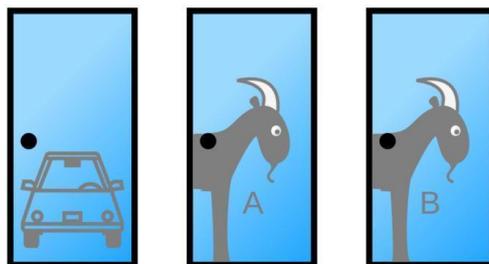


# Le Paradoxe de Monty Hall

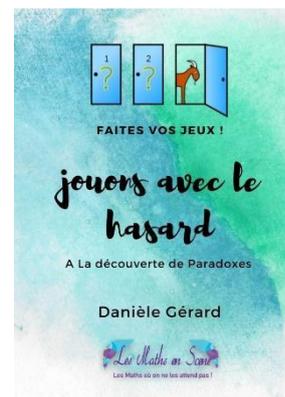


## PRÉAMBULE

Cette activité est inspirée d'une Mini-conférence donnée le 28 janvier 2015 à la bibliothèque universitaire du Bourget-du-Lac, à l'université Savoie Mont Blanc, par Richard Taillet, enseignant-chercheur en physique.

<https://youtu.be/sG6ZqXOcXN8>

Ma classe de 4<sup>ème</sup> a rencontré cette situation en activité lors de la semaine « En piste pour les mathématiques » organisée par l'association Les Maths en Scène en octobre 2020 et cela m'a donné l'idée de partir de cette activité pour construire un raisonnement mathématique et étudier cette situation pour travailler les « idées reçues » probabilistes.



## CONTEXTE

Classe concernée : 1 classe de 4<sup>ème</sup>. (collège REP+)

Durée du projet : 4 étapes avec des ordinateurs (étape 3) et des cartes à disposition ou autre outil possible de modélisation.

**Objectifs** : travailler l'approche fréquentielle des probabilités et aborder pour la première fois une approche plus théorique de celles-ci. Utiliser l'oral pour argumenter ses choix.

## PROGRAMME

Connaissances et Compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
<b>Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités</b>	
<p>Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.</p> <p>Calculer des probabilités dans des cas simples.</p> <p>» Notion de probabilité.</p> <p>» Quelques propriétés : la probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1 ; probabilité d'événements certains, impossibles, incompatibles, contraires.</p>	<p>Faire le lien entre fréquence et probabilité, en constatant matériellement le phénomène de stabilisation des fréquences ou en utilisant un tableur pour simuler une expérience aléatoire (à une ou à deux épreuves).</p> <p>Exprimer des probabilités sous diverses formes (décimale, fractionnaire, pourcentage).</p> <p>Calculer des probabilités dans un contexte simple (par exemple, évaluation des chances de gain dans un jeu et choix d'une stratégie).</p>
<b>Algorithmique et Programmation</b>	
<p>Décomposer un problème en sous-problèmes afin de structurer un programme ; reconnaître des schémas.</p> <p>Écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné.</p> <p>Écrire un programme dans lequel des actions sont déclenchées par des événements extérieurs.</p> <p>Programmer des scripts se déroulant en parallèle.</p> <p>» Notions d'algorithme et de programme.</p> <p>» Notion de variable informatique.</p> <p>» Déclenchement d'une action par un événement, séquences d'instructions, boucles, instructions conditionnelles.</p>	<p>Jeux dans un labyrinthe, jeu de Pong, bataille navale, jeu de nim, tic tac toe.</p> <p>Réalisation de figure à l'aide d'un logiciel de programmation pour consolider les notions de longueur et d'angle.</p> <p>Initiation au chiffrement (Morse, chiffre de César, code ASCII...).</p> <p>Construction de tables de conjugaison, de pluriels, jeu du cadavre exquis...</p> <p>Calculs simples de calendrier.</p> <p>Calculs de répertoire (recherche, recherche inversée...).</p>

## Règle du jeu

*A faire élaborer par les élèves avec un jeu de cartes ou autre(s) jeu(x)/objet(s) pour représenter le jeu télévisé plus simplement.*

Supposons que Monty Hall vous place devant trois portes, derrière lesquelles il y a une voiture et deux chèvres. Si vous réussissez à deviner la porte derrière laquelle se cache la voiture, vous remportez ce prix.

- Il vous demande d'abord de choisir l'une des trois portes (supposons que vous choisissiez la porte numéro 1).
- Puis, Monty Hall ouvre l'une des deux autres portes derrière laquelle il sait qu'il y a une chèvre (disons la porte numéro 2).
- Finalement, il vous demande si vous désirez modifier votre choix.

**Devriez-vous conserver votre choix ou changer pour la porte numéro 3 ?**

*Le déroulement des parties : Vous jouez à un contre un.*

### Déroulé de la 1<sup>ère</sup> étape :

*présentation à la classe de l'extrait du film « Las Vegas 21 », qui explique le paradoxe de Monty Hall (rappel de la sortie effectuée en début d'année).*

<https://youtu.be/huLoJcTppXk> (47 secondes)

(en anglais : <https://youtu.be/Q5nCtgcL4jU> (à partir de 1:22))

**Question :** *Chosiriez-vous de changer de porte ou garderiez-vous la première porte que vous avez choisie et pourquoi ? (recueil des réponses à l'oral et/ou sur feuille)*

### ÉNONCÉ ORAL :

*Par groupe de 4, vous devez élaborer un jeu (qui peut utiliser des objets) et sa règle, pour **modéliser** le jeu proposé par le présentateur « Monty Hall » dans les années 70 à la télévision américaine et en expliquer cette règle à l'oral à vos camarades.*

*Une fois le jeu élaboré, nous travaillerons lors d'une 2<sup>ème</sup> séance à la conception d'un algorithme pour programmer la simulation du jeu sur un très grand nombre d'épreuves.*

*Lors d'une 3<sup>ème</sup> séance, nous simulerons ce jeu, pour une partie d'entre vous, à l'aide des objets que vous aurez choisis pour modéliser celui-ci et nous recenserons les résultats obtenus tandis que les autres programmeront l'algorithme de simulation sur scratch.*

*Enfin, lors d'une 4<sup>ème</sup> séance, nous mettrons en commun nos résultats pour conjecturer une hypothèse.*

*A la fin de la séance, un élève par groupe doit renvoyer une capsule audio qui expliquera les règles du jeu élaboré via le site "mon-oral.net".*

Préparation exposé **Préparation exposé** Non comptabilisé



À faire pour la séance du **lundi 22 mars de 09:00 à 10:00**

Envoyer un fichier audio pour expliquer le jeu inventé en groupe en utilisant :

[www.mon-oral.net/](http://www.mon-oral.net/)

- entrez les 4 premières lettres de votre prénom

- enregistrez-vous en appuyant sur le bouton vert (il devient noir quand la phase d'enregistrement est prête)

- sauvegardez l'enregistrement en cliquant sur la bande verte "conserver cet enregistrement" ou recommencez l'enregistrement en cliquant sur "refaire l'enregistrement" (bande bleue) jusqu'à ce que vous soyez satisfait(e).

## LA MODÉLISATION NUMÉRIQUE.

### Détection du problème.

Je demande donc aux élèves de programmer les portes. Comment faire ?

- ↳ Quelles sont les possibilités de situation ? Les recenser toutes.

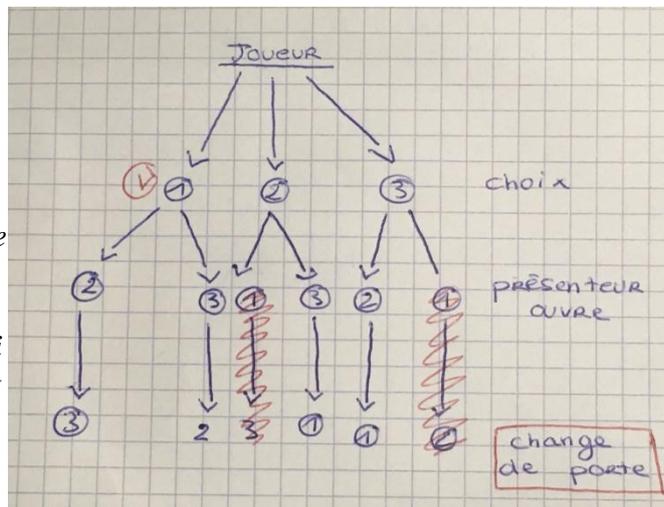
### Modélisation du problème.

- ↳ Organigramme pour accompagner un maximum d'élèves vers l'algorithme.

### Déroulé de la 2<sup>ème</sup> étape : (cette étape ne dure pas une séance d'1h complète)

Les élèves doivent élaborer un organigramme qui représente toutes les situations possibles. Dans un deuxième temps, on rappelle que, de façon arbitraire, on choisit de mettre la voiture derrière la porte numéro 1, ce qui réduit le nombre de possibilité puisque le présentateur ne pourra alors pas ouvrir la porte numéro 1 si on propose la porte numéro 2 ou la porte numéro 3.

Cette étape permet déjà de se rendre compte que si on choisit au départ la porte 2 ou la porte 3, on est sûr de gagner et que la stratégie de changer de porte donne 2 chances sur 3 de gagner, et est donc deux fois plus efficace.



### Retour à la programmation

Si le candidat s'obstine dans son premier choix, il conserve une chance sur trois de gagner.

S'il choisit de modifier son choix suite à l'intervention du présentateur, on ne connaît pas, pour l'instant, la probabilité qu'il gagne. Pour se donner une « idée » de cette probabilité, on simule 1 000 fois l'expérience en lui faisant **modifier systématiquement son premier choix**.

On numérote les portes « 1 », « 2 » et « 3 », et on place la voiture derrière la porte n°1. Le candidat choisit ensuite au hasard une porte (variable Choix 1), il modifie son choix après l'intervention du présentateur (variable Choix 2).

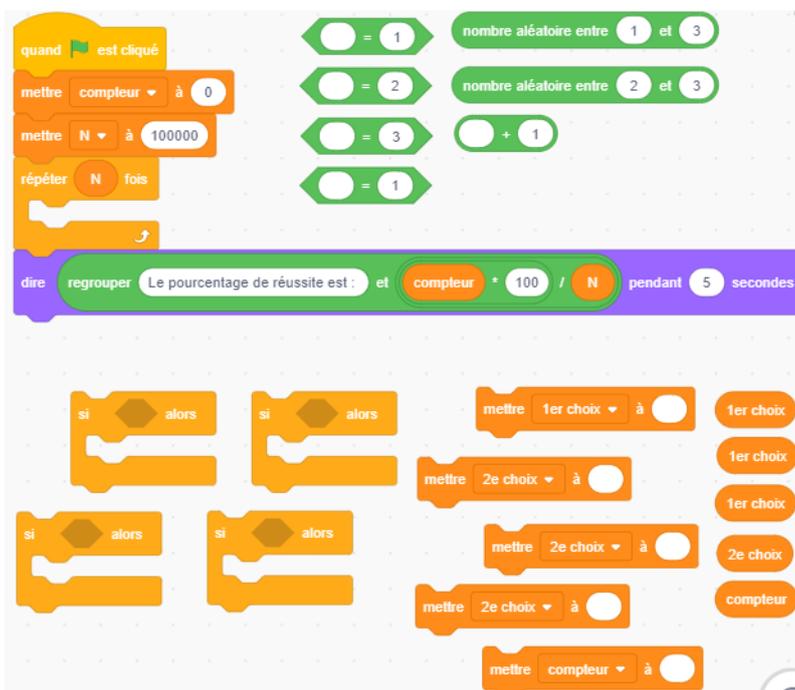
Le programme renvoie la fréquence de jeux gagnants.

### Déroulé de la 3<sup>ème</sup> étape :

une partie des élèves programme sur scratch puis teste la conjecture proposée à l'étape 2 avec un grand nombre de simulations, l'autre partie des élèves simule avec les jeux inventés (ou cartes pour faciliter l'utilisation du matériel), mais le nombre de simulations est limité.

Les élèves sont mis sur la voie pour le programme à réaliser sous scratch selon le niveau de chacun.

Il est possible d'envoyer au cas par cas un fichier avec des blocs à utiliser déjà sélectionnés :



**Déroulé de la 4<sup>ème</sup> étape : BILAN**

Bilan statistique des différentes simulations. L'objectif est de faire ressortir que l'utilisation d'un programme permet de faire gagner du temps et d'avoir une représentation plus fine des chances de gagner car on simule alors à "grande échelle". Synthèse et entraînement à l'explication orale. A la fin de la séance, chaque élève doit renvoyer une capsule audio qui expliquera la démarche du projet via le site "mon-oral.net".

**Dernier Travail : à faire pour mercredi 31/03 individuellement**

Envoyer un fichier AUDIO INDIVIDUEL en utilisant : [www.mon-oral.net/](http://www.mon-oral.net/)

- entrez les 4 premières lettres de votre prénom
- enregistrez-vous en appuyant sur le bouton vert (il devient noir quand la phase d'enregistrement est prête)
- sauvegardez l'enregistrement en cliquant sur la bande verte "conserver cet enregistrement" ou recommencer l'enregistrement en cliquant sur "refaire l'enregistrement"(bande bleue) jusqu'à ce que vous soyez satisfait(e) de ce que vous avez dit.

**CONSIGNE :**

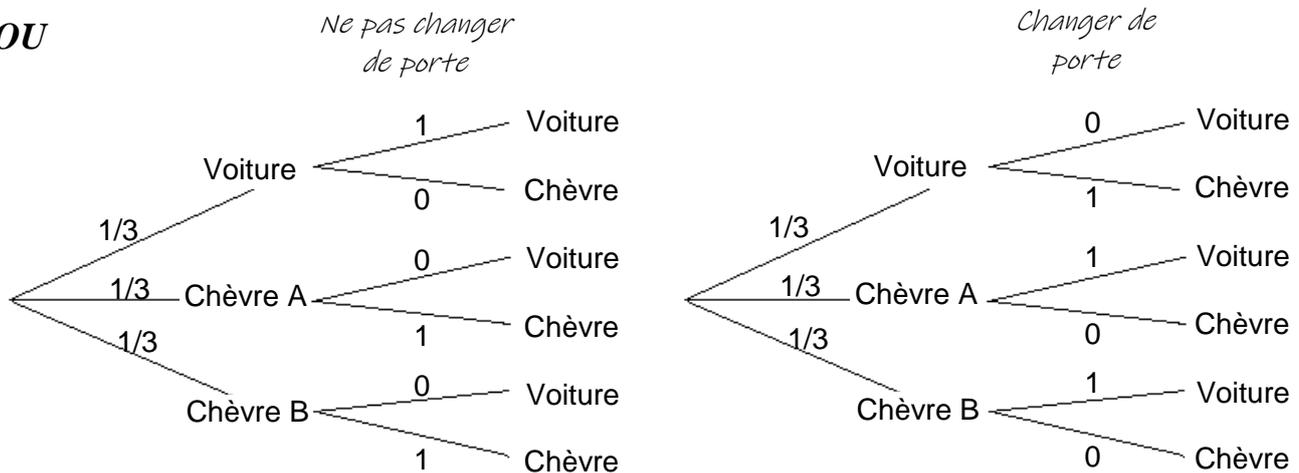
Dites-moi, en quelques phrases, ce que l'oral a permis de plus que le travail habituel "à l'écrit" sur ce projet en classe. Si cela vous a plu de travailler davantage à l'oral qu'à l'écrit, le positif et le négatif. Merci de présenter :

- Votre démarche pour la conception du jeu ;
- Les choix effectués au sein du groupe ;
- Les difficultés que vous avez rencontrées, les solutions que vous avez trouvées pour les surmonter ;
- Les tests qui vous ont permis de valider ou non votre démarche.

**LA MODÉLISATION THÉORIQUE. (non attendue de la part des élèves)**  
 (Tableau des possibilités ; arbre, mais non pondéré)

Ne pas changer de porte						Changer de porte					
Chèvre A		Chèvre B		Voiture		Chèvre A		Chèvre B		Voiture	
1/3		1/3		1/3		1/3		1/3		1/3	
Chèvre	Voiture	Chèvre	Voiture	Chèvre	Voiture	Chèvre	Voiture	Chèvre	Voiture	Chèvre	Voiture
1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
Chèvre : 2/3				Voiture : 1/3		Voiture : 2/3				Chèvre : 1/3	

**OU**



## ***FIN DE L'ACTIVITÉ.***

### **Prolongement possible**

*Imaginons une nouvelle version du jeu, avec quatre portes, une voiture derrière l'une d'elles, des ânes derrière les autres. Le présentateur joue le même rôle que dans la version précédente.*