME EXERCICE 3

C1 : 1 point pour l'utilisation d'au moins 2 critères parmi les trois suivants :

- prise en compte que les triangles sont rectangles
- se lancer dans un calcul d'aire,
- prise en compte de l'information « $6m^2$ »

C2 : 2 points (1 point par critère ci-dessous)

- calcul de la longueur d'un côté avec le théorème de Pythagore
- calculer l'aire des triangles

C3 : 1 point

- Réponse à la question posée en référence à un calcul d'aire

C4 : 1 point (0,5 point par critère ci-dessous)

- l'élève écrit qu'il utilise le théorème de Pythagore
- les calculs d'aires sont écrits