

# Séquence : Pythagore

## Séance 1

### Consignes générales :

- Répondre aux activités mentales directement sur cette feuille, puis sur votre cahier.

### Objectifs : réinvestir les notions sur le théorème de Pythagore

#### Activités mentales : (5 minutes)

1) Compléter le tableau suivant :

Nombre $x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Carré $x^2 = x \times x$													

2) Quelle est la formule permettant de calculer l'aire d'un carré de côté  $c$  ? Cocher les bonnes réponses.

☐  $A = c + c$

☐  $A = 4 \times c$

☐  $A = c \times c$

☐  $A = c^2$

3) **VRAI ou FAUX ?** Entourer la bonne réponse.

Le théorème de Pythagore permet de prouver qu'un triangle est rectangle.

Vrai / Faux

Le théorème de Pythagore permet de calculer des longueurs dans un triangle rectangle.

Vrai / Faux

La réciproque du théorème de Pythagore permet de prouver qu'un triangle est rectangle.

Vrai / Faux

4) Soit un triangle ABC rectangle en A. Son hypoténuse est : ☐  $[AB]$

☐  $[AC]$

☐  $[BC]$

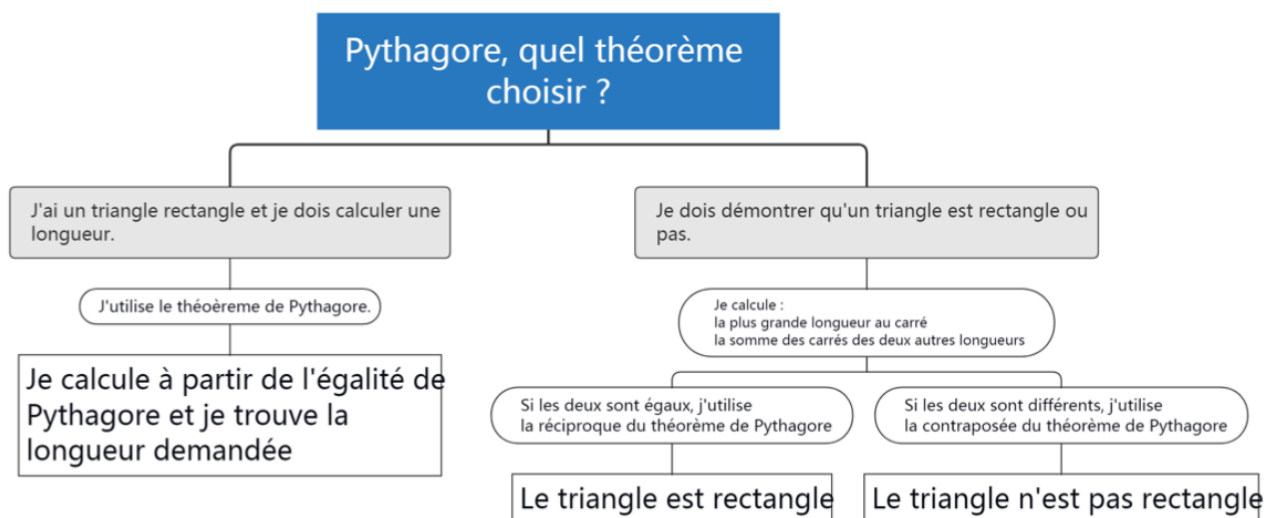
5) Associer chaque nombre de la colonne de gauche à son carré dans la colonne de droite.

10	•	•	25
-5	•	•	3
$\sqrt{3}$	•	•	100

6) Quel est le nombre positif dont le carré vaut 2 ?

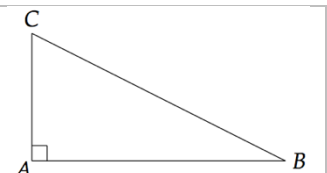
☐ 4

☐  $\sqrt{2}$

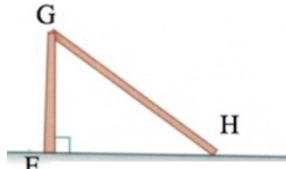
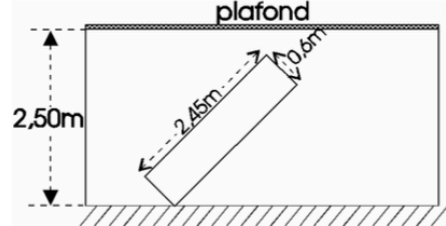

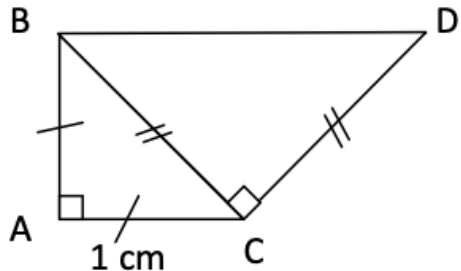


#### Rappel de cours : **théorème (de Pythagore)**

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.



## Activités proposées

Parcours 1	Parcours 2
<p>1) On considère le triangle ABC rectangle en A tel que <math>AB = 8</math> cm et <math>AC = 15</math> cm.</p> <p>a) Pourquoi peut-on utiliser le théorème de Pythagore dans ce triangle ?</p> <p>b) Calculer <math>AB^2</math>, calculer <math>AC^2</math> puis <math>AB^2 + AC^2</math>.</p> <p>c) Déterminer <math>BC^2</math> en justifiant.</p> <p>d) En déduire la valeur de BC, en cm.</p> <p>e) Quelle est l'aire du triangle ABC, en <math>\text{cm}^2</math> ?</p>	<p>1) Soit le triangle MNO rectangle en O tel que <math>OM = 3</math> cm et <math>ON = 4</math> cm.</p> <p>Est-il vrai que <math>MN = 5</math> cm ?</p>
<p>2) On considère un triangle DEF rectangle en D tel que <math>DE = 3,6</math> cm et <math>DF = 8,15</math> cm. Déterminer la longueur EF. Arrondir au mm.</p>	<p>2) On considère un triangle DEF rectangle en D tel que <math>DE = 3,6</math> cm et <math>EF = 8,15</math> cm. Déterminer la longueur DF. Arrondir au mm.</p>
<p>3) On considère un triangle PQR rectangle en P tel que <math>PQ = 12</math> cm et <math>QR = 15</math> cm. Déterminer la longueur PR.</p>	<p>3) Pendant une tempête, un poteau s'est brisé. L'extrémité touche le sol à 10,3 m de la base du poteau. Le morceau cassé mesure 12 m de long. Quelle était la hauteur de ce poteau avant la tempête ? Arrondir au cm.</p> 
<p>4) La taille d'un écran ou d'une télévision est souvent exprimée à l'aide de la longueur de sa diagonale, exprimée en pouces. En sachant qu'un pouce représente 25,4 mm, calculer la longueur de la diagonale d'un écran de largeur 100 cm et hauteur 70 cm.</p>	<p>4) Peut-on relever l'armoire sans toucher le plafond ?</p> 
<p>5) Une échelle de longueur 4 m est posée contre un mur, à 1,50 m du pied du mur. Quelle hauteur atteint le sommet de l'échelle ?</p> 	<p>5) Calculer BD.</p> 

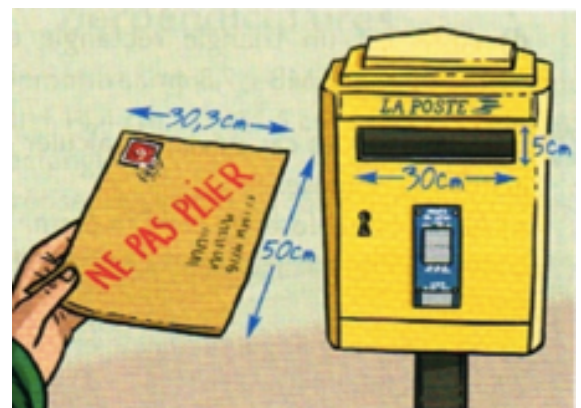
## Synthèse à retenir :

### Théorème de Pythagore :

Si le triangle ABC est rectangle en A, alors  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .  
Cette égalité est appelée égalité de Pythagore.

## Pour aller plus loin :

Est-il possible de poster cette enveloppe rectangulaire sans la plier ?



### Consignes générales :

- Répondre aux activités mentales directement sur cette feuille
- Rédiger la solution des exercices sur votre cahier ou sur feuille

### Objectifs : réinvestir les notions sur la réciproque du théorème de Pythagore

#### Activités mentales : (4 minutes)

1) Quel côté est l'hypoténuse de ce triangle rectangle ?

☐ [TO]

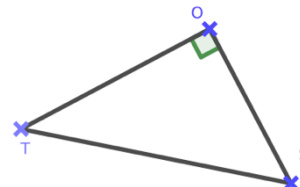
☐ [ST]

☐ [OS]

2) Écrire l'égalité de Pythagore dans le triangle OST précédent.

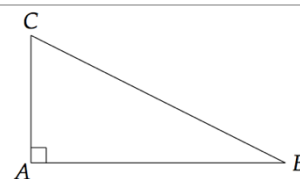
.....

3) Compléter :  $2,5^2 =$   $(\sqrt{11})^2 =$   $(\frac{2}{3})^2 =$

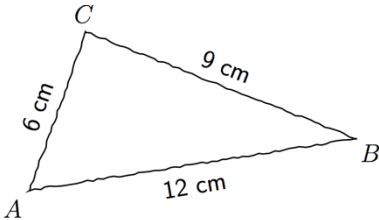
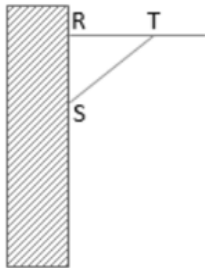
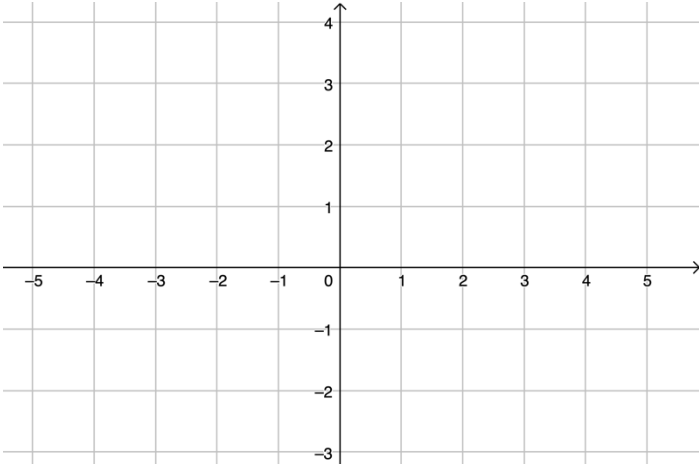


#### Rappel de cours : réciproque du théorème de Pythagore

Si le carré de la longueur du côté le plus long d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

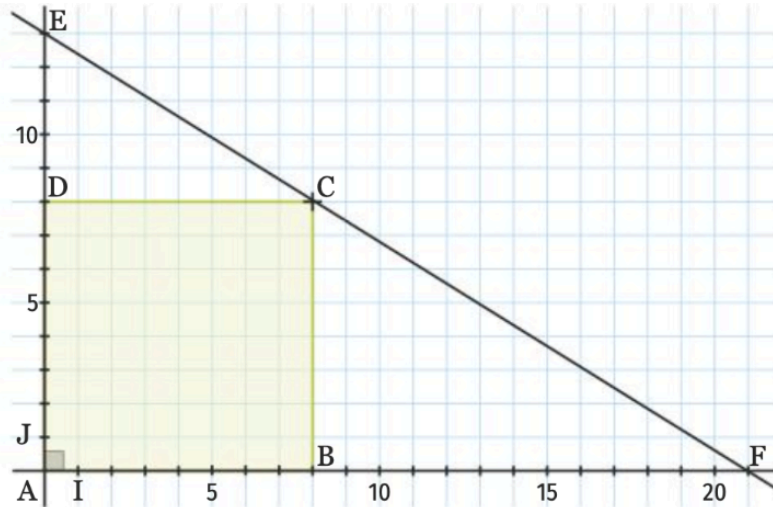


#### Activités proposées

Parcours 1	Parcours 2 (plus difficile)
<p>1) On considère un triangle ABC de côtés AB = 12 cm, BC = 13 cm et AC = 5 cm.</p> <p>a) Quel est le côté le plus long ? Calculer le carré de sa longueur.</p> <p>b) Calculer <math>AB^2</math>, <math>AC^2</math> puis <math>AB^2 + AC^2</math>.</p> <p>c) Comparer <math>BC^2</math> avec <math>AB^2 + AC^2</math>.</p> <p>d) Que peut-on conclure sur le triangle ABC ?</p> <p>2) Voici un triangle ABC tracé à main levée. Les droites (AC) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?</p> 	<p>1) Prouver que le triangle ABC de côtés AB = 2 m, AC = 2,1 m et BC = 2,9 m est rectangle en A.</p> <p>2) Madame Brico a posé une étagère sur un mur vertical, elle a mesuré et trouvé les longueurs RS = 12 cm, TR = 35 cm et ST = 37 cm ? Peut-elle laisser une balle de tennis en équilibre sur cette étagère ?</p> 
<p>3) Commun aux deux parcours :</p> <p>a) Dans le repère orthonormé ci-dessous, placer les points : A(4 ; 3) B(-1 ; -2) C(-5 ; 2)</p> <p>b) Quelle conjecture peux-tu faire sur la nature du triangle ABC ?</p> <p>c) Prouver cette conjecture.</p> 	

4) *Commun aux deux parcours* : Dans un repère orthonormé  $(O;I,J)$ , les points de coordonnées  $A(-2;-2)$ ,  $B(3;1)$  et  $C(8;4)$  sont-ils alignés ?

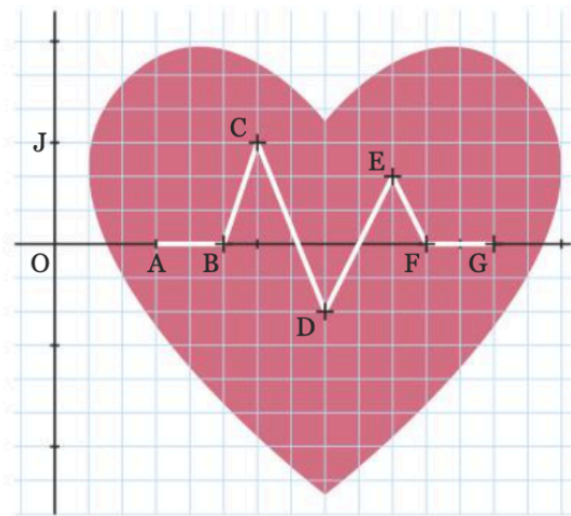
5) *Commun aux deux parcours* : Dans le repère orthonormé  $(A;I,J)$ , on considère la figure suivante, composée d'un carré ABCD et de deux points E et F. Les points E, C et F sont-ils alignés ?



6) Soit ABCD un carré de centre O, on considère les points E et F, milieux respectifs de [DC] et [OB].

- Construire une figure.
- Donner les coordonnées de chacun des points dans le repère orthonormé  $(A;B,D)$ .
- Quelle est la nature du triangle EFA ?

6) Lola souhaite réaliser un logo pour une entreprise médicale. Elle propose la maquette suivante composée d'un cœur et d'une ligne brisée. Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O;A,J)$ .

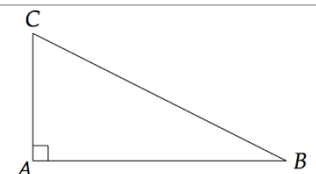


Pour être imprimé sans frais supplémentaires, la longueur de la ligne brisée ABCDEFG doit être inférieure à 7 unités. Lola doit-elle prévoir un budget supplémentaire ?

Synthèse à retenir :

**Réciproque du théorème de Pythagore :**

Si  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  alors le triangle ABC est rectangle en A.



### Consignes générales :

- Répondre aux activités mentales directement sur cette feuille
- Rédiger la solution des exercices sur votre cahier ou sur feuille

### Objectifs : utiliser le théorème de Pythagore, sa réciproque et sa contraposée

#### Activités mentales :

1) Compléter le tableau suivant :

Nombre $x > 0$	0		-2		4,5		$\frac{1}{2}$	
Carré $x^2 = x \times x$		9		100		2,25		7

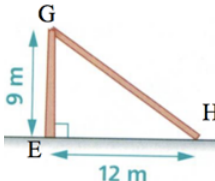
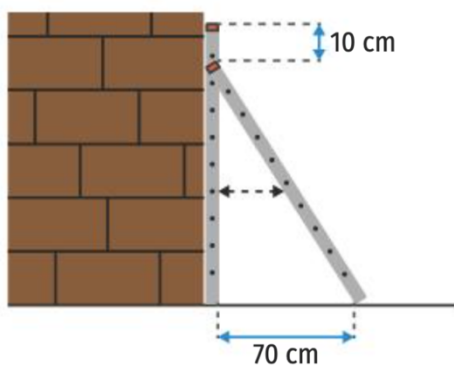
2) Si  $AB^2 = AC^2 + BC^2$  alors :

- ☐ le triangle ABC est rectangle en A
- ☐ le triangle ABC est rectangle en B
- ☐ le triangle ABC est rectangle en C

3) On suppose qu'un triangle MNO est rectangle en M. Son hypoténuse est :

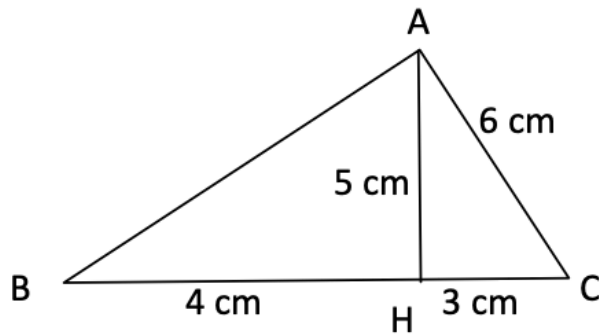
- ☐  $[MN]$                       ☐  $[ON]$                       ☐  $[OM]$

#### Activités proposées

Parcours 1	Parcours 2 (plus difficile)
<p>1) Lors d'une tornade, un poteau s'est brisé. Quelle était la hauteur du poteau avant la tornade ?</p> 	<p>1) On se place dans un repère orthonormé du plan. Soit les points A(2 ; 2) B(4 ; 1) C(0 ; 3) et D(4 ; 6). Prouver que (AD) est la médiatrice de [BC].</p>
<p>2) On se place dans un repère orthonormé du plan. Soit les points A(-2 ; -5) B(3 ; -5) et C(3 ; 4). Quelle est la nature du triangle ABC ?</p>	<p>2) En rappelant l'expression du cosinus et du sinus d'un angle <math>x</math> dans un triangle rectangle, démontrer que <math>\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1</math>.</p>
<p>3) <i>Commun aux deux parcours</i> : Une échelle de longueur <math>x</math> est posée consécutivement dans les deux positions présentées sur la figure. On relève les données ci-dessous. Déterminer la longueur de l'échelle.</p>	
<p>4) a) Quelle est la longueur d'une diagonale d'un carré de côté 1 m ?</p>	

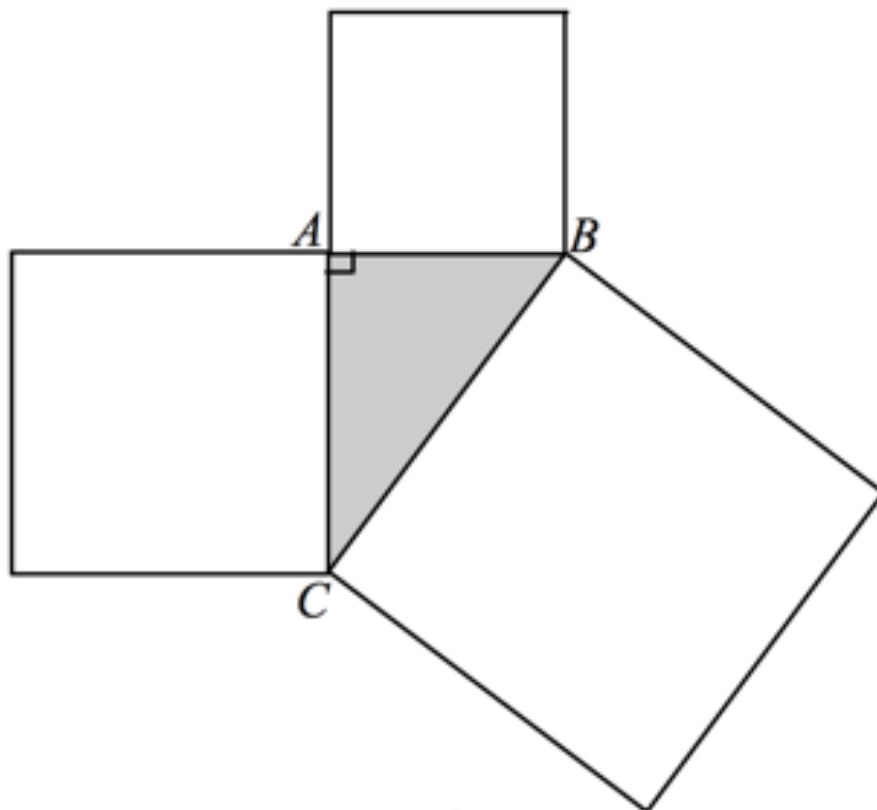
- b) En calculant la longueur d'une diagonale d'un carré de côté 2 m, 3 m, 4 m ... conjecturer l'expression de la longueur d'une diagonale d'un carré de côté  $n$  mètres, où  $n$  est un nombre entier naturel.
- c) Démontrer cette conjecture.

5) La droite (AH) est-elle une hauteur du triangle ABC ?



5) Peut-on recouvrir entièrement une table rectangulaire de 110 cm de long et 0,9 m de large par une nappe ronde de 70 cm de rayon ?

- 6) Voici le plan d'une partie de la maison de Madame et Monsieur Brico. Le carré de côté AB représente la chambre, le carré de côté BC représente le salon, le triangle représente la cuisine et le carré de côté AC représente la véranda.
- Sachant que l'aire du sol de la chambre est 14 mètres carrés et celle du salon est 63 mètres carrés, Monsieur et madame Brico possèdent-ils plus de 140 mètres carrés habitables dans cette partie de leur maison ?



Pour aller plus loin :

Quelle est la longueur d'une diagonale d'un cube de côté 1 m ?