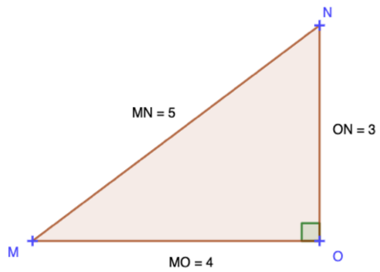
Corrigés séance 1 :

1)

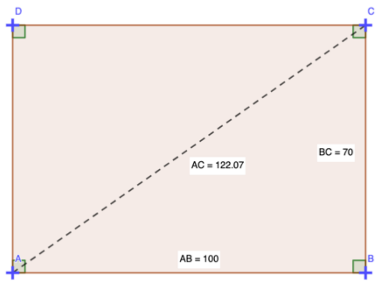
Nombre x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Carré $x^2 = x \times x$	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

2) $A = c \times c$ et $A = c^2$ **3)** Faux. Vrai. Vrai. **4)** $[BC]$ **5)** $10^2 = 100$ $(-5)^2 = 25$ $(\sqrt{3})^2 = 3$

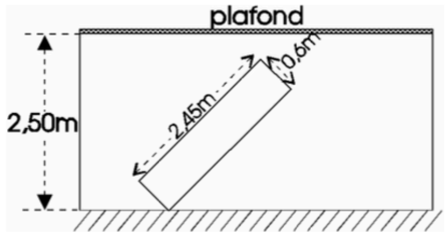
6) Le nombre positif dont le carré vaut 2 est $\sqrt{2}$. .

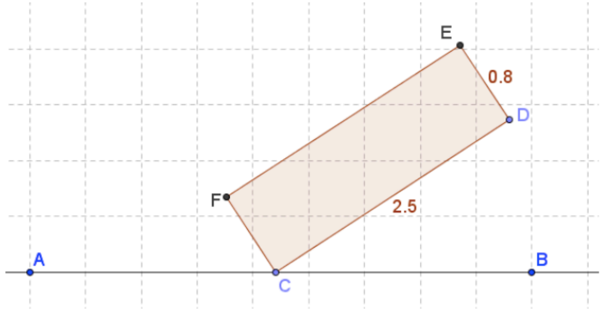
Parcours 1	**Parcours 2**
1a) On peut utiliser le théorème de Pythagore car le triangle ABC est rectangle. b) $AB^2 = (8\ cm) \times (8\ cm) = 64\ cm^2$. $AC^2 = (15\ cm) \times (15\ cm) = 225\ cm^2$. $AB^2 + AC^2 = 64\ cm^2 + 225\ cm^2 = 289\ cm^2$. c) Le triangle ABC est rectangle en A. Donc, d'après le théorème de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2$. On en déduit donc que $BC^2 = 289\ cm^2$. $d)\ BC^2 = 289\ cm^2$ implique que $BC = \sqrt{289\ cm^2}$ =17 cm. e) L'aire du triangle ABC est égale à $\frac{AB \times AC}{2} = \frac{8\ cm \times 15\ cm}{2} = \frac{120\ cm^2}{2} = 60\ cm^2$.	1) Dans le triangle MNO rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore, on a : $MN^2 = OM^2 + ON^2$. Donc $MN^2 = (3\ cm)^2 + (4\ cm)^2 = 9\ cm^2 + 16\ cm^2$ $MN^2 = 25\ cm^2$ donc $MN = \sqrt{25\ cm^2} = 5$ cm. Il est donc vrai que MN = 5 cm. 
2) Le triangle DEF est rectangle en D, donc d'après le théorème de Pythagore, on a : $EF^2 = DE^2 + DF^2$ d'où $EF^2 = (3{,}6\ cm)^2 + (8{,}15\ cm)^2 = 12{,}96\ cm^2 + 66{,}4225\ cm^2 = 79{,}3825\ cm^2$ Donc $EF = \sqrt{79{,}3825\ cm^2} \approx 8{,}9\ cm.$ La longueur de l'hypoténuse EF est 8,9 cm, arrondie au mm.	2) Le triangle DEF est rectangle en D, donc d'après le théorème de Pythagore, on a : $EF^2 = DE^2 + DF^2$ soit $DF^2 = EF^2 - DE^2$ d'où $DF^2 = (8{,}15\ cm)^2 - (3{,}6\ cm)^2 = 66{,}4225\ cm^2 - 12{,}96\ cm^2 = 53{,}4625\ cm^2$ Donc $DF = \sqrt{53{,}4625\ cm^2} \approx 7{,}3\ cm.$ La longueur EF est 7,3 cm, arrondie au mm.
3) Le triangle PQR est rectangle en P, donc d'après le théorème de Pythagore, on a : $QR^2 = PQ^2 + PR^2$. Cela équivaut à dire que $PR^2 = QR^2 - PQ^2$. Ainsi, $PR^2 = (15\ cm)^2 - (12\ cm)^2 = 225\ cm^2 - 144\ cm^2 = 81\ cm^2$. Donc $PR = \sqrt{81\ cm^2} = 9\ cm$. La longueur du côté [PR] est 9 cm.	3) On modélise la situation par un triangle GEH (E pour base du poteau, G pour la cassure et H pour extrémité) rectangle en E tel que GH = 12 m et EH = 10,3 m. La hauteur initiale du poteau est donc EG + GH, il faut d'abord calculer la longueur EG. D'après le théorème de Pythagore, on a : $GH^2 = EG^2 + GH^2$ soit $EG^2 = GH^2 - EH^2$ $EG^2 = (12\ m)^2 - (10{,}3\ m)^2 = 144\ m^2 - 106{,}09\ m^2$ $EG^2 = 37{,}91\ m^2$ donc $EG = \sqrt{37{,}91\ m^2} = \sqrt{37{,}91}\ m$ Soit environ 6,16 m. La hauteur de ce poteau avant la tempête était donc de 6,16 m + 12 m, soit environ 18,16 m.
4) Schéma : on modélise l'écran par un rectangle ABCD de côtés AB = 100 et AD = 70 (unités de longueur). Pour calculer la longueur de la diagonale BC, on se place dans le triangle ABC, qui est rectangle en B.	4) On commence par calculer la longueur de la diagonale d du rectangle modélisant l'armoire. D'après le théorème de Pythagore, on a : $d^2 = (2{,}45\ m)^2 + (0{,}6\ m)^2 = 6{,}0025\ m^2 + 0{,}36\ m^2$ $d^2 = 6{,}3625\ m^2$ donc $d = \sqrt{6{,}3625 m^2}$ soit environ 2,52 m (arrondi au cm).

D'après le théorème de Pythagore, on a :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
soit $AC^2 = (100\ cm)^2 + (70\ cm)^2 = 10000\ cm^2 + 4900\ cm^2 = 14900\ cm^2$
Comme $AC^2 = 14900\ cm^2$ alors $AC = \sqrt{14900\ cm^2} = \sqrt{14900}\ cm$
(soit environ 122, 07 cm).
Pour convertir cette longueur en pouces, on divise $\sqrt{14900}$ cm par 2,54 cm :
$\frac{\sqrt{14900}cm}{2{,}54\ cm} \approx 48$ donc cet écran possède une diagonale de 48 pouces.

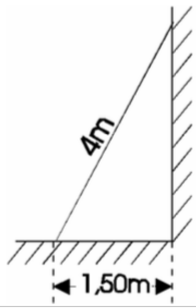


Il est donc impossible de relever l'armoire, car le plafond se trouve à 2,5 m de hauteur.

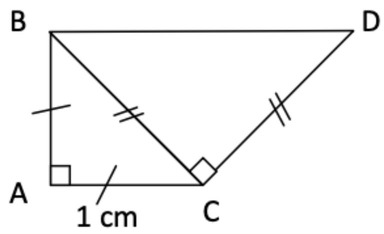




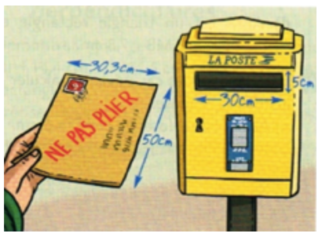
5) On modélise la situation par un triangle ABC rectangle en B, avec AB = 1,5 m et AC = 4 m. D'après le théorème de Pythagore,
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ soit $BC^2 = AC^2 – AB^2$
$BC^2 = (4\ m)^2 – (1{,}5\ m)^2 = 16\ m^2 – 2{,}25\ m^2$
$BC^2 = 13{,}75\ m^2$ donc $BC = \sqrt{13{,}75\ m^2} = \sqrt{13{,}75}\,m$ soit environ 3,7 m.
Le sommet de l'échelle atteint la hauteur de 3,7 m environ.



5) Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$
d'où $BC^2 = (1\ cm)^2 + (1\ cm)^2 = 2\ cm^2$
Donc $EF = \sqrt{2\ cm^2} = \sqrt{2}\,cm.$
Ensuite, Dans le triangle BCD rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore on a $BD^2 = BC^2 + CD^2$
d'où $BD^2 = (\sqrt{2}\,cm)^2 + (\sqrt{2}\,cm)^2 = 4\ cm^2$
Donc $EF = \sqrt{4\ cm^2} = 2\ cm.$



Pour aller plus loin :



On calcule d'abord la longueur de la diagonale de la fente, en modélisant celle-ci par un triangle rectangle ABC rectangle en A : dans ce triangle, d'après le théorème de Pythagore on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$

d'où $BC^2 = (30\ cm)^2 + (5\ cm)^2 = 925\ cm^2$

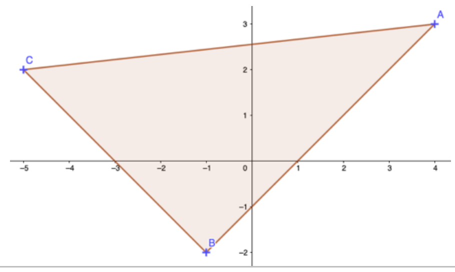
Donc $EF = \sqrt{925\ cm^2} = \sqrt{925}\,cm$ soit environ 30,4 cm.

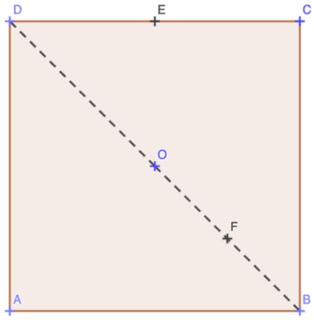
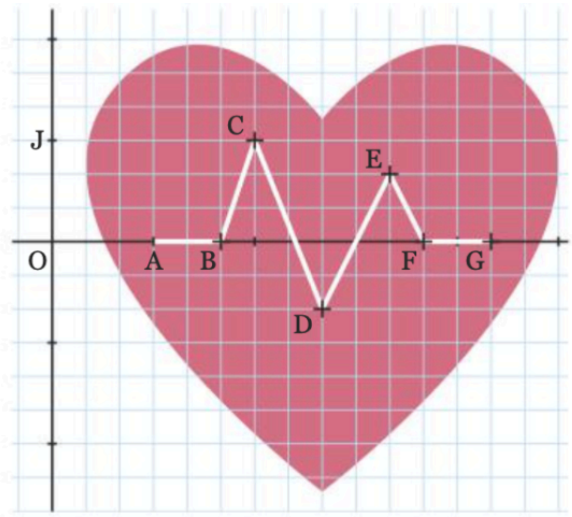
L'enveloppe mesure 30,3 cm de largeur, et comme 30,3 < 30,4 oui, il est possible de la poster sans la plier !

Corrigés séance 2 :

1) $[ST]$ **2)** $ST^2 = TO^2 + OS^2$ **3)** $2{,}5^2 = 6{,}25$ $\left(\sqrt{11}\right)^2 = 11$ $(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$

<table>
<tr><th>Parcours 1</th><th>Parcours 2 (plus difficile)</th></tr>
<tr><td>1) a) $BC^2 = (13\text{ cm})^2 = 169\text{ cm}^2$
b) $AB^2 = (12\text{ cm})^2 = 144\text{ cm}^2$
$AC^2 = (5\text{ cm})^2 = 25\text{ cm}^2$ donc $AB^2 + AC^2 = 169\text{ cm}^2$.
c) $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
d) D’après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.</td><td>1) $BC^2 = (2{,}9\text{ m})^2 = 8{,}41\text{m}^2$
$AB^2 = (2\text{ m})^2 = 4\text{ m}^2$
$AC^2 = (2{,}1\text{ m})^2 = 4{,}41\text{ m}^2$ donc $AB^2 + AC^2 = 8{,}41\text{ m}^2$.
$BC^2 = AB^2 + AC^2$.
Donc d’après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.</td></tr>
<tr><td>2) $AB^2 = AC^2 + BC^2$ donc d’après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.</td><td>2) $ST^2 = (37\text{ cm})^2 = 1369\text{ cm}^2$
$RS^2 = (12\text{ cm})^2 = 144\text{ cm}^2$
$TR^2 = (35\text{ cm})^2 = 1225\text{ cm}^2$
$ST^2 = RS^2 + TR^2$
Donc d’après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est rectangle en R.
Donc Madame Brico peut laisser une balle de tennis en équilibre sur cette étagère.</td></tr>
<tr><td colspan="2">3) Conjecture : il semble que le triangle ABC est rectangle en B.

Preuve : $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (-1 - 4)^2 + (-2 - 3)^2 = 50$
$BC^2 = (-5 - (-1))^2 + (2 - (-2))^2 = 32$
$AC^2 = (-5 - 4)^2 + (2 - 3)^2 = 82$
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d’après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est bien rectangle en B.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">4) $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (3 - (-2))^2 + (1 - (-2))^2 = 34$ donc $AB = \sqrt{34}$
$BC^2 = (8 - 3)^2 + (4 - 1)^2 = 34$ donc $BC = \sqrt{34}$
$AC^2 = (8 - (-2))^2 + (4 - (-2))^2 = 136$ donc $AC = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$
Donc AC = AB + BC, les points A, B et C sont donc alignés.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5) Dans le repère $(A\,;I\,,J)$, on relève les coordonnées des 6 points de la figure : $A(0\,;0)$, $B(8\,;0)$, $C(8\,;8)$, $D(0\,;8)$, $E(0\,;13)$ et $F(21\,;0)$.
Le repère $(A\,;I\,,J)$ étant orthonormé, on a :
$EF = \sqrt{(21-0)^2+(0-13)^2} = \sqrt{610}$;
$EC = \sqrt{(8-0)^2+(8-13)^2} = \sqrt{89}$;
$CF = \sqrt{(21-8)^2+(0-8)^2} = \sqrt{233}$.
$EF^2 \neq (EC+CF)^2$ donc $EF \neq EC+CF$
donc les points E, C et F ne sont pas alignés.</td></tr>
</table>

6)  Dans le repère orthonormé (A;B,D) : A(0 ; 0) , B(1 ; 0) , C(1 ; 1), D(0 ; 1) E(0,5 ; 1) F(0,75 ; 0,25) $AE^2 = (0,5 - 0)^2 + (1 - 0)^2 = 1,25$ $AF^2 = (0,75 - 0)^2 + (0,25 - 0)^2 = 0,625$ $FE^2 = (0,5 - 0,75)^2 + (1 - 0,25)^2 = 0,625$ $AE^2 = AF^2 + FE^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFA est rectangle isocèle en F.	6) Dans le repère orthonormé (O ; A , J), les coordonnées des points sont : B(5/3 ; 0) C(2 ; 1) D(8/3 ; -2/3) E(10/3 ; 2/3) F(11/3 ; 0)  On calcule les longueurs BC, CD, DE et EF grâce au théorème de Pythagore : BC = $\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1}$ CD = $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2}$ DE = $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2}$ EF = $\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2}$ La longueur de cette ligne brisée est AB + BC + CD + DE + EF + FG soit, en additionnant, environ 6,4 unités de longueur. Donc Lola n'a pas besoin de prévoir un budget supplémentaire.

Corrigés séance 3 :

1)

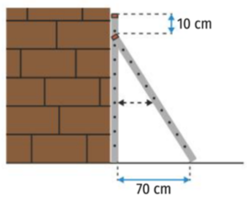
Nombre $\boldsymbol{x} > \mathbf{0}$	0	3	-2	10	4,5	1,5	$\mathbf{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\mathbf{7}}$
Carré $\boldsymbol{x^2} = \boldsymbol{x} \times \boldsymbol{x}$	0	9	4	100	20,25	2,25	$\frac{1}{4}$	7

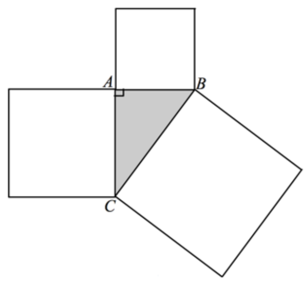
2) Si AB^2 = AC^2 + BC^2 alors le triangle ABC est rectangle en C

3) On suppose qu'un triangle MNO est rectangle en M. Son hypoténuse est : $[ON]$

<table>
<tr><th>Parcours 1</th><th>Parcours 2 (plus difficile)</th></tr>
<tr><td>1) Dans le triangle GHE rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore, on a GH^2 = GE^2 + EH^2 = (9 m)^2 + (12 m)^2 = 225 m2 . Donc GH = $\sqrt{225\ m^2} = 15\ m$ la hauteur du poteau était donc de 9 m + 15 m soit 24 m.</td><td>1) Pour prouver que (AD) est la médiatrice de [BC], on va montrer que (AD) et (BC) sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.
Dans un repère orthonormé du plan, soit les points A(2 ;2) B(4 ; 1) C(0 ;3) et D(4 ;6). Les coordonnées du milieu de [BC] sont ($\frac{x_C+x_B}{2}$; $\frac{y_C+y_B}{2}$) soit (1 ; 1) on retrouve les coordonnées de A, donc A est le milieu de [BC].
BD^2 = $(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2$ = (4 – 4)^2 + (6 – 1)^2 = 25
AB^2 = (4 – 2)^2 + (1 – 2)^2 = 5
AD^2 = (4 – 2)^2 + (6 – 2)^2 = 20 on trouve BD^2 = AB^2 + AD^2 donc d'après le théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en A, donc comme A est le milieu de [BC], alors la droite (AD) est la médiatrice du segment [BC].</td></tr>
<tr><td>2) AB^2 = 25 BC^2 = 81 AC^2 = 106
AC^2 = AB^2 + BC^2 donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B.</td><td>2) On se place dans un triangle rectangle, on s'intéresse à un angle x. Si on appelle a le côté adjacent à cet angle, o le côté opposé et h l'hypoténuse du triangle rectangle, alors on a les formules :

$\cos(x) = \frac{a}{h}$ et $\sin(x) = \frac{o}{h}$

Ainsi, pour n'importe quel angle x :
$\cos^2(x) + \sin^2(x) = \left(\frac{a}{h}\right)^2 + \left(\frac{o}{h}\right)^2 = \frac{a^2}{h^2} + \frac{o^2}{h^2} = \frac{a^2+o^2}{h^2}$
Or, comme le triangle est rectangle, alors d'après le théorème de Pythagore, $a^2 + o^2 = h^2$ donc le quotient est égal à 1, donc pour tout angle x, $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$</td></tr>
<tr><td colspan="2">3) On nomme L la longueur de l'échelle. Dans la position penchée, on modélise la situation par un triangle rectangle (le mur est vertical) de côtés 70, L, et L-10 (en cm). D'après le théorème de Pythagore, on a :
L^2 = (L – 10)^2 + 70^2 soit L^2 = L^2 – 20L + 100 + 4900
D'où en soustrayant L^2 : 20L = 5000 d'où L = 5000 : 20
Donc L = 250 cm. Cette échelle mesure 2,5 mètres.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">4) a) D'après le théorème de Pythagore, une diagonale d'un carré de côté 1 le partage en deux triangles rectangles isocèles égaux. D'après le théorème de Pythagore, si on appelle d la longueur de la diagonale, on obtient l'égalité d^2 = 1^2 + 1^2 soit d^2 = 2. Donc la longueur de la diagonale est d = $\sqrt{2}$.
b) De la même façon, pour un carré de côté 2 , on obtient d^2 = 2^2 + 2^2 soit d^2 = 8. Donc la longueur de la diagonale est d = $\sqrt{8} = \sqrt{4}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.
De la même façon, pour un carré de côté 3 , on obtient d^2 = 3^2 + 3^2 soit d^2 = 18. Donc la longueur de la diagonale est d = $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.
On peut donc conjecturer d pour un carré de côté n mètres : d = n $\sqrt{2}$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">c) D’après le théorème de Pythagore, une diagonale d’un carré de côté n le partage en deux triangles rectangles isocèles égaux. D’après le théorème de Pythagore, si on appelle d la longueur de la diagonale, on obtient l’égalité $d^2 = n^2 + n^2$ soit $d^2 = 2n^2$. Donc la longueur de la diagonale est d = $\sqrt{2n^2} = \sqrt{2}\sqrt{n} = n\sqrt{2}$.</td></tr>
<tr><td>5) Si (AH) et (BC) sont perpendiculaires, alors la droite (AH) est une hauteur du triangle ABC : on vérifie donc si AHC est un triangle rectangle.
$AC^2 = (6\ cm)^2 = 36\ cm^2$
$AH^2 + HC^2 = (5\ cm)^2 + (3\ cm)^2 = 34\ cm^2$
Il n’y a pas égalité, donc d’après la contraposée du théorème de Pythagore, AHC n’est pas rectangle, donc (AH) n’est pas une hauteur du triangle ABC.</td><td>5) On pourra recouvrir entièrement cette table rectangulaire par une nappe ronde si le diamètre de la nappe est supérieur ou égal à la diagonale de la table.
La longueur D de la diagonale de la table est la longueur de l’hypoténuse du triangle rectangle formé par le demi-rectangle. Ainsi, d’après le théorème de Pythagore :
$D^2 = (110\ cm)^2 + (90\ cm)^2 = 20200\ cm^2$ en prenant la racine carrée on trouve que la diagonale de la table mesure environ 142 cm, ce qui est supérieur strictement au diamètre de la nappe ronde, 140 cm. Donc non, on ne peut pas recouvrir entièrement cette table rectangulaire par cette nappe ronde.</td></tr>
<tr><td colspan="2">6) Le triangle ABC est rectangle en A, donc d’après le théorème de Pythagore, $BC^2 = AC^2 + AB^2$
Soit $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 63\ m^2 – 14\ m^2 = 49\ m^2$ donc AC = 7 m.
Il reste à calculer l’aire de la cuisine : AC x AB : 2 = 7 m x $\sqrt{14}\,m$: 2 soit environ 13 m^2.
L’aire totale de cette partie de la maison est donc environ : 63 m^2 + 14 m^2 + 49 m^2 + 13 m^2 = 139 m^2 donc non, monsieur et madame Brico ne possèdent pas plus de 140 mètres carrés habitables dans cette partie de leur maison.
</td></tr>
</table>

<u>Pour aller plus loin</u> : il faut appliquer deux fois le théorème de Pythagore …. On trouvera que la diagonale d’un cube de côté 1 m mesure $\sqrt{3}\,m$.