MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
Liberté
Égalité
Fraternité

Conseil supérieur
des programmes

Programme de mathématiques du cycle 3

Décembre 2024

Sommaire

Principes

Objectifs majeurs

Le programme d'enseignement des mathématiques au cycle 3 fixe des objectifs de différentes natures :

- le renforcement des apprentissages mathématiques des élèves français de l'école et du collège ;
- l'acquisition de savoirs et de savoir-faire indispensables à la réussite au cycle 4 en mathématiques et dans les autres disciplines scolaires ;
- le renforcement de compétences d'analyse, de raisonnement, de logique, d'argumentation qui constituent le fondement de la formation scientifique et qui contribuent au développement de l'esprit critique nécessaire à l'exercice éclairé de la citoyenneté ;
- le développement de compétences psychosociales permettant à chaque élève de gagner en autonomie et en pouvoir d'action, de bénéficier d'un état de bien-être psychique et de construire des interactions positives avec autrui ;
- la lutte contre les déterminismes sociaux et les inégalités entre les filles et les garçons qui freinent la réussite scolaire.

Par ailleurs, l'enseignement des mathématiques au cycle 3 s'inscrit dans une démarche éducative plus large en sensibilisant les élèves aux défis environnementaux du 21e siècle, notamment le changement climatique, la perte de la biodiversité et l'épuisement des ressources naturelles.

Organisation du travail des élèves

Pour atteindre ces objectifs, il est fondamental de proposer aux élèves des activités variées. Leur diversité concerne :

- les contextes liés à la vie quotidienne ou à d'autres disciplines, mais aussi internes aux mathématiques ;
- les types de tâches qui peuvent être des entrainements à la mémorisation ou à l'automatisation, des exercices d'application pour stabiliser et consolider les connaissances, des évaluations à visée formative, des résolutions de problèmes favorisant la recherche, des débats collectifs autour d'une solution proposée ;
- les modalités d'organisation du travail qui peut être effectué individuellement, en binômes ou en groupes plus larges, à l'écrit et à l'oral.

Le temps scolaire est privilégié pour la mise en œuvre de ces modalités d'apprentissage. En parallèle, des travaux proposés en dehors de la classe, notamment l'apprentissage des leçons et la résolution d'exercices d'application et d'entrainement, sont indispensables pour consolider les acquis. Pour lutter contre les déterminismes sociaux, l'enseignant doit expliciter clairement l'objectif, les enjeux et les attentes du travail à fournir hors de la classe, afin d'accompagner les élèves, en particulier ceux qui ne bénéficient pas d'un soutien familial ou extérieur.

La résolution de problèmes

Au cycle 3, la résolution de problèmes occupe une place centrale dans l'apprentissage des mathématiques.
Elle contribue à donner du sens aux notions étudiées en les inscrivant dans des situations concrètes, qu'elles soient issues d'autres disciplines ou intra-mathématiques. Elle joue un rôle majeur dans le développement de compétences mathématiques (chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner, communiquer) et constitue le critère principal pour évaluer la maitrise des concepts enseignés.

La mémorisation et l'automatisation

Pour être en capacité de résoudre des problèmes, l'élève doit pouvoir disposer d'automatismes, c'est-à-dire d'un corpus de connaissances, de procédures et de stratégies immédiatement disponibles. La maitrise de ces automatismes allège la mémoire de travail de l'élève lors de la résolution de problèmes, lui permettant de se consacrer pleinement à des tâches cognitives de niveau supérieur comme la prise d'initiatives, la créativité ou le raisonnement. L'apprentissage de ces automatismes est particulièrement valorisant car il produit souvent des progrès rapides, ce qui engage les élèves dans un cercle vertueux et renforce leur confiance en leur capacité à réussir.

Au cours moyen, les automatismes concernent principalement les faits numériques et les procédures de calcul que tout élève est tenu de maitriser. Ils sont notamment explicités dans la rubrique « Calcul mental » du programme où ils sont accompagnés d'indicateurs précis de leur maitrise. En effet, tout comme « savoir lire » ne signifie pas la même chose en CE1 et en CM2 concernant le nombre de mots lus en une minute, « Connaitre les tables de multiplication » ne correspond pas aux mêmes attentes en CE1 et en CM2 sur le nombre de résultats que les élèves sont capables de restituer en une minute.

En 6e, les automatismes couvrent l'ensemble des domaines du programme, mais portent uniquement sur des connaissances, des procédures et des stratégies déjà étudiées au cours moyen.

Afin de favoriser un apprentissage solide des habiletés en calcul, qu'il soit mental ou posé, les élèves du cycle 3 n'utilisent pas de calculatrice au quotidien. Au cours moyen, ils ne disposent pas de calculatrice personnelle. Cependant, à l'école comme au collège, l'enseignant peut en mettre à disposition lorsqu'il juge leur usage pertinent, soit pour aborder une tâche spécifique, soit pour répondre aux besoins de certains élèves. Par exemple, la calculatrice peut être utilisée pour résoudre des problèmes dont les données numériques dépassent le cadre des calculs mentaux ou posés fixé par le programme.

Les écrits en mathématiques

En mathématiques, au cycle 3, les élèves sont amenés à produire plusieurs types d'écrits, chacun ayant une fonction spécifique.

- Les écrits intermédiaires rédigés lors des temps de recherche permettent à l'élève de poser les premiers éléments nécessaires à l'analyse d'un énoncé, de structurer sa pensée lors de la résolution d'un problème ou de noter des résultats intermédiaires pour soulager sa mémoire de travail lors d'un calcul mental. Ces écrits ne sont pas destinés à être évalués, mais ils offrent à l'enseignant une précieuse opportunité de repérer et de comprendre les difficultés rencontrées par un élève et, ainsi, de l'aider à les surmonter. Ils peuvent être notés sur une ardoise, sur un cahier de brouillon ou encore dans le cahier d'exercices.
- Les travaux écrits sous la forme de résolution d'exercices d'application, d'entrainement ou de problèmes sont essentiels. Leur trace est consignée dans un cahier ou un classeur. L'enseignant encourage l'élève à renseigner ce cahier ou ce classeur avec soin, tout en autorisant les essais et les erreurs inhérents aux apprentissages mathématiques. La validation régulière de ces écrits par l'enseignant, lorsqu'il circule dans les rangs ou qu'il relève les cahiers, permet de maintenir un haut niveau d'exigence tant sur la précision des réponses que sur la présentation.
- L'institutionnalisation des notions étudiées en classe est consignée sous forme de traces écrites dans le cahier ou le classeur de l'élève : définitions et propriétés, vocabulaire spécifique, procédures de calcul à mémoriser, exercice résolu pouvant servir de modèle, etc. Ces traces servent de référence pour l'élève, notamment quand il rencontre des difficultés lors de la résolution d'un exercice ou d'un problème.

La place et le rôle de l'oral

La verbalisation est un maillon essentiel dans l'acquisition des notions mathématiques : elle éclaire souvent le sens et aide à la mémorisation. Offrant à l'élève la possibilité de développer sa pensée, puis de la structurer, elle contribue également à la compréhension, à la réflexion et au raisonnement. Au même titre que la représentation, qui est une mise en images, la verbalisation est une mise en mots qui facilite l'accès à l'abstraction.
Les séances de mathématiques fournissent de nombreuses opportunités de renforcer l'expression orale des élèves et leur capacité d'argumentation.

La présentation d'une réponse, d'une stratégie ou encore d'une solution d'un problème permet d'entrainer l'élève à s'exprimer face à un public et à produire un discours structuré et clair. Plutôt que de recopier au tableau sa solution, l'élève est encouragé à la décrire et à la commenter, éventuellement avec l'appui d'un outil comme le visualiseur.

La confrontation de solutions variées d'un même problème incite les élèves à argumenter, à comparer des méthodes ou à critiquer de manière constructive les démarches retenues. Ces activités contribuent à développer des compétences d'expression orale, tout en favorisant la structuration et la clarté du discours.

L'évaluation des progrès et des acquis des élèves

L'évaluation joue un rôle clé dans la régulation des apprentissages, tant pour l'enseignant que pour l'élève. Elle permet à celui-ci de prendre conscience de ses réussites et de ses progrès, d'identifier et de comprendre ses erreurs, et de consolider ainsi ses acquis.

Pour être plus efficace, chaque évaluation doit être précédée d'une explicitation claire des objectifs visés, des modalités et des critères retenus. Cela est essentiel pour engager l'élève dans une démarche active et positive face à l'évaluation.

Les compétences psychosociales

L'enseignement des mathématiques au cycle 3 contribue au développement des compétences psychosociales dans leurs dimensions cognitive, émotionnelle et sociale.

Concernant la dimension cognitive, la mémorisation de faits numériques ou de formules, l'automatisation de procédures de calcul mental ou posé et la lecture immédiate de graphiques renforcent des aptitudes transférables à d'autres domaines.

Au-delà du rôle majeur qu'elle joue dans le développement de compétences mathématiques, la résolution de problèmes renforce les compétences cognitives en développant l'aptitude des élèves à s'appuyer sur des faits pour prendre des initiatives, pour analyser des données, pour élaborer des stratégies, pour faire des choix réfléchis et prendre des décisions responsables.

Concernant la dimension émotionnelle, la résolution de problèmes apprend à l'élève à gérer son stress face à l'inconnu, à identifier ses points forts, à tirer profit de ses erreurs, à développer sa confiance en lui et à éprouver le plaisir de chercher. La pratique fréquente d'évaluations en temps limité lui apprend, quant à elle, à gérer le stress lié à des contraintes temporelles.

Pour convaincre chaque élève de sa capacité à progresser et à réussir en mathématiques, il importe de lui donner l'occasion de s'exprimer, à l'écrit comme à l'oral, sans crainte de l'erreur ou du jugement porté par autrui, que ce soit l'un de ses pairs ou l'enseignant. Celui-ci veille à encourager chaque élève, à lui montrer ses réussites, à valoriser ses progrès et à le féliciter de ses efforts et contribue ainsi à entretenir un sentiment positif vis-à-vis des mathématiques.

Concernant la dimension sociale, des modalités diverses (recherche en binômes ou en groupes plus larges, entraide entre élèves, exposé d'une réponse ou d'une solution, débat autour de celle-ci, etc.) favorisent le développement de qualités personnelles comme l'engagement et la persévérance, et interpersonnelles comme la capacité d'écoute, le respect du point de vue d'autrui et la capacité à défendre le sien. L'enseignant instaure dans sa classe un climat bienveillant favorable à l'écoute, à l'attention et au respect de tous.

L'égalité entre les filles et les garçons

L'enseignant veille à instaurer les conditions permettant à chaque élève de développer un sentiment d'efficacité personnelle et de comprendre que les compétences en mathématiques ne sont ni innées ni liées à un genre, mais qu'elles se construisent progressivement par le travail et la persévérance.

Cette démarche suppose une attention particulière du professeur à plusieurs éléments. Il est attentif :

- au choix des situations qu'il propose, afin qu'elles soient accessibles et stimulantes pour tous les élèves ;
- au regard qu'il porte sur chacun d'eux, en valorisant les efforts et les progrès de manière équitable ;
- à la répartition des tâches et des responsabilités confiées à chacun ;
- aux retours oraux et écrits qu'il fournit aux élèves, en insistant sur leurs réussites et en leur proposant des pistes d'amélioration ;
- aux occasions qu'il offre à chaque élève de s'exprimer individuellement ou d'interagir au sein d'un groupe.

Afin de modifier les représentations sociales et d'encourager une identification positive, il est essentiel de mettre en avant le travail et les réalisations de mathématiciennes et de femmes scientifiques ; en effet, la projection sur un « modèle » participe, dès le plus jeune âge, à modifier les représentations sociales des élèves.

L'initiation à la pensée algébrique et à la pensée informatique

Jusqu’au CE2, les problèmes mathématiques proposés sont essentiellement de nature arithmétique, dans le sens où ils mettent en jeu des nombres ou des grandeurs. Dans les raisonnements que l’élève met en œuvre pour les résoudre, il progresse du connu vers l’inconnu. À partir du cycle 3, l’introduction de la pensée algébrique marque un changement de paradigme : il s’agit de raisonner sur des nombres inconnus, qui seront représentés au cycle 4 par des lettres. Le passage progressif de l’arithmétique à l’algèbre nécessite du temps et une approche adaptée. Pour accompagner cette transition, le programme du cycle 3 introduit quelques modèles pré-algébriques (schémas en barre, balances, motifs évolutifs). Ces outils permettent de manipuler des nombres inconnus représentés par des symboles ou par des mots, facilitant l’accès à ce nouveau mode de raisonnement.

La locution « pensée informatique » englobe une attitude intellectuelle et un ensemble de compétences essentiels pour comprendre les enjeux contemporains tels que l’intelligence artificielle. Au cycle 3, les élèves découvrent ce mode de pensée à travers des activités en lien avec les mathématiques, pouvant être réalisées avec ou sans machine. Ces activités permettent de développer des compétences dans les domaines de l’algorithmique, de la logique ou encore de la résolution de problèmes complexes, tout en sensibilisant les élèves aux enjeux du numérique.

Organisation du programme

Les apprentissages figurant dans le programme recouvrent des domaines variés des mathématiques : nombres et calculs, algèbre, organisation et gestion des données, probabilités, géométrie, grandeurs et mesures, proportionnalité. L’initiation à la pensée informatique est intégrée à certains de ces domaines au cours moyen, tandis qu’elle constitue un domaine spécifique en 6e.

Le programme est organisé selon ces domaines et présenté en deux colonnes : la première indique les objectifs d’apprentissage et la seconde fournit des exemples de réussite, avec quelques variantes de présentation entre le cours moyen et la 6e. Ainsi, dans le programme de 6e, la première colonne est scindée en deux rubriques « Automatismes » et « Connaissances et capacités attendues ». Certains domaines incluent également une rubrique « Culture générale », qui propose des mises en perspective historiques ou culturelles pour enrichir les enseignements. Ces éléments permettent aux enseignants de donner du sens aux apprentissages, d’éveiller la curiosité des élèves et d’inscrire les notions mathématiques dans une dimension historique et culturelle.

Comme leur nom l’indique, les exemples de réussite n’ont aucun caractère prescriptif, mais permettent de clarifier et d’illustrer les objectifs d’apprentissage et le niveau attendu, dans le but d’aider les enseignants à concevoir leurs séquences d’enseignement et à les adapter aux besoins de leurs élèves.

1. NOMBRES, CALCUL ET RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

COURS MOYEN PREMIÈRE ANNÉE

Les nombres entiers

Au CM1, la compréhension des aspects décimal (base dix) et positionnel (la valeur d'un chiffre dépend de sa position) de la numération, étudiés depuis le CP, se renforce et s'étend avec l'introduction de deux nouveaux rangs dans l'écriture chiffrée : ceux des dizaines de milliers et des centaines de milliers. Ainsi, les connaissances et les savoir-faire attendus en fin de CM1 concernent les nombres s'écrivant avec au plus six chiffres. Toutefois, afin de renforcer les connaissances sur la numération relevant du cycle 2 et de privilégier en début d'année l'approfondissement de l'étude des fractions et des nombres décimaux, on se limite, pendant les deux premières périodes de l'année, aux nombres entiers s'écrivant avec au plus quatre chiffres. Les nombres écrits avec cinq ou six chiffres ne sont abordés qu'à partir de la période 3 ou du début de la période 4.
Les élèves utilisent, comme au cours des années précédentes, des représentations du matériel multibase lors des travaux menés sur les nombres. Les élèves qui en ont besoin peuvent être invités à manipuler des objets tangibles, comme des cubes de mille unités, des plaques de cent unités, des barres de dix unités, des cubes unités.
La notion de multiple, introduite au cycle 2, est réactivée. Seuls les critères de divisibilité par 2, par 5 et par 10 figurent au programme. Dans les autres cas, les élèves s'appuient sur la connaissance des tables de multiplication ou effectuent des divisions ou des multiplications.

– Comparer et dénombrer des collections en les organisant. – Construire des collections de cardinal donné. – Connaitre et utiliser les relations entre les unités de numération.	L'élève compare, dénombre et construit des collections de cardinal donné en organisant les éléments par dizaines, centaines, milliers, dizaines de milliers et centaines de milliers. L'élève est régulièrement confronté à des collections partiellement organisées dans lesquelles le nombre de groupements correspondant à une unité de numération donnée est supérieur à dix, par exemple, une collection composée de 17 unités, 8 dizaines, 31 centaines et 2 milliers. L'élève sait résoudre un problème comme le suivant : – « Une entreprise a produit 342 320 filtres à café en une semaine. Les filtres sont conditionnés et vendus dans des cartons de dix boites contenant chacune cent filtres. Combien l'entreprise va-t-elle pouvoir livrer de cartons à l'issue de cette semaine de production ? »
– Connaitre la suite écrite et la suite orale des nombres jusqu'à 999 999. – Connaitre la valeur des chiffres en fonction de leur position dans un nombre.	L'élève comprend et utilise différentes désignations possibles d'un même nombre, notamment : – l'écriture en chiffres (34 605) ; – des décompositions en unités de numération (3 dizaines de milliers et 4 milliers et 6 centaines et 5 unités ou 34 milliers et 605 unités ou 34 605 unités, mais aussi d'autres décompositions, comme 60 dizaines et 34 milliers et 5 unités ou 36 centaines et 5 unités et 31 milliers) ; – le nom à l'oral (« trente-quatre-mille-six-cent-cinq ») ;

– Connaitre et utiliser diverses représentations d'un nombre et passer de l'une à l'autre.	– la décomposition du type : (3 × 10 000) + (4 × 1 000) + (6 × 100) + (0 × 10) + (5 × 1) ; – la décomposition additive sous la forme 30 000 + 4 000 + 600 + 5 ; – l'écriture en lettres (trente-quatre-mille-six-cent-cinq). L'élève sait écrire en chiffres un nombre dicté. Il sait également lire un nombre écrit en chiffres et l'écrire en lettres. Quand il écrit un nombre ayant plus de quatre chiffres, l'élève laisse un espace entre les trois chiffres de droite et les autres chiffres.
– Comprendre et savoir utiliser les expressions « égal à », « supérieur à », « inférieur à » », « compris entre … et … ». – Comparer, encadrer, intercaler des nombres entiers en utilisant les symboles =, < et >. – Ordonner des nombres dans l'ordre croissant ou décroissant. – Savoir placer des nombres et repérer des points sur une demi-droite graduée.	L'élève sait ordonner cinq nombres entiers dans l'ordre croissant ou décroissant. L'élève sait placer un nombre ou déterminer le nombre correspondant à un point sur une portion de demi-droite pouvant être graduée de un en un, de dix en dix, de cent en cent, de mille en mille, de dix-mille en dix-mille ou de cent-mille en cent-mille.
– Savoir reconnaitre les multiples de 2, de 5 et de 10 à partir de leur écriture chiffrée. – Savoir déterminer si un nombre entier donné est un multiple d'un nombre entier inférieur ou égal à 10. – Savoir déterminer si un nombre entier inférieur ou égal à 10 est un diviseur d'un nombre entier donné.	L'élève sait dire que : – 141 n'est pas un multiple de 2, car 141 est un nombre impair ; – 5 n'est pas un diviseur de 141, car les multiples de 5 sont les nombres dont l'écriture se termine par 0 ou 5 ; – 72 est un multiple de 9 car 8 × 9 = 72 ; – 141 n'est pas un multiple de 7, en trouvant, par essais multiplicatifs successifs ou en effectuant la division euclidienne de 141 par 7, que 141 = 7 x 20 + 1 ; – 3 est un diviseur de 141, en trouvant, par essais multiplicatifs successifs ou en effectuant la division euclidienne de 141 par 3, que 3 × 47 = 141 ; L'élève sait résoudre des problèmes comme les suivants : – Marius veut ranger 75 billes dans des sachets qui comportent tous le même nombre de billes. Il veut ranger toutes ses billes. Peut-il les répartir dans 10 sachets ? dans 2 sachets ? dans 5 sachets ? dans 7 sachets ? dans 3 sachets ? Explique tes réponses. – Fanny veut ranger 75 billes dans des sachets qui comportent tous le même nombre de billes. Elle veut ranger toutes ses billes. Peut-elle les répartir dans des sachets de 10 billes ? de 2 billes ? de 5 billes ? de 3 billes ? Explique tes réponses.

Les fractions

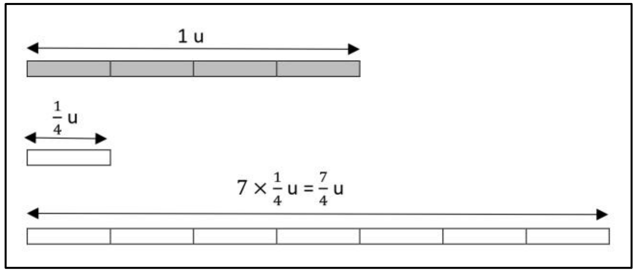
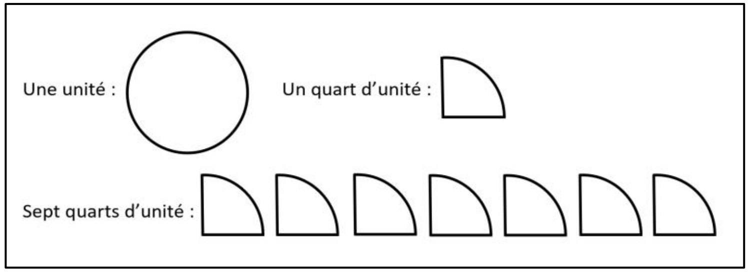
Au CM1 les élèves renforcent les connaissances et les savoir-faire acquis au cycle 2 sur les fractions en étendant leur étude aux fractions supérieures à 1.

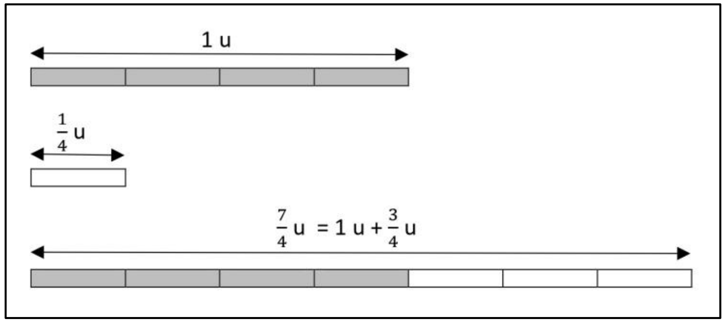
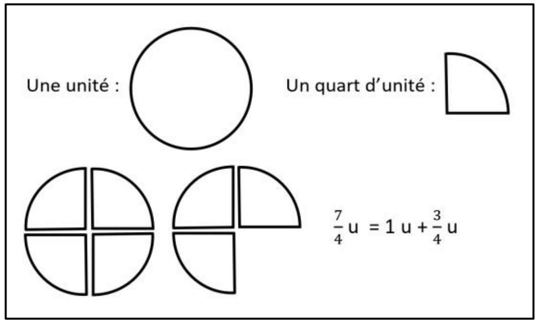
Les fractions sont utilisées avec différents sens :

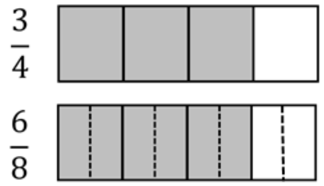
- comme au CE1, les fractions sont utilisées pour représenter une partie d'un tout dans le cadre d'un partage de ce tout en parts égales, la fraction étant alors le rapport entre la partie et le tout ;
- dans la continuité du CE2, les fractions sont utilisées pour mesurer des grandeurs lorsque les nombres entiers ne sont pas suffisants ;
- le travail sur la mesure de longueurs à l'aide de fractions permet d'introduire le repérage de points sur une demi-droite graduée par des fractions, et contribue ainsi à donner aux fractions le statut de nombres, qui s'intercalent entre les nombres entiers déjà connus ;
- au CM1, les fractions acquièrent également le statut d'opérateur multiplicatif pour le cas particulier des fractions unitaires ; les élèves apprennent à calculer des fractions de quantités ou de grandeurs comme un tiers de 12 billes ou un quart de 100 m.

Dans la continuité du cycle 2, les élèves travaillent avec des fractions dès la période 1 et les utilisent tout au long de l'année scolaire.

Les fractions rencontrées au CM1 ont toutes un dénominateur inférieur ou égal à 20, hormis les fractions décimales qui peuvent avoir un dénominateur égal à 100.

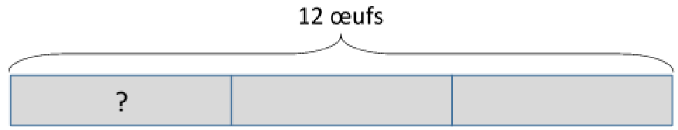
– Savoir interpréter, représenter, écrire et lire des fractions.	L'élève sait que sept quarts s'écrit mathématiquement $\frac{7}{4}$. Il sait dire que $\frac{7}{4}$ d'une unité correspond à sept fois un quart de cette unité. L'élève sait que $\frac{7}{4}$ u = $\frac{1}{4}$ u + $\frac{1}{4}$ u + $\frac{1}{4}$ u + $\frac{1}{4}$ u + $\frac{1}{4}$ u + $\frac{1}{4}$ u + $\frac{1}{4}$ u = 7 × $\frac{1}{4}$ u. La verbalisation contribue à donner du sens au produit. Des manipulations, des représentations et des constructions peuvent également contribuer à renforcer la compréhension de ce produit.  
– Savoir écrire une fraction supérieure à 1 comme la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. – Savoir écrire la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 comme une unique fraction.	L'élève sait dire si une fraction est inférieure ou supérieure à 1. L'élève sait que $\frac{7}{4}$ d'une unité est égal à 1 unité plus $\frac{3}{4}$ d'une unité : 7 × $\frac{1}{4}$ u = $\frac{7}{4}$ u = $\frac{4}{4}$ u + $\frac{3}{4}$ u = 1 u + $\frac{3}{4}$ u.

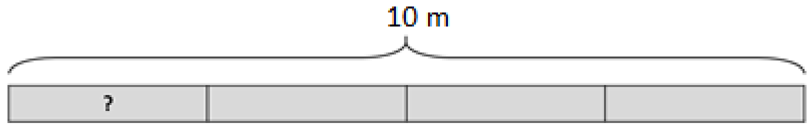
– Savoir encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.	  L'élève comprend que sept quarts de pizza, c'est quatre quarts de pizza plus trois quarts de pizza, c'est-à-dire une pizza plus trois quarts de pizza. Une unité de longueur étant donnée, l'élève sait construire une bande de papier de longueur $\frac{7}{4}$ d'unité. L'élève sait construire un segment de longueur 5 u + $\frac{1}{4}$ u. L'élève sait associer les désignations suivantes d'une même fraction : « neuf quarts » ; $\frac{9}{4}$; $9 \times \frac{1}{4}$; $2 + \frac{1}{4}$. En prenant appui sur la relation $\frac{3}{3} = 1$, l'élève sait écrire $2 + \frac{2}{3}$ sous la forme $\frac{8}{3}$. Réciproquement, il sait décomposer $\frac{8}{3}$ sous la forme $\frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3}$. L'élève sait déduire de l'égalité $\frac{21}{8} = 2 + \frac{5}{8}$ que $\frac{21}{8}$ est compris entre 2 et 3. L'élève sait encadrer la fraction $\frac{16}{3}$ entre deux nombres entiers consécutifs en s'appuyant sur sa connaissance de la relation $\frac{3}{3}$ = 1 et de la table de la multiplication par 3 : $\frac{15}{3} < \frac{16}{3} < \frac{18}{3}$ donc $5 < \frac{16}{3} < 6$.
– Savoir placer une fraction ou la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à un sur une demi-droite graduée. – Savoir repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction ou par la somme d'un nombre entier et d'une fraction.	L'élève sait que, sur une demi-droite graduée avec une unité de longueur, un point peut être repéré par le nombre, appelé l'abscisse de ce point, qui est la mesure de la distance entre ce point et l'origine de la demi-droite graduée. L'élève sait placer des points ayant pour abscisse un nombre comme $\frac{3}{4}, \frac{7}{2}$, $2 + \frac{1}{4}$, $5 + \frac{7}{10}$ et $\frac{37}{10}$ sur une demi-droite graduée avec des graduations permettant de positionner précisément ces points. L'élève sait que $2 + \frac{2}{3}$, $3 - \frac{1}{3}$ et $\frac{8}{3}$ sont différentes écritures de l'abscisse du point A, positionné sur la demi-droite graduée ci-dessous. 

– Comparer des fractions.	L’élève sait expliquer pourquoi $\frac{6}{8}$ est égal à $\frac{3}{4}$, en s’appuyant sur des manipulations, sur des grandeurs (longueurs ou aires) ou sur une verbalisation du type :  – « Si je fais des parts deux fois plus petites et si je prends deux fois plus de parts, alors je prends la même chose. » ; – « Un huitième c’est la moitié d’un quart, donc un quart, c’est deux huitièmes et donc trois quarts est égal à six huitièmes. ». L’élève sait répondre à la question suivante : « Parmi les fractions $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{9}{6}$, $\frac{15}{10}$ et $\frac{6}{4}$, quelles sont les fractions égales à $\frac{3}{2}$? ». L’élève sait déterminer le numérateur manquant dans l’égalité $\frac{?}{8} = \frac{7}{2}$ et il sait justifier sa réponse. L’élève sait comparer deux fractions ayant le même numérateur et justifier sa réponse : par exemple, « Comparer $\frac{5}{12}$ et $\frac{5}{8}$ ». L’élève sait comparer deux fractions de même dénominateur ou de dénominateurs différents, mais dont l’un est un multiple connu de l’autre (résultat des tables de multiplication) et justifier sa réponse : par exemple, « Comparer $\frac{7}{4}$ et $\frac{19}{12}$ ».
– Additionner et soustraire des fractions.	L’élève sait additionner et soustraire des fractions ayant le même dénominateur. L’élève sait additionner et soustraire des fractions ayant des dénominateurs différents, dans le cas où l’un des dénominateurs est un multiple connu de l’autre (résultat des tables de multiplication), par exemple : $\frac{3}{2} + \frac{7}{4}$; $\frac{5}{6} - \frac{1}{12}$; $\frac{11}{4} - \frac{7}{20}$. Les changements de dénominateurs sont systématiquement accompagnés par une justification orale des égalités de fractions et, si nécessaire, par des manipulations ou des représentations correspondant aux fractions en jeu. L’élève sait résoudre des problèmes additifs dans lesquels les données numériques sont des fractions simples, par exemple : « Lucie a tracé un triangle de périmètre 7 unités. L’un des côtés a pour longueur $(2 + \frac{1}{4})$ unités et un autre côté a pour longueur $(1 + \frac{1}{2})$ unités. Quelle est la longueur du troisième côté ? »
– Déterminer une fraction d’une quantité ou d’une grandeur.	L’élève sait déterminer une fraction d’une quantité ou d’une grandeur dans le cas d’une fraction unitaire, c’est-à-dire dont le numérateur est égal à 1. Par exemple : – $\frac{1}{3}$ de douze œufs ; – $\frac{1}{10}$ de 500 g de farine ; – $\frac{1}{5}$ de 60 kg de sable ; – $\frac{1}{4}$ de 10 m. L’élève sait répondre à ces questions à l’oral ou à l’écrit, sans utiliser d’égalité mathématique. Il sait justifier sa réponse oralement en produisant une phrase comme : « Pour trouver un tiers de douze œufs, je partage en trois parts égales, comme

douze c’est trois fois quatre, cela fait quatre œufs. », « Un quart c’est la moitié de la moitié, la moitié de dix mètres, c’est cinq mètres et la moitié de cinq mètres, c’est deux mètres et demi. ».

Si besoin, il peut prendre appui sur un schéma pour associer la situation au calcul d’une division :





Les nombres décimaux

Les nombres décimaux, abordés au cycle 2 par leurs écritures à virgule dans le cas particulier de la monnaie, sont réintroduits de manière plus générale au CM1 sous la forme de fractions décimales. L’écriture à virgule est réintroduite dans un second temps, comme un codage conventionnel de la décomposition canonique d’un nombre écrit sous la forme d’une somme de fractions décimales : ainsi l’écriture décimale 35,78 est présentée comme un codage destiné à simplifier l’écriture du nombre $35 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100}$.

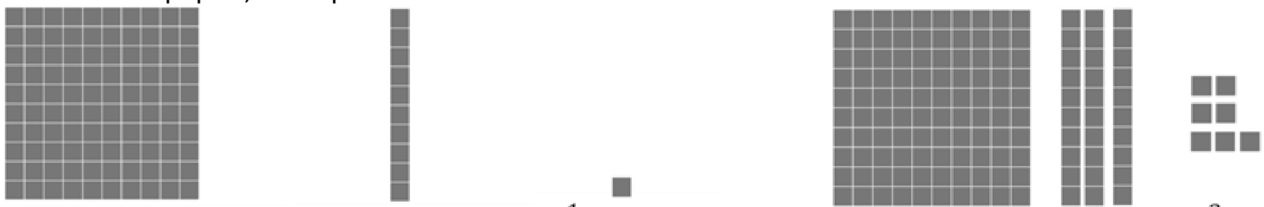
Cette section du programme entretient des liens forts avec

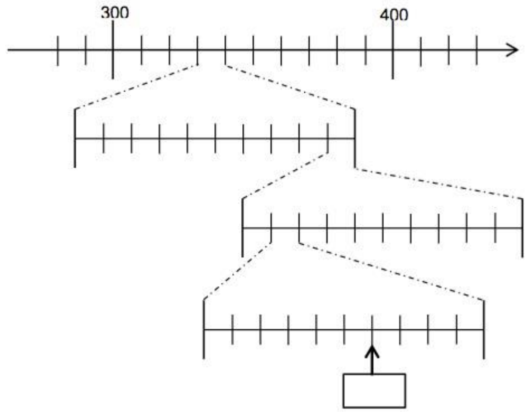
- la partie « Grandeurs et mesures » où les nombres décimaux sont largement utilisés ;
- les sous-parties « Calcul mental » et « Les quatre opérations » où sont présentées des compétences calculatoires que doivent développer les élèves sur les nombres décimaux ;
- la sous-partie « Résolution de problèmes » où les nombres décimaux prennent tout leur sens.

Au CM1, les nombres décimaux rencontrés ne vont pas au-delà des centièmes et s’écrivent donc avec au plus deux chiffres après la virgule.

Des nombres décimaux exprimés avec une écriture à virgule sont rencontrés dès la période 1 dans le cadre de problèmes sur la monnaie prolongeant le travail mené au cycle 2. L’étude plus générale des nombres décimaux, introduits sous la forme de fractions décimales puis exprimés avec une écriture à virgule, est menée dès la période 2 du CM1.

Objectifs d’apprentissage	Exemples de réussite
– Interpréter, représenter, écrire et lire des fractions décimales. – Connaitre et utiliser les relations entre unités simples, dixièmes et centièmes.	L’élève sait que $1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100}$ et $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$. L’élève sait représenter la fraction $\frac{143}{100}$ par une grandeur (longueur ou aire), en utilisant du matériel tangible ou une représentation sur papier, telle que la suivante :

– Placer une fraction décimale sur une demi-droite graduée et repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction décimale. – Écrire une fraction décimale supérieure à 1 comme la somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1. – Écrire une fraction décimale supérieure à 1 comme la somme d'un nombre entier et de fractions décimales ayant un numérateur inférieur à 10.	 $1u = 10\times\frac{1}{10}u = 100\times\frac{1}{100}u$ $\frac{1}{10}u = 10\times\frac{1}{100}u$ $\frac{1}{100}u$ $\frac{143}{100}u = 1u+\frac{4}{10}u+\frac{3}{100}u$ L'élève sait passer d'une écriture à une autre pour les trois écritures suivantes du même nombre : $\frac{417}{100}$; $4+\frac{17}{100}$; $4+\frac{1}{10}+\frac{7}{100}$. L'élève sait placer une fraction décimale sur une demi-droite graduée et repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction décimale.
– Comparer, encadrer, intercaler des fractions décimales en utilisant les symboles =, < et >. – Ordonner des fractions décimales dans l'ordre croissant ou décroissant.	L'élève sait encadrer une fraction décimale par deux entiers consécutifs. L'élève sait comparer deux fractions décimales, par exemple $\frac{67}{10}$ et $\frac{607}{100}$. L'élève sait ranger par ordre croissant les quatre nombres suivants : 2 ; $\frac{14}{10}$; $\frac{120}{100}$; $\frac{9}{10}$. L'élève sait intercaler une fraction décimale entre deux fractions décimales données. Par exemple, il sait compléter une expression comme : $\frac{14}{10} < \cdots < \frac{15}{10}$.
– Passer d'une écriture sous forme d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales à une écriture à virgule et réciproquement. – Interpréter, représenter, écrire et lire des nombres décimaux (écriture à virgule). – Placer un nombre décimal en écriture à virgule sur une demi-droite graduée et repérer un point d'une demi-droite graduée par un nombre décimal. – Savoir donner la partie entière et l'arrondi à l'entier d'un nombre décimal.	L'élève sait que, dans l'écriture à virgule d'un nombre, la virgule sert à repérer le chiffre des unités. Il sait que le chiffre qui suit la virgule est le chiffre des dixièmes et le suivant le chiffre des centièmes. L'élève sait que $4+\frac{1}{10}+\frac{7}{100}$ peut s'écrire sous la forme 4,17 et que ce nombre se lit « quatre et dix-sept centièmes », ou « quatre unités et dix-sept centièmes » ou encore « quatre unités, un dixième et sept centièmes ». L'élève sait représenter le nombre 1,37 par une grandeur (longueur ou aire), en utilisant du matériel tangible ou une représentation sur papier, telle que la suivante :  $1u = 10\times 0{,}1\,u = 100\times 0{,}01u$ $0{,}1u = 10\times 0{,}01\,u$ $\frac{1}{100}u = 0{,}01\,u$ $1{,}37\,u = 1\,u+0{,}3\,u+0{,}07\,u = 1\,u+\frac{3}{10}u+\frac{7}{100}u$

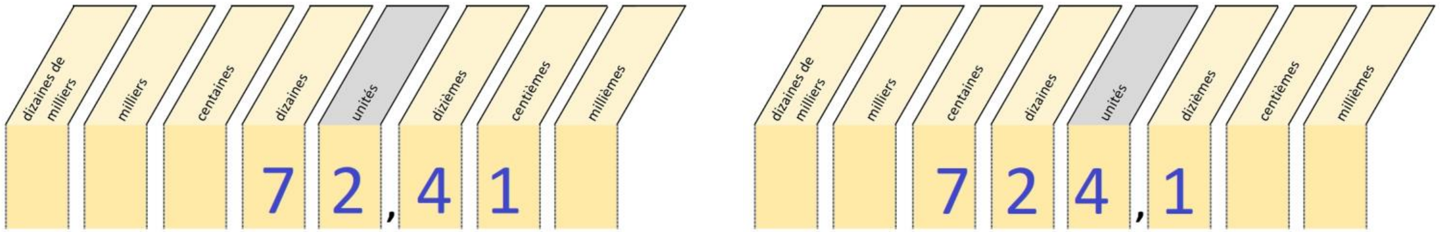
	L'élève sait passer d'une écriture à une autre pour les quatre écritures suivantes du même nombre : 4,17 ; $\frac{417}{100}$; $4+\frac{17}{100}$; $4+\frac{1}{10}+\frac{7}{100}$. L'élève sait que 2,6 = 2,60 et est capable de le justifier. À l'écrit et à l'oral, l'élève sait produire des suites de nombres de 0,1 en 0,1 et de 0,01 en 0,01 à partir d'un nombre donné. L'élève sait placer le nombre 2,8 sur une demi-droite graduée en dixième. L'élève sait qu'il faut écrire 339,16 dans le rectangle sur les zooms de la demi-droite graduée ci-dessous.  L'élève sait donner la partie entière de 135,78. L'élève sait que l'arrondi à l'entier de 5,78 est 6 et que l'arrondi à l'entier de 3,5 est 4.
– Comparer, encadrer, intercaler, ordonner par ordre croissant ou décroissant des nombres décimaux donnés par leur écriture à virgule en utilisant les symboles =, < et >.	L'élève sait comparer deux nombres décimaux, par exemple 4,52 et 4,7. L'élève sait encadrer 17,48 par deux entiers consécutifs. L'élève sait trouver un nombre décimal compris entre 1,9 et 2. L'élève sait ranger par ordre croissant ou décroissant jusqu'à trois nombres décimaux, par exemple : 2,12 ; $\frac{209}{100}$ et 2,6. L'élève sait compléter l'inégalité suivante par un nombre qui convient : 2,9 < … < 3.

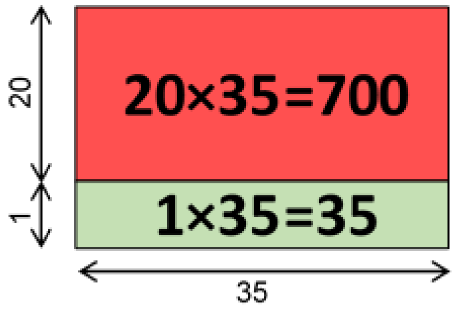
Le calcul mental

L'enseignement du calcul mental au cours moyen est constitué de trois types d'apprentissages :

- mémoriser des faits numériques qui peuvent être restitués de façon quasi instantanée ;
- utiliser les connaissances sur la numération pour effectuer rapidement des calculs en s'appuyant notamment sur la position des chiffres dans les nombres ;
- maitriser des procédures de calcul mental efficaces qui seront progressivement automatisées.

<table>
<tr><td colspan="2">Certaines procédures de calcul mental peuvent nécessiter de garder des résultats intermédiaires en mémoire, ce qui peut être difficile pour certains élèves. Ceux-ci sont alors encouragés, au début des apprentissages, à noter par écrit ces résultats intermédiaires, puis à alléger progressivement le recours à l'écrit, jusqu'à s'en libérer totalement dès qu'ils n'en ont plus besoin.
Au cours moyen, la mémorisation des résultats des tables d'addition et de multiplication se poursuit avec une fluence qui se renforce tout au long de l'année scolaire.
Les procédures de calcul mental enseignées au cycle 2 sont utilisées tout au long de l'année, afin de renforcer leur automatisation.
Les procédures indiquées dans le programme doivent faire l'objet de séquences d'enseignement explicite et donner lieu à une trace écrite. D'autres procédures peuvent être enseignées explicitement ou simplement rencontrées et présentées sans faire l'objet d'une séquence d'enseignement dédiée.
Des tests en temps limité sont indispensables ; d'une part, ils aident les élèves à renforcer la mémorisation des résultats et l'automatisation des procédures, d'autre part, ils permettent à l'enseignant d'être informé sur l'état des connaissances et des savoir-faire des élèves. Ils permettent également d'encourager les élèves à abandonner des procédures peu efficaces au profit des procédures enseignées par le professeur. Ces tests, qui mesurent la fluence en calcul des élèves, permettent également à ces derniers de prendre conscience de leurs progrès, en se référant au nombre de résultats corrects qu'ils sont capables de restituer en une durée donnée. Pour les calculs effectués mentalement en s'appuyant sur la numération ou sur des procédures apprises, la fluence attendue est de l'ordre de quinze résultats restitués en trois minutes.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mémoriser des faits numériques</td></tr>
<tr><td>– Connaitre des faits numériques usuels relatifs aux nombres entiers.</td><td>L'élève renforce sa maitrise des faits numériques appris au cycle 2 concernant les nombres entiers.
L'élève connait les tables d'addition et de multiplication. Il sait compléter des « égalités à trou » du type : 4 + __ = 12 ; 5 + 3 = __ ; 10 = 7 + __ ; 7 × __ = 42 ; 9 × 6 = __ ; 70 = 7 × __.
L'élève sait donner oralement et par écrit :
– les doubles des nombres de 1 à 20 ;
– les doubles des nombres 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 60 et 75 ;
– les doubles des nombres 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500 et 600 ;
– les moitiés des nombres pairs de 2 à 40 ;
– les moitiés des dizaines entières 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 120 et 150 ;
– les moitiés des centaines entières 200, 300, 400, 500, 600, 800, 1000 et 1200.
L'élève connait les multiples de 25 suivants : 1 × 25 = 25, 2 × 25 = 50, 3 × 25 = 75 et 4 × 25 = 100.
L'élève connait les décompositions multiplicatives de 60 : 1 × 60, 2 × 30, 3 × 20, 4 × 15, 5 × 12 et 6 × 10.
L'élève sait ainsi compléter des « égalités à trou » du type : 2 × __ = 12 ; 2 × 16 = __ ; 2 × __ = 70 ; 2 × 25 = __ ;
1000 = 2 × __ ; 2 × 150 = __ ; 3 × 25 = __ ; 60 = 4 × __
À la fin du CM1, l'élève peut compléter treize égalités avec des faits numériques usuels sur les entiers en une minute.</td></tr>
<tr><td>– Connaitre quelques relations entre des fractions usuelles.</td><td>L'élève connait des relations entre $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et 1. Il sait ainsi compléter sans effectuer de calculs des « égalités à trou » du type : $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=$ …… ; $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=$ …… ; $1-\frac{1}{2}=$ …… ; $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=$ …… ; $\frac{1}{2}=\frac{\dots}{4}$; $\frac{\dots}{4}=1$.
L'élève connait les relations entre $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$ et 1. Il sait ainsi compléter des « égalités à trou » du type : $\frac{1}{10}=\frac{\dots}{100}$;
$1=\frac{\dots}{10}$; $1=\frac{\dots}{100}$.</td></tr>
</table>

– Connaitre l'écriture décimale de fractions usuelles.	L'élève sait passer d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale et d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire pour les nombres suivants : $\frac{1}{10} = 0{,}1$; $\frac{1}{100} = 0{,}01$.
Utiliser ses connaissances en numération pour calculer mentalement	
– Ajouter ou soustraire un nombre entier inférieur à 10, d'unités, de dizaines, de centaines, de dixièmes ou de centièmes à un nombre décimal, lorsqu'il n'y a pas de retenue.	À partir d'opérations données à l'écrit, l'élève sait identifier le chiffre sur lequel agir lorsqu'il doit effectuer une addition ou une soustraction, quelle que soit la façon dont les nombres sont désignés. Il sait, par exemple, trouver le résultat des opérations suivantes : 4,45 + 0,3 ; $0{,}45 + \frac{3}{100}$; 1 462 + 300.
– Multiplier un nombre entier par 10, 100 ou 1 000.	L'élève sait que, lors d'une multiplication par 1 000, une unité devient un millier, une dizaine devient une dizaine de milliers et une centaine devient une centaine de milliers. Ainsi, chaque chiffre du nombre initial prend une valeur 1 000 fois plus grande : le chiffre des unités devient le chiffre des milliers, le chiffre des dizaines devient le chiffre des dizaines de milliers et le chiffre des centaines devient le chiffre des centaines de milliers.
– Multiplier un nombre décimal par 10.	L'élève sait que, lors de la multiplication d'un nombre décimal par 10, un dixième devient une unité, un centième devient un dixième et un millième devient un centième. Ainsi, chaque chiffre du nombre initial prend une valeur 10 fois plus grande : le chiffre des millièmes devient le chiffre des centièmes, le chiffre des centièmes devient le chiffre des dixièmes et le chiffre des dixièmes devient le chiffre des unités. Un outil de type « glisse-nombres » peut être utilisé pour accompagner les multiplications par 10 d'un nombre décimal en complément de la verbalisation de la procédure en termes d'unités de numération. Exemple : multiplication de 72,41 par 10 :  10 × 72,41 = 724,1.

– Diviser un nombre décimal par 10.	L'élève sait que, lors d'une division par 10, une unité devient un dixième, une dizaine devient une unité et une centaine devient une dizaine. Ainsi, chaque chiffre du nombre initial prend une valeur 10 fois plus petite : le chiffre des unités devient le chiffre des dixièmes, le chiffre des dizaines devient le chiffre des unités et le chiffre des centaines devient le chiffre des dizaines. Un outil de type « glisse-nombres » peut être utilisé pour accompagner les divisions par 10, en complément de la verbalisation de la procédure en termes d'unités de numération.
Apprendre des procédures de calcul mental	
– Ajouter ou soustraire 8, 9, 18, 19, 28, 29, 38 ou 39, à un nombre.	L'élève sait, par exemple, que pour ajouter 38 à un nombre, il peut lui ajouter 40, puis retrancher 2.
– Multiplier un nombre entier inférieur à 10 par un nombre entier de dizaines ou de centaines.	L'élève sait que, pour multiplier un nombre par un nombre entier de centaines comme 400, il peut décomposer le deuxième facteur sous la forme 4 × 100, puis appliquer la procédure de multiplication par 100. Par exemple : 9 × 400 = 9 × (4 × 100) = (9 x 4) × 100 = 36 × 100 = 3 600.
– Multiplier un nombre entier par 4 ou par 8.	L'élève sait que multiplier par 4 revient à multiplier par 2 et encore par 2, c'est-à-dire à trouver le double du double du nombre initial. L'élève sait que multiplier par 8 = 2 × 2 × 2 revient à multiplier par 2, puis encore par 2 et une troisième fois par 2. Lors d'une séance de calcul mental, si l'élève doit calculer 8 × 27, il peut écrire sur son ardoise : « 54 », puis « 108 », puis « 216 », qu'il entoure pour indiquer qu'il s'agit du résultat cherché. Les écrits intermédiaires « 54 » et « 108 » lui permettent de soulager sa mémoire de travail.
– Multiplier un nombre entier par 5.	L'élève sait que multiplier par 5 revient à multiplier par 10 puis à calculer la moitié du résultat obtenu. Il utilise cette procédure pour multiplier par 5 un nombre inférieur à 200.
– Utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition dans des cas simples.	L'élève sait verbaliser « 21 fois 35, c'est 20 fois 35 plus 1 fois 35. ». 21 × 35 = (20 + 1) × 35 = (20 × 35) + (1 × 35) = 700 + 35 = 735 L'élève utilise aussi la décomposition dans l'autre sens : « 35 fois 21, c'est 35 fois 20 plus 35 fois 1. ». 

Les quatre opérations

Les quatre opérations sont mobilisées au CM1 lors de la résolution de problèmes, qui permet de donner du sens aux opérations. Cette partie entretient également, de façon naturelle, un lien fort avec les autres parties du programme relatives aux nombres, aux grandeurs et au calcul mental.

Des additions, des soustractions et des multiplications posées sont régulièrement utilisées dès le début de l'année, quand les nombres en jeu le justifient. Cependant, les élèves sont encouragés à privilégier le calcul mental à chaque fois que celui-ci est envisageable.

La commutativité de la multiplication est à nouveau explicitée lorsqu'elle est mobilisée.

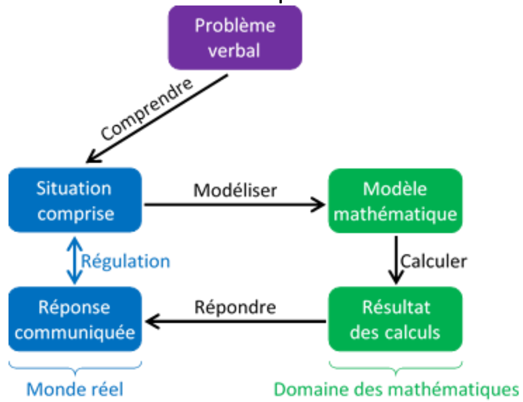
Au cours moyen, les élèves ne disposent pas de calculatrice personnelle. Des calculatrices peuvent être distribuées par l'enseignant pour certaines activités et à certains élèves, lorsque le professeur estime que cette mise à disposition peut être utile.

– Comprendre et utiliser le lexique usuel relatif aux quatre opérations.	L'élève comprend et utilise les mots usuels rencontrés dans le cadre des opérations : – terme, somme, différence ; – facteur, produit, multiple, diviseur (« 9 est un diviseur de 36. ») ; – dividende, diviseur (« Dans la division de 743 par 9, le nombre 743 est le dividende et le nombre 9 est le diviseur. »), quotient, reste.
– Estimer le résultat d'une opération.	L'élève sait estimer le résultat d'une opération dans des cas simples. Par exemple, il sait dire que : – la somme 212 m + 298 m + 496 m est proche de 200 m + 300 m + 500 m, c'est-à-dire 1 000 m ; – la différence 1 494 – 203 est proche de 1 500 – 200, c'est-à-dire 1 300 ; – le produit 52 × 37 L est proche de 50 × 40 L, c'est-à-dire 2 000 L ; – le quotient 597 kg ÷ 2 est proche de 600 kg ÷ 2, c'est-à-dire 300 kg. L'élève connait et utilise le symbole ≈. Il écrit 1 494 – 203 ≈ 1 300 pour exprimer que 1 300 est une estimation de la différence entre 1 494 et 203.
– Savoir effectuer un calcul contenant des parenthèses.	L'élève comprend que les parenthèses renseignent sur les opérations à effectuer en premier. Dans des cas simples, l'élève sait effectuer un calcul en respectant l'ordre des opérations indiqué par les parenthèses, par exemple : 3 × (10 – 6).
– Poser en colonnes et effectuer des additions et des soustractions de nombres décimaux.	L'élève sait effectuer des additions et des soustractions posées mettant en jeu des nombres décimaux. Par exemple, l'élève sait poser en colonnes, puis effectuer des calculs du type : 56,75 + 234 + 0,8 ou encore 34,5 – 2,58.
– Poser et effectuer des multiplications de deux nombres entiers.	L'élève sait calculer des produits en posant la multiplication. Par exemple, il sait calculer le produit 876 × 208.

– Poser et effectuer des multiplications d’un nombre décimal par un nombre entier inférieur à 10.	Dans le cadre de la résolution d’un problème, l’élève sait déterminer, en posant l’opération si nécessaire, le produit d’un nombre décimal par un entier inférieur à 10. Par exemple, il sait calculer les produits 7 × 46,55 € et 8 × 17,3 km.
– Poser et effectuer des divisions euclidiennes avec un diviseur à un chiffre.	L’élève sait effectuer, en la posant, la division euclidienne d’un nombre entier dont l’écriture contient jusqu’à cinq chiffres par un nombre à un chiffre. Lorsque l’opération est effectuée, il sait désigner le dividende, le diviseur, le quotient et le reste. L’élève fait le lien entre la division euclidienne 9 456 par 7, où il trouve un quotient égal à 1 350 et un reste égal à 6, avec l’égalité 9 456 = 1 350 × 7 + 6. Dans le cas de problèmes concrets, il sait interpréter l’égalité précédente en insérant les unités dans le calcul, comme 2 458 œufs = 409 × 6 œufs + 4 œufs.

La résolution de problèmes

La résolution de problèmes arithmétiques fait l’objet d’un enseignement explicite qui vise à développer l’aptitude des élèves à résoudre des problèmes de manière autonome. Cet enseignement s’appuie sur le modèle de résolution de problèmes en quatre phases synthétisé par le schéma ci-dessous. Il constitue notamment un outil utile à l’enseignant pour identifier la ou les éventuelles étapes de la résolution sur lesquelles un élève est en difficulté :



La phase « Comprendre » est particulièrement importante. Pour être en mesure de résoudre un problème, l’élève doit avoir saisi finement à la fois le sens de l’énoncé et celui de la question posée. Cette compréhension est vérifiable à travers la reformulation de « l’histoire » du problème, par l’élève lui-même, en utilisant ses propres mots. L’enseignant veille à ce que les élèves n’automatisent pas la reconnaissance d’une opération à effectuer à partir de termes de l’énoncé, en proposant régulièrement des problèmes dont l’énoncé contient des termes qui n’induisent pas l’opération attendue, par exemple, des énoncés comportant le mot « plus » alors que l’opération à effectuer est une soustraction.

La phase « Modéliser » conduit l’élève à identifier la ou les opérations qu’il va devoir effectuer pour trouver le résultat cherché. Au cours moyen, seuls les élèves qui en ont besoin continuent de manipuler du matériel tangible. Tous les élèves continuent à utiliser, quand cela les aide, des représentations schématiques afin d’identifier le modèle mathématique en jeu.

Au CM1, la phase « Calculer » peut être traitée de différentes façons selon les outils dont disposent les élèves au moment où est proposé le problème : le calcul mental et le calcul posé sont les modalités privilégiées.

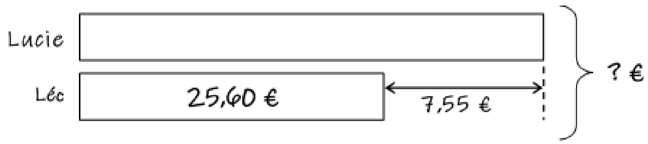
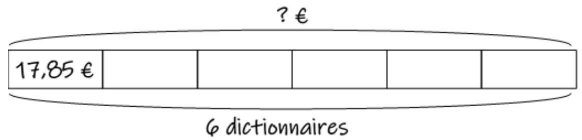
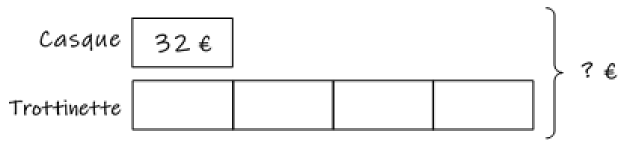
La phase « Répondre » conduit à quitter le domaine des mathématiques pour revenir au problème initialement posé en communiquant une solution. Cette phase est importante et doit être mise en lien avec la « Régulation » qui permet d'adopter une attitude critique sur le résultat trouvé. Cette attitude se manifeste notamment par des questions du type « Le nombre de jetons rouges trouvé est inférieur au nombre de jetons verts, est-ce possible ? », « Le nombre de jetons rouges trouvé est supérieur au nombre total de jetons, est-ce possible ? », ou des questions relatives à la vraisemblance du résultat trouvé : « 4,5 m pour la longueur d'une voiture, est-ce que cela est plausible ? », « 800 km entre Paris et New York, est-ce que cela semble possible ? ». L'élève doit apprendre à se poser systématiquement ce type de questions.

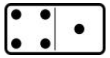
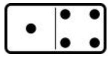
Les données des problèmes proposés aux élèves sont dans le champ numérique maitrisé au CM1, à savoir les nombres entiers jusqu'à 999 999, les nombres décimaux et les fractions. Le champ numérique dépend cependant fortement de la structure mathématique du problème : plus celle-ci est complexe, plus le champ numérique doit être réduit afin d'éviter une surcharge cognitive et de permettre aux élèves de se concentrer sur la structure du problème.

Les élèves doivent traiter au moins dix problèmes par semaine, une partie d'entre eux pouvant être des problèmes élémentaires, à l'énoncé bref, proposés oralement, la réponse étant simplement notée sur l'ardoise.

Au cours de l'année, les élèves doivent apprendre à résoudre des problèmes dont les structures sont répertoriées dans le programme. Cependant, des problèmes relevant d'autres structures peuvent également être proposés tout au long de l'année.

Objectifs d'apprentissage	**Exemples de réussite**
– Résoudre des problèmes additifs en une étape des types « parties-tout » et « comparaison ».	Dans la continuité de ce qui a été mené au cycle 2, l'élève résout des problèmes additifs en une étape en s'appuyant, si nécessaire, sur des schémas en barre ou des schémas avec un déplacement sur un axe pour les problèmes de transformation. L'élève sait résoudre de tels problèmes mettant en jeu des nombres décimaux. L'élève sait résoudre de tels problèmes mettant en jeu des fractions, lorsque les opérations à effectuer font partie des attendus du CM1. Par exemple, il sait résoudre les problèmes suivants : – Anaël a construit une bande de papier mesurant $\frac{37}{10}$ cm et Léna a construit une bande papier mesurant $4 + \frac{3}{10}$ cm. Quelle est la bande la plus longue ? Quel est l'écart de longueur entre les deux bandes de papier ? – Ethan a acheté des pommes et des poires. Il a acheté 3,4 kg de pommes. Il a acheté 6 kg de fruits en tout. Quelle masse de poires a-t-il achetée ? – Alix mesure 1,61 m. Elle mesure 13 cm de plus que Bruno. Quelle est la taille de Bruno ?
– Résoudre des problèmes additifs en deux ou trois étapes.	L'élève continue de résoudre des problèmes additifs en plusieurs étapes, comme ceux rencontrés au cycle 2, mais le champ numérique sur lequel ils portent est plus étendu (grands entiers et nombres décimaux), par exemple, le problème suivant : – Agathe a parcouru 17 km en 1 h 30 min Elle a parcouru 8,4 km pendant la première demi-heure, puis 3,8 km pendant la deuxième demi-heure. Quelle distance a parcourue Agathe pendant la dernière demi-heure ? L'élève résout des problèmes de comparaison de quantités ou de grandeurs qui se traitent en deux étapes. Il s'agit de problèmes impliquant la valeur des deux quantités ou grandeurs réunies ainsi que leur écart et nécessitant donc une étape supplémentaire, par exemple : « Léo a 25,60 €. Lucie a 7,55 € de plus que Léo. Combien d'euros les deux enfants

	ont-ils en tout ? ». L’élève peut s’appuyer sur un schéma en barres comme le suivant pour s’aider lors de la modélisation du problème : 
– Résoudre des problèmes multiplicatifs de type « parties-tout » en une étape.	L’élève continue de résoudre des problèmes multiplicatifs similaires à ceux rencontrés au cycle 2, mais dont le champ numérique est plus étendu. Pour résoudre le problème « La maitresse de CM1 a acheté six dictionnaires pour la classe. Chaque dictionnaire coûte 17,85 €. Quel montant a-t-elle dû payer pour les six dictionnaires ? », l’élève peut réaliser le schéma suivant :  Pour les problèmes consistant à rechercher la valeur d’une part ou le nombre de parts dans le cadre d’un partage équitable, l’élève sait s’appuyer sur un schéma pour faciliter la modélisation mathématique du problème ainsi que sur sa connaissance des tables de multiplication.
– Résoudre des problèmes de comparaison multiplicative.	L’élève comprend le sens des locutions « fois plus » et « fois moins » et les distingue des locutions « de plus » et « de moins » qui apparaissent dans les problèmes de comparaison additive. L’élève sait résoudre des problèmes de comparaison multiplicative se traitant en une étape. L’élève sait résoudre des problèmes de comparaison multiplicative nécessitant deux étapes comme : « Axel achète une trottinette et un casque. La trottinette coûte quatre fois plus cher que le casque. Le casque coûte 32 €. Combien doit payer Axel ? L’élève peut s’appuyer sur un schéma en barre comme le suivant pour s’aider lors de la modélisation du problème : 
– Résoudre des problèmes mixtes en deux ou trois étapes.	L’élève sait résoudre des problèmes engageant des additions, des soustractions, des multiplications et des divisions comme, par exemple, le suivant : Izmir achète trois pains aux raisins pesant chacun 210 grammes et deux bouteilles d’eau pesant 1,6 kilogramme chacune. Quelle est la masse totale des achats d’Izmir ?

– Résoudre des problèmes de dénombrement.	L'élève sait résoudre des problèmes consistant à déterminer le nombre d'éléments d'un ensemble et qui ne se résolvent pas immédiatement par l'une des quatre opérations. Pour y parvenir, il présente les éléments à dénombrer selon une organisation permettant à la fois de les compter tous, une et une seule fois, sans oubli ni redondance. Ainsi l'élève sait avoir recours à un tableau, à un arbre ou à une liste organisée pour résoudre des problèmes de dénombrement comme les suivants : – Félicien veut habiller son ours en peluche avec un tee-shirt et un pantalon. Il dispose de six tee-shirts différents et de trois pantalons différents. De combien de façons différentes Félicien peut-il habiller son ours ? – Coumba lance deux dés classiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Elle ajoute les deux nombres. Donne la liste de tous les résultats qu'elle peut obtenir. – Karnish veut fabriquer un jeu de dominos. Dans son jeu, chaque domino doit être composé de deux nombres de points compris entre 0 et 4 et il ne peut pas y avoir deux dominos identiques. Quel est le nombre maximum de dominos que peut contenir ce jeu ? Attention ! Le domino  est le même que le domino .
– Résoudre des problèmes d'optimisation.	L'élève sait résoudre des problèmes consistant à trouver une solution optimale parmi plusieurs solutions respectant plusieurs contraintes, comme les problèmes suivants. – Ilyes veut réaliser des bracelets. Pour un bracelet, il lui faut un fil de longueur 12 cm, cinq perles blanches, six perles vertes et trois perles rouges. Il dispose de ▪ 10 fils de longueur 12 cm ; ▪ 48 perles blanches ; ▪ 47 perles vertes ; ▪ 25 perles rouges. Quel est le nombre maximal de bracelets qu'Il peut réaliser ? – Madame Lidon souhaite réaliser des étagères. Pour une étagère, il lui faut une planche de deux mètres, deux équerres et neuf vis. Elle dispose de : ▪ 15 planches de deux mètres ; ▪ 40 équerres ; ▪ 120 vis. Quel est le nombre maximal d'étagères que madame Lidon peut fabriquer ? – Un fleuriste a acheté 50 roses blanches et 100 roses rouges. Il souhaite faire des bouquets contenant chacun deux roses blanches et cinq roses rouges. Quel est le nombre maximal de bouquets qu'il peut réaliser ?

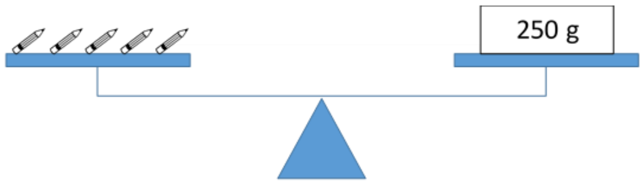
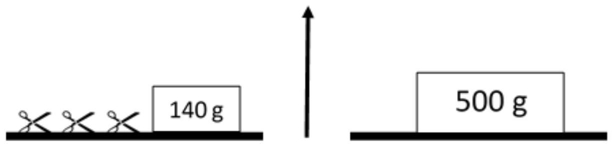
Algèbre

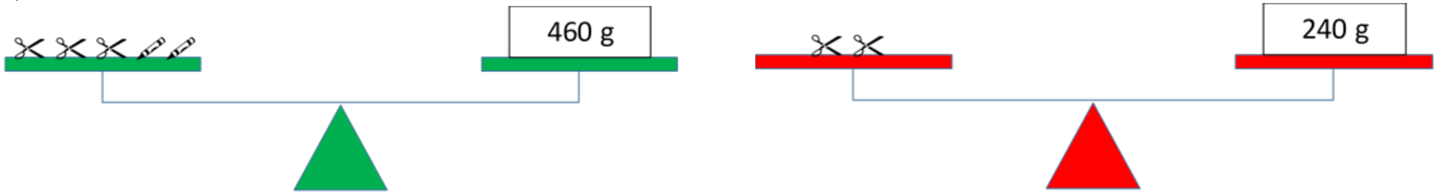
L'objectif de cette sous-partie est d'initier les élèves à la « pensée algébrique » et en particulier de développer leur capacité à résoudre des problèmes en raisonnant sur des nombres sans connaitre leur valeur. Les élèves apprennent à désigner ces nombres par des symboles ou par des lettres et à raisonner en écrivant avec ces symboles des relations mathématiques. Ils sont aussi amenés à identifier et à généraliser des structures, notamment dans le cadre de suites de motifs ou de suites de nombres ou de symboles en exprimant la relation entre deux éléments consécutifs ou entre le rang d'un élément et la valeur associée.

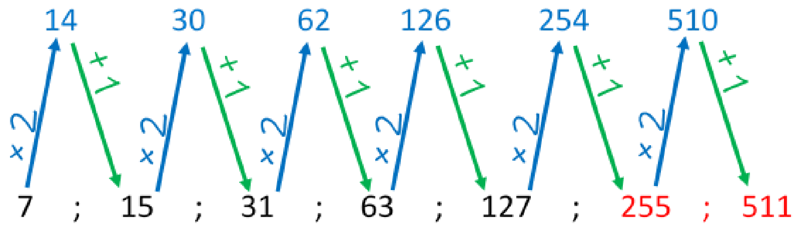
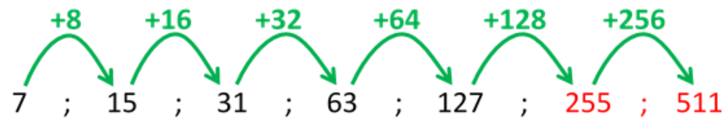
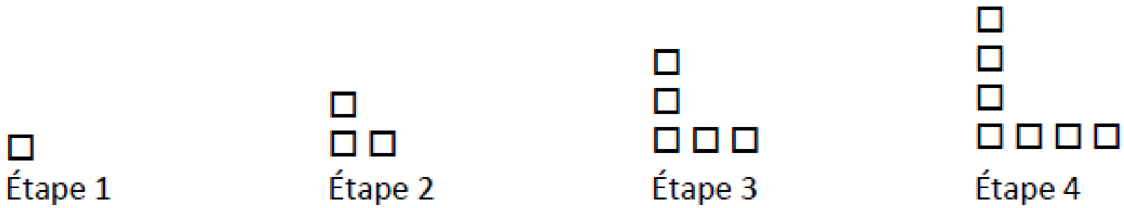
Les nombres dont la valeur n'est pas connue peuvent être représentés par des symboles dans deux cas de figure. D'une part dans des situations où on cherche à trouver leur valeur. Par exemple, on peut écrire 

pour traduire que deux paires de ciseaux et trois stylos coûtent vingt euros. D'autre part, dans des situations où le symbole a un caractère générique et représente différentes valeurs que le nombre peut prendre ; par exemple, si on achète des tee-shirts à 12 € et si le coût de la livraison est 5 € alors, quel que soit le nombre de tee-shirts achetés, le prix à payer, en euro, peut s'écrire (N × 12) + 5, où N est le nombre de tee-shirts achetés. Des relations faisant intervenir des nombres inconnus peuvent aussi être représentées par des schémas en barre dans le cadre de la résolution de problèmes.

Le travail mené conduit à étendre le sens du signe « = » : il n'est pas simplement un symbole placé entre une opération et son résultat. Il peut être placé entre deux expressions qui sont égales, ce qui conduit notamment à faire poindre la notion d'équation, comme dans l'égalité à compléter suivante : « 178 – ☐ = 6 × 8 ».

– Trouver le nombre manquant dans une égalité à trou.	Dans des cas simples, en utilisant ses connaissances en calcul et les propriétés des opérations, l'élève sait trouver mentalement le nombre manquant dans une égalité comme les suivantes : 347 = 20 + ☐ ; 5 760 – ☐ = 5 360 ; 4 000 – ☐ = 3 999 ; 2 × 137 × 5 = 137 × ☐ ; 24 × 5 = ☐ × 10 ; 144 + 7 = 142 + ☐ ; 142 – 14 = ☐ – 17. À l'écrit, l'élève sait trouver le nombre manquant dans une égalité à trou comme 748 + ☐ = 1200 ; 24 × 5 = 20 × 5 + ☐ × 5 ; 28 – 18 = ☐ ÷ 5.
– Déterminer la valeur d'un nombre inconnu en utilisant un symbole ou une lettre pour le représenter.	L'élève comprend que des nombres inconnus peuvent être représentés par des symboles ou par des lettres. L'élève sait résoudre des problèmes où des nombres sont représentés par des symboles ou des lettres comme : – On dispose de crayons tous identiques. On a le résultat suivant :  Quelle est la masse d'un crayon ? – Maxime a mis trois paires de ciseaux identiques sur un plateau de sa balance et a obtenu l'équilibre en ajoutant différents poids comme indiqué sur le schéma ci-dessous.  Quelle est la masse d'une paire de ciseaux ? – Rose a choisi un nombre noté N et a effectué le calcul suivant 3 × (2 + N). Elle a trouvé 27. Quel est le nombre N qu'elle a choisi ?

– Résoudre des problèmes algébriques	L’élève sait résoudre des problèmes où des nombres sont représentés par des symboles, par exemple : – On dispose de paires de ciseaux toutes identiques et de crayons tous identiques. On dispose des résultats suivants issus de deux pesées :  Quelle est la masse d’une paire de ciseaux ? Quelle est la masse d’un crayon ? » L’élève sait s’appuyer sur des schémas pour représenter des relations entre des nombres connus et une ou plusieurs inconnues. L’élève sait, par exemple, résoudre un problème comme le suivant en s’appuyant sur un schéma en barres : – Mia a choisi un nombre. En ajoutant 7 au triple du nombre de Mia, on trouve 100. Quel est le nombre choisi par Mia ? 
– Exécuter un programme de calcul.	L’élève sait déterminer le résultat obtenu quand on applique à un nombre donné, comme par exemple 5, un programme de calcul comme le suivant : – Choisir un nombre entier. – Ajouter 2 au nombre choisi. – Multiplier le résultat trouvé à l’étape précédente par 4. – Écrire le nombre obtenu. Les programmes comprennent au plus deux étapes de calcul. Les programmes de calcul utilisés peuvent être codés avec un logiciel de programmation par bloc comme Scratch ou sur une feuille d’un tableur en faisant apparaitre les différentes étapes, de manière à vérifier les résultats obtenus.
– Identifier et formuler une règle de calcul pour poursuivre une suite de nombres.	À partir des premiers termes d’une suite de nombres, l’élève sait identifier et formuler une règle expliquant comment la suite est construite, et la poursuivre en donnant les trois termes suivants, comme pour les suites : 3 ; 7 ; 11 ; 15, etc. 4 ; 12 ; 36 ; 108, etc. 80 ; 85 ; 83 ; 88 ; 86 ; 91 ; 89 ; 94 ; 92, etc. 7 ; 15 ; 31 ; 63 ; 127, etc.

	Pour certaines suites, plusieurs « règles » de calcul peuvent être trouvées, par exemple, pour la suite 7 ; 15 ; 31 ; 63 ; 127, etc., les élèves peuvent proposer comme règles de calcul : – prendre le double du nombre et ajouter 1 pour trouver le nombre au rang suivant :  – ajouter successivement 8, puis le double de 8, puis le double du double de 8, etc. : 
– Identifier des régularités et poursuivre une suite de motifs évolutive.	L'élève sait, par exemple, déterminer le nombre d'éléments des motifs que l'on trouvera aux trois étapes suivantes pour les suites dont les premiers motifs sont :  

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>O O O O</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>O O O</td><td>O O O</td></tr>
<tr><td></td><td>O O</td><td>O O</td><td>O O</td></tr>
<tr><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td></tr>
<tr><td>Étape 1</td><td>Étape 2</td><td>Étape 3</td><td>Étape 4</td></tr>
</table>
L’élève sait dire comment le nombre d’éléments pour une étape peut se déduire du nombre d’éléments pour l’étape précédente, par exemple :
– « À chaque étape, le nombre de cœurs est égal au nombre de cœurs de l’étape précédente plus trois. »
– « À chaque étape, le nombre de ronds est égal au nombre de ronds de l’étape précédente plus le numéro de l’étape. »
</td>
</tr>
</table>

COURS MOYEN DEUXIÈME ANNÉE

Les nombres entiers

Au CM2, la compréhension des aspects décimal (base dix) et positionnel (la valeur d'un chiffre dépend de sa position) de la numération se renforce et s'étend avec l'introduction de trois nouveaux rangs dans l'écriture chiffrée : ceux des millions, des dizaines de millions et des centaines de millions. Ainsi, les connaissances et les savoir-faire attendus en fin de CM2 concernent les nombres s'écrivant avec au plus neuf chiffres. Toutefois, afin de privilégier en début d'année le travail sur les fractions et les nombres décimaux, les nombres entiers rencontrés pendant les deux premières périodes de l'année seront ceux qui ont été étudiés au CM1 et qui s'écrivent avec au plus six chiffres.

La connaissance des notions de diviseur et de multiple est renforcée en vue de leur utilisation lors de travaux sur les fractions (comparaison de fractions, addition et soustraction). Seuls les critères de divisibilité par 2, 5 et 10 figurent au programme. Dans les autres cas, les élèves s'appuient sur la connaissance des tables de multiplication ou effectuent des divisions ou des multiplications.

– Connaitre et utiliser les relations entre les unités de numération. – Connaitre la suite écrite et la suite orale des nombres jusqu'à 999 999 999. – Connaitre et utiliser diverses représentations d'un nombre et passer de l'une à l'autre. – Connaitre la valeur des chiffres en fonction de leur position dans un nombre.	L'élève comprend et utilise différentes désignations possibles pour un même nombre, notamment : – l'écriture en chiffres (3 425 000) ; – des décompositions en unités de numération (3 millions et 4 centaines de milliers et 2 dizaines de milliers et 5 milliers ou 3 millions et 425 milliers, mais aussi d'autres décompositions comme 32 centaines de milliers et 21 dizaines de milliers et 15 milliers) ; – le nom à l'oral (« trois-millions-quatre-cent-vingt-cinq-mille ») ; – la décomposition du type : (3 × 1 000 000) + (4 × 100 000) + (2 × 10 000) + (5 × 1 000) ; – la décomposition additive sous la forme 3 000 000 + 400 000 + 20 000 + 5 000 ; – l'écriture en lettres (trois-millions-quatre-cent-vingt-cinq-mille). L'élève sait résoudre un problème comme le suivant : – « Une entreprise a produit 12 342 320 pailles en une semaine. Les pailles sont conditionnées et vendues dans des cartons de cent boites contenant chacune cent pailles. Combien l'entreprise va-t-elle pouvoir livrer de cartons à l'issue de cette semaine de production ? » L'élève sait écrire en chiffres un nombre dicté. Il sait également lire un nombre écrit en chiffres et l'écrire en lettres. Quand il écrit un nombre avec plus de quatre chiffres, l'élève laisse un espace entre chaque groupe de trois chiffres en partant de la droite.
– Comparer, encadrer, intercaler des nombres entiers en utilisant les symboles =, < et >.	L'élève sait ordonner cinq nombres entiers dans l'ordre croissant ou décroissant. L'élève sait placer un nombre ou déterminer le nombre correspondant à un point sur une portion de demi-droite pouvant être graduée de un en un, de dix en dix, de cent en cent, etc.

– Ordonner des nombres dans l'ordre croissant ou décroissant. – Placer des nombres et repérer des points sur une demi-droite graduée.	
– Déterminer si un nombre entier inférieur ou égal à 10 est un diviseur d'un nombre entier donné ou si un nombre entier donné est un multiple d'un nombre entier inférieur ou égal à 10. – Déterminer des diviseurs d'un nombre entier inférieur ou égal à 100. – Déterminer tous les diviseurs d'un nombre entier inférieur ou égal à 30. – Déterminer les diviseurs communs à deux nombres entiers inférieurs ou égaux à 30. – Déterminer des multiples communs à deux nombres entiers inférieurs à 15.	L'élève sait, par exemple, trouver au moins six diviseurs de 72. L'élève sait utiliser ses connaissances sur les multiples et les diviseurs pour résoudre des problèmes comme les suivants. – Les côtés d'un rectangle ont pour longueurs des nombres entiers de centimètres. Son aire est de 100 cm². Trouve plusieurs dimensions possibles pour ce rectangle. – Adidja a 10 baguettes de bois mesurant chacune 8 cm. Béatrice a 10 baguettes de bois mesurant chacune 12 cm. Adidja et Béatrice ont construit chacune un chemin en mettant bout à bout certaines de leurs baguettes. Elles ont obtenu deux chemins de la même longueur. Trouve une longueur possible pour les chemins construits par Adidja et Béatrice. Y a-t-il d'autres longueurs possibles ? Trouve-les toutes. – Lou et Léo ont devant eux une boite contenant 100 jetons. Ils prennent chacun le même nombre de jetons dans cette boite. Lou décide d'organiser ses jetons en paquets de 6 et Léo fait de même avec des paquets de 8. Pour les deux enfants, cela tombe juste et il ne leur reste aucun jeton. Combien chacun des enfants a-t-il pris de jetons dans la boite ? Trouve toutes les solutions possibles. L'élève sait organiser sa recherche de façon à pouvoir affirmer qu'il n'y a pas d'autres diviseurs que ceux qu'il a trouvés pour un nombre inférieur ou égal à 30. L'élève peut ainsi trouver et affirmer que les seuls diviseurs de 28 sont 1, 2, 4, 7, 14 et 28. L'élève sait résoudre un problème comme le suivant : « Les côtés d'un rectangle ont pour longueurs des nombres entiers de centimètres. Son aire est de 24 cm². Trouve toutes les dimensions possibles pour ce rectangle ».

Les fractions

Au CM2 les élèves renforcent les connaissances et les savoir-faire acquis les années précédentes.
Les fractions sont utilisées avec différents sens :

- comme au CE1, les fractions sont utilisées pour représenter une partie d'un tout dans le cadre d'un partage de ce tout en parts égales, la fraction étant alors le rapport entre la partie et le tout ;
- dans la continuité du CE2, les fractions sont utilisées pour mesurer des grandeurs, lorsque les nombres entiers ne sont pas suffisants ;
- comme au CM1, le repérage de points sur une demi-droite graduée par des fractions contribue à donner aux fractions le statut de nombres qui s'intercalent entre les nombres entiers déjà connus ;
- les fractions ont également le statut d'opérateur multiplicatif : au CM2, les élèves apprennent à calculer des fractions de quantités ou de grandeurs comme deux tiers de 12 € ou trois quarts de 100 m.

Dans la continuité du CM1, les élèves travaillent avec des fractions dès la période 1 et les utilisent tout au long de l'année scolaire.

<table>
<tr><td colspan="2">Les fractions rencontrées au CM2 ont toutes un dénominateur inférieur ou égal à 60, hormis les fractions décimales qui peuvent avoir un dénominateur égal à 100 ou à 1 000.</td></tr>
<tr><td>

– Interpréter, représenter, écrire et lire des fractions.
– Écrire une fraction supérieure à 1 comme la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.
– Écrire la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 comme une unique fraction.
– Encadrer une fraction entre deux nombres entiers consécutifs.

</td><td>

L'élève comprend que $\frac{7}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 7 \times \frac{1}{4}$. La verbalisation contribue à donner du sens au produit. Des représentations par des grandeurs (longueur ou aire), en utilisant du matériel tangible ou une représentation sur papier, peuvent également contribuer à renforcer la compréhension du produit.

L'élève sait représenter une fraction inférieure à 1, comme $\frac{5}{8}$, par une figure géométrique où la partie correspondant à la fraction du tout est identifiée.

Une unité de longueur étant donnée, l'élève sait construire une bande de papier de longueur 5 u $+ \frac{3}{4}$ u.

L'élève sait écrire une fraction comme $\frac{58}{7}$ comme la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 en s'appuyant sur sa connaissance de la relation $\frac{7}{7} = 1$ et de la table de la multiplication par 7 : $\frac{58}{7} = \frac{56}{7} + \frac{2}{7} = 8 + \frac{2}{7}$.

L'élève sait encadrer la fraction $\frac{43}{8}$ entre deux entiers consécutifs en s'appuyant sa connaissance de la relation $\frac{8}{8} = 1$ et de la table de la multiplication par 8 : $\frac{43}{8} = 5 \times \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = 5 + \frac{3}{8}$ $donc$ $5 < \frac{43}{8} < 6$.

</td></tr>
<tr><td>

– Placer une fraction ou la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à un sur une demi-droite graduée.
– Repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction ou par la somme d'un nombre entier et d'une fraction.

</td><td>

L'élève sait placer une fraction sur une demi-droite graduée lorsque les graduations de la demi-droite permettent de placer ce nombre avec précision.
– Placer le point A d'abscisse $\frac{5}{3}$ sur la demi-droite graduée ci-dessous.

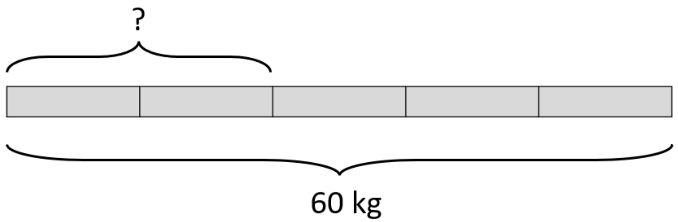
– Écrire la fraction $\frac{7}{3}$ à l'endroit qui convient sur la demi-droite graduée ci-dessous.

L'élève sait déterminer l'abscisse d'un point placé sur une demi-droite graduée.
– Parmi les nombres inscrits dans le tableau ci-dessous, entourer celui ou ceux qui sont égaux à l'abscisse du point B.

<table><tr><td>5</td><td>$\frac{20}{3}$</td><td>$3 + \frac{2}{10}$</td><td>$\frac{10}{3}$</td><td>$3 + \frac{2}{6}$</td><td>$4 - \frac{2}{3}$</td><td>3,2</td></tr></table>

</td></tr>
</table>

– Comparer des fractions.	L'élève sait expliquer pourquoi $\frac{8}{3}$ est égal $\frac{16}{6}$, en s'appuyant sur des représentations des deux fractions par des grandeurs (longueur ou aire), en utilisant du matériel tangible ou une représentation sur papier. L'élève sait répondre à la question suivante : « Parmi les fractions $\frac{6}{5}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{15}{18}$, $\frac{50}{60}$ et $\frac{2}{3}$, quelles sont les fractions égales à $\frac{5}{6}$? ». L'élève sait déterminer le dénominateur manquant dans une égalité comme $\frac{21}{?} = \frac{7}{3}$ et il sait justifier sa réponse. L'élève sait comparer deux fractions ayant le même numérateur et justifier sa réponse : « Comparer $\frac{17}{12}$ et $\frac{17}{8}$ ». L'élève sait comparer deux fractions de même dénominateur ou de dénominateurs différents, mais dont l'un est un multiple connu de l'autre (résultat des tables de multiplication) et justifier sa réponse : par exemple, « Comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{17}{24}$ ». L'élève sait comparer des fractions de dénominateurs différents (uniquement pour des cas simples et avec des dénominateurs ayant un multiple commun inférieur ou égal à 60) : « Comparer $\frac{7}{4}$ et $\frac{17}{10}$ » ou « Comparer $\frac{13}{2}$ et $\frac{20}{3}$ ». Il justifie sa réponse en utilisant des égalités de fractions avec des fractions ayant le même dénominateur, multiple commun des deux dénominateurs, par exemple : « $\frac{7}{4} = \frac{35}{20}$ et $\frac{17}{10} = \frac{34}{20}$, on a $\frac{35}{20} > \frac{34}{20}$ donc $\frac{7}{4} > \frac{17}{10}$.
– Additionner et soustraire des fractions.	L'élève sait additionner et soustraire des fractions ayant le même dénominateur. L'élève sait additionner et soustraire des fractions ayant des dénominateurs différents, avec l'un des dénominateurs multiple de l'autre (résultats des tables de multiplication), par exemple : $\frac{3}{2} + \frac{7}{8}$; $\frac{5}{6} - \frac{1}{12}$; $\frac{11}{40} - \frac{1}{8}$. Les changements de dénominateurs sont systématiquement accompagnés de verbalisation justifiant les égalités de fractions et si nécessaire, de manipulations ou de représentations correspondant aux fractions en jeu. L'élève sait résoudre des problèmes additifs dans lesquels les données numériques sont des fractions simples. Par exemple : « Johanna a tracé un triangle de périmètre $7+\frac{1}{4}$ unités. L'un des côtés a pour longueur $(2 + \frac{1}{8})$ unités et un autre a pour longueur $(1 + \frac{1}{2})$ unités. Quelle est la longueur du troisième côté ? »
– Calculer le produit d'un entier et d'une fraction.	L'élève comprend que le produit d'un entier et d'une fraction correspond à une addition itérée de la fraction. La verbalisation permet de donner du sens au produit : « Trois fois cinq quarts, c'est cinq quarts plus cinq quarts plus cinq quarts, cela fait quinze quarts. ». $3 \times \frac{5}{4} = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$.

– Déterminer une fraction d’une quantité ou d’une grandeur.	L’élève sait déterminer la fraction d’une quantité ou d’une grandeur. Par exemple : – $\frac{2}{3}$ de douze œufs ; – $\frac{3}{10}$ de 500 g de farine ; – $\frac{2}{5}$ de 60 kg de sable ; – $\frac{3}{4}$ de 10 m. L’élève sait répondre à ces questions à l’oral ou à l’écrit, sans utiliser d’égalité mathématique. Il sait justifier sa réponse oralement, en produisant une phrase comme : « Pour trouver un tiers de douze œufs, je partage en trois parts égales, comme douze c’est trois fois quatre, cela fait quatre œufs. Deux tiers de douze œufs, c’est donc deux fois quatre œufs, cela fait huit œufs. », « Un quart c’est la moitié de la moitié, la moitié de dix mètres, c’est cinq mètres et la moitié de cinq mètres, c’est deux mètres et demi. Trois quarts de dix mètres, c’est donc trois fois deux mètres et demi, c’est-à-dire sept mètres et demi. ». Si cela lui est utile, l’élève sait prendre appui sur un schéma pour guider ses calculs.  Chaque rectangle gris représente $\frac{1}{5}$ de 60 kg. « $60 = 5 \times 12$, donc chaque rectangle représente 12 kg de sable. $\frac{2}{5}$ de 60 kg de sable c’est donc 2 fois 12 kg de sable, c’est-dire 24 kg de sable. »

Les nombres décimaux

Au CM1, l’écriture à virgule a été présentée comme un codage conventionnel de la décomposition d’un nombre sous forme d’une somme de fractions décimales : l’écriture décimale 35,78 a été introduite comme un codage destiné à simplifier l’écriture du nombre $35 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100}$. L’étude des nombres décimaux y est limitée aux dixièmes et aux centièmes.

Au CM2, le travail se poursuit afin de renforcer les acquis du CM1 en les étendant aux millièmes.

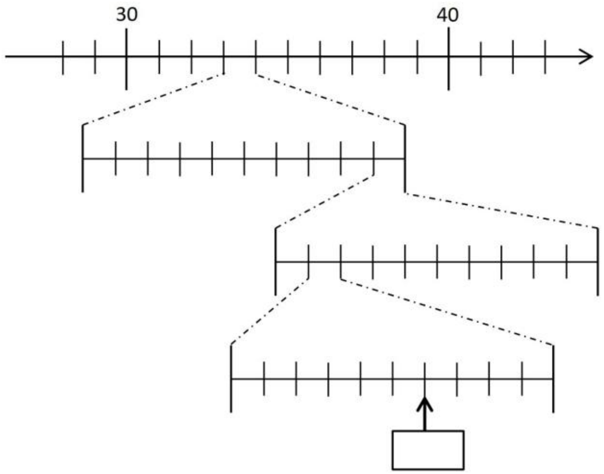
Cette section du programme entretient des liens forts avec :

– la partie « Grandeurs et mesures » où les nombres décimaux sont largement utilisés ;

– les sous-parties « Calcul mental » et « Les quatre opérations » où sont présentées des compétences calculatoires que doivent développer les élèves sur les nombres décimaux ;
– la sous-partie « Résolution de problèmes » où les nombres décimaux prennent tout leur sens.

Au CM2, des nombres décimaux sont rencontrés dès la période 1 dans la continuité du travail mené au CM1 aussi bien par des écritures fractionnaires que des écritures à virgule.

Objectifs d'apprentissage	**Exemples de réussite**
– Interpréter, représenter, écrire et lire des fractions décimales. – Connaitre et utiliser les relations entre unités simples, dixièmes, centièmes et millièmes. – Placer une fraction décimale sur une demi-droite graduée et repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction décimale. – Écrire une fraction décimale supérieure à 1 comme la somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1. – Écrire une fraction décimale supérieure à 1 comme la somme d'un nombre entier et de fractions décimales ayant un numérateur inférieur à 10.	L'élève sait que $1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1000}{1000}$; $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000}$; $\frac{1}{100} = \frac{10}{1000}$. L'élève sait passer d'une écriture à une autre pour les trois écritures suivantes du même nombre : $\frac{4107}{1000}$; $4 + \frac{107}{1000}$; $4 + \frac{1}{10} + \frac{7}{1000}$. L'élève sait représenter une fraction comme $\frac{143}{100}$ en utilisant du matériel tangible ou des représentations introduites au CM1. L'élève sait placer une fraction décimale sur une demi-droite graduée et repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction décimale.
– Comparer, encadrer, intercaler des fractions décimales en utilisant les symboles =, < et >. – Ordonner des fractions décimales dans l'ordre croissant ou décroissant.	L'élève sait encadrer une fraction décimale comme $\frac{7103}{1000}$ par deux nombres entiers consécutifs. L'élève sait comparer deux fractions décimales, par exemple $\frac{67}{100}$ et $\frac{607}{1000}$. L'élève sait ranger par ordre croissant les quatre nombres suivants : 2 ; $\frac{140}{100}$; $\frac{1200}{1000}$; $\frac{9}{10}$. L'élève sait intercaler une fraction décimale entre deux fractions décimales données. Par exemple, il sait compléter une expression comme $\frac{43}{100} < \cdots < \frac{44}{100}$
– Passer d'une écriture sous forme d'une fraction décimale ou de la somme de fractions décimales à une écriture à virgule et réciproquement.	L'élève sait que, dans l'écriture à virgule d'un nombre, la virgule sert à repérer le chiffre des unités. Il sait que le chiffre qui suit la virgule est le chiffre des dixièmes, que le suivant est le chiffre des centièmes et que le troisième chiffre après la virgule est le chiffre des millièmes.

– Interpréter, représenter, écrire et lire des nombres décimaux (écriture à virgule). – Placer un nombre décimal en écriture à virgule sur une demi-droite graduée et repérer un point d'une demi-droite graduée par un nombre en écriture à virgule. – Savoir donner la partie entière et l'arrondi à l'entier d'un nombre décimal.	L'élève sait passer d'une écriture à une autre pour les quatre écritures suivantes du même nombre : 4,107 ; $\frac{4107}{1000}$; $4 + \frac{107}{1000}$; $4 + \frac{1}{10} + \frac{7}{1000}$. Il sait que 4,107 peut se lire « quatre et cent-sept millièmes », ou « quatre unités et cent-sept millièmes » ou encore « quatre unités, un dixième et sept millièmes ». À l'écrit et à l'oral, l'élève sait produire des suites de nombres de 0,1 en 0,1, de 0,01 en 0,01 et de 0,001 en 0,001 à partir d'un nombre donné. L'élève sait placer 2,812 sur une demi-droite graduée en millième. L'élève sait qu'il faut écrire 33,916 dans le rectangle sur les zooms de la demi-droite graduée ci-dessous.  L'élève sait donner la partie entière de 105,78. L'élève sait que l'arrondi à l'entier de 5,78 est 6 et que l'arrondi à l'entier de 3,5 est 4.
– Comparer, encadrer, intercaler, ordonner par ordre croissant ou décroissant des nombres décimaux donnés par leur écriture à virgule en utilisant les symboles =, < et >.	L'élève sait repérer par un nombre décimal un point d'une demi-droite graduée en dixième, en centième ou en millième. L'élève sait comparer deux nombres décimaux, par exemple 4,592 et 4,71. L'élève sait encadrer 17,995 par deux nombres entiers consécutifs : 17 < 17,995 < 18. L'élève sait encadrer 17,995 au dixième : 17,9 < 17,995 < 18. L'élève sait encadrer 17,995 au centième : 17,99< 17,995 < 18. L'élève sait compléter l'inégalité suivante par un nombre qui convient : 1,99 < … < 2. L'élève sait ranger par ordre croissant ou décroissant jusqu'à cinq nombres décimaux, par exemple : 12,082 ; $\frac{12324}{1000}$; 14 ; 12,09 ; 12,6.

Le calcul mental

L'enseignement du calcul mental au cours moyen est constitué de trois types d'apprentissages :
- mémoriser des faits numériques qui peuvent être restitués de façon quasi instantanée ;
- utiliser les connaissances sur la numération pour effectuer rapidement des calculs en s'appuyant notamment sur la position des chiffres dans les nombres ;
- maitriser des procédures de calcul mental efficaces qui seront progressivement automatisées.

Certaines procédures de calcul mental peuvent nécessiter de garder des résultats intermédiaires en mémoire, ce qui peut être difficile pour certains élèves. Ceux-ci sont alors encouragés, au début des apprentissages, à noter par écrit ces résultats intermédiaires, puis à alléger progressivement le recours à l'écrit, jusqu'à s'en libérer totalement dès qu'ils n'en ont plus besoin.

Au cours moyen, la mémorisation des résultats des tables d'addition et de multiplication se poursuit avec une fluence qui se renforce tout au long de l'année scolaire.

Les procédures de calcul mental enseignées au cycle 2 et au CM1 sont utilisées tout au long de l'année, afin de renforcer leur automatisation.

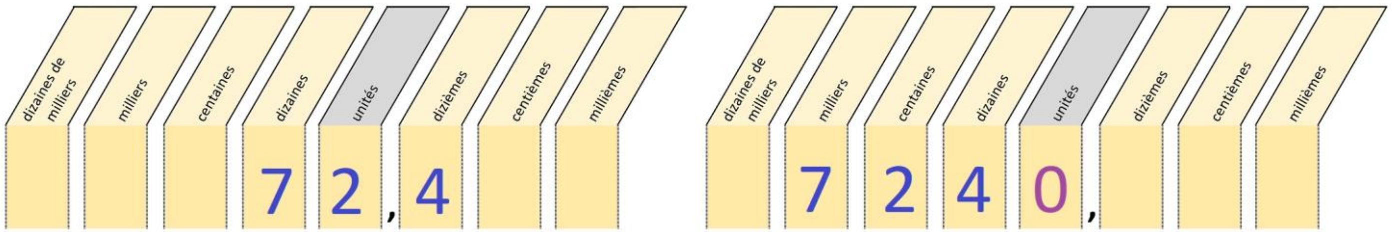
Les procédures indiquées dans le programme doivent faire l'objet de séquences d'enseignement explicite et donner lieu à une trace écrite. D'autres procédures peuvent être enseignées explicitement ou simplement rencontrées et présentées sans faire l'objet d'une séquence d'enseignement dédiée.

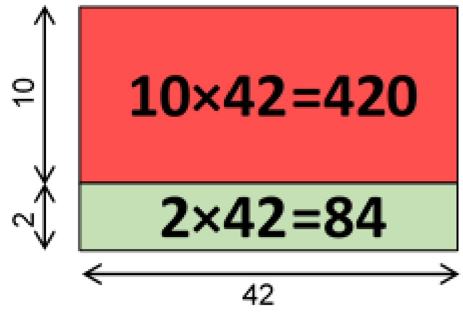
Des tests en temps limité sont indispensables ; d'une part ils aident les élèves à renforcer la mémorisation des résultats et l'automatisation des procédures, d'autre part, ils permettent à l'enseignant d'être informé sur l'état des connaissances et des savoir-faire des élèves. Ils permettent également d'encourager les élèves à abandonner des procédures peu efficaces au profit des procédures enseignées par le professeur. Ces tests, qui mesurent la fluence en calcul des élèves, permettent également à ces derniers de prendre conscience de leurs progrès, en se référant au nombre de résultats corrects qu'ils sont capables de restituer en une durée donnée. Pour les calculs effectués mentalement en s'appuyant sur la numération ou sur des procédures apprises, la fluence attendue est de l'ordre de quinze résultats restitués en trois minutes.

Mémoriser des faits numériques

– Connaitre des faits numériques usuels avec des entiers.	L'élève renforce sa maitrise des faits numériques avec des entiers appris au cycle 2. L'élève connait les tables d'addition et de multiplication. Il sait compléter des « égalités à trou » du type : 4 + __ = 12 ; 5 + 3 = __ ; 10 = 7 + __ ; 7 × __ = 42 ; 9 × 6 = __ ; 70 = 7 × __. L'élève sait donner oralement et par écrit : – les doubles des nombres de 1 à 20 ; – les doubles des nombres 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 60 et 75 ; – les doubles des nombres 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500 et 600 ; – les moitiés des nombres pairs de 2 à 40 ; – les moitiés des dizaines entières 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 120 et 150 ; – les moitiés des centaines entières 200, 300, 400, 500, 600, 800, 1000 et 1200. L'élève connait les multiples de 25 suivants : 1 × 25 = 25, 2 × 25 = 50, 3 × 25 = 75 et 4 × 25 = 100. L'élève connait les décompositions multiplicatives de 60 : 1 × 60, 2 × 30, 3 × 20, 4 × 15, 5 × 12 et 6 × 10. L'élève peut ainsi compléter des « égalités à trou » du type : 2 × __ = 12 ; 2 × 16 = __ ; 2 × __ = 70 ; 2 × 25 = __ ; 1000 = 2 × __ ; 2 × 150 = __ ; 3 × 25 = __ ; 60 = 4 × __

	À la fin du CM2, l’élève peut compléter quatorze égalités avec des faits numériques usuels sur les entiers en une minute.
– Connaitre la moitié des nombres impairs jusqu’à 15.	L’élève sait que la moitié de 1 est 0,5. L’élève sait, par exemple, que la moitié de 9 est 4,5 et sait ainsi compléter l’égalité 2 × __ = 9.
– Connaitre quelques relations entre des fractions usuelles.	L’élève connait des relations entre $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ et 1. Il peut ainsi compléter sans effectuer de calculs des « égalités à trou » du type : $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}= \ldots$; $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}= \ldots$; $1-\frac{1}{4}= \ldots$; $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}= \ldots$; $1-\frac{1}{2}= \ldots$; $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}= \ldots$; $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}= \ldots$; $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}= \ldots$; $\frac{1}{2}=\frac{\ldots}{4}$; $\frac{\ldots}{4}=1$. L’élève connait les relations entre $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$ et 1. Il peut ainsi compléter des « égalités à trou » du type : $\frac{1}{100}=\frac{\ldots}{1000}$; $1=\frac{\ldots}{10}$; $1=\frac{\ldots}{1000}$. L’élève sait écrire $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$ sous forme de fractions décimales. Il peut ainsi compléter sans effectuer de calculs des « égalités à trou » du type : $\frac{1}{2}=\frac{\ldots}{10}$; $\frac{\ldots}{100}=\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}=\frac{\ldots}{1000}$; $\frac{1}{4}=\frac{\ldots}{100}$; $\frac{\ldots}{100}=\frac{3}{4}$; $\frac{1}{4}=\frac{\ldots}{1000}$.
– Connaitre l’écriture décimale de fractions usuelles.	L’élève sait passer d’une écriture fractionnaire à une écriture décimale et d’une écriture décimale à une écriture fractionnaire pour les nombres suivants : $\frac{1}{10}$ = 0,1 ; $\frac{1}{100}$ = 0,01 ; $\frac{1}{1000}$ = 0,001 ; $\frac{1}{4}$ = 0,25 ; $\frac{1}{2}$ = 0,5 ; $\frac{3}{4}$ = 0,75 ; $\frac{3}{2}$ = 1,5 ; $\frac{4}{2}$ = 2 ; $\frac{5}{2}$ = 2,5.
Utiliser ses connaissances en numération pour calculer mentalement	
– Ajouter ou soustraire un nombre entier inférieur à 10 d’unités, de dizaines, de centaines, de milliers, de dixièmes, de centièmes ou de millièmes à un nombre décimal, lorsqu’il n’y a pas de retenue.	À partir d’opérations données à l’écrit, l’élève sait identifier le chiffre sur lequel agir lorsqu’il doit effectuer une addition ou une soustraction, quelle que soit la façon dont les nombres sont désignés. Il sait, par exemple, trouver le résultat des opérations suivantes : 4,452 + 0,03 ; 0,457 – $\frac{3}{1000}$; 21 462 + 3 000.
– Ajouter un nombre entier inférieur à 10, d’unités, de dizaines, de centaines, de milliers, de dixièmes, de centièmes ou de millièmes à un nombre décimal, lorsqu’il y a une retenue.	À partir d’opérations données à l’écrit, l’élève sait identifier le chiffre sur lequel agir lorsqu’il doit effectuer une addition, quelle que soit la façon dont les nombres sont désignés. Il sait, par exemple, trouver le résultat des opérations suivantes : 4,45 + 0,8 ; 0,457 + $\frac{7}{1000}$; 47 530 + 6 000.
– Multiplier un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000.	L’élève sait que, lors de la multiplication d’un nombre décimal par 10, un dixième devient une unité, un centième devient un dixième et un millième devient un centième. Ainsi, chaque chiffre du nombre initial prend une valeur 10 fois

	plus grande : le chiffre des millièmes devient le chiffre des centièmes, le chiffre des centièmes devient le chiffre des dixièmes et le chiffre des dixièmes devient le chiffre des unités. Un outil de type « glisse-nombres » peut être utilisé pour accompagner les multiplications par 10, 100 ou 1 000 d'un nombre décimal en complément de la verbalisation de la procédure en termes d'unités de numération. Exemple : multiplication de 72,4 par 100 :  $100 \times 72{,}4 = 7240$
– Diviser un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000.	L'élève sait que, lors d'une division par 1 000, une unité devient un millième, une dizaine devient un centième, une centaine devient un dixième et un millier devient une unité. Ainsi, chaque chiffre du nombre initial prend une valeur 1 000 fois plus petite. Un outil du type « glisse-nombres » peut être utilisé pour accompagner les divisions par 10, 100 ou 1 000 en complément de la verbalisation de la procédure en termes d'unités de numération.
Apprendre des procédures de calcul mental	
– Ajouter deux nombres décimaux inférieurs à dix s'écrivant avec au plus un chiffre après la virgule.	L'élève sait calculer mentalement des sommes comme les suivantes : 2,3 + 4 ; 4,5 + 1,2 ; 3,5 + 2,5 ; 1,8 + 0,2 ; 2,7 + 3,7 ; 8,6 + 7,8. Par exemple, pour calculer 8,6 + 7,8, l'élève sait qu'il peut procéder de la façon suivante : 8,6 + 7,8 = (8 + 7) + (0,6 + 0,8) = 15 + 1,4 = 16,4. Il sait verbaliser la somme 0,6 + 0,8 sous la forme « Six dixièmes plus huit dixièmes font quatorze dixièmes, c'est-à-dire une unité et quatre dixièmes. ».
– Ajouter ou soustraire 8, 9, 18, 19, 28, 29, …, 98 ou 99, à un nombre.	L'élève sait, par exemple, que pour ajouter 98 à un nombre, il peut lui ajouter 100 puis retrancher 2.
– Multiplier un nombre entier, inférieur à 10, de dizaines, de centaines ou de milliers par un nombre entier, inférieur à 10, de dizaines, de centaines ou de milliers.	L'élève sait que pour effectuer une multiplication comme 900 × 700, il peut décomposer chacun des facteurs sous la forme d'un produit, puis changer l'ordre des facteurs pour faire apparaitre un produit mémorisé dans les tables de multiplication. 900 × 700 = (9 × 100) × (7 × 100) = (9 × 7) × (100 × 100) = 63 × 10 000 = 630 000.

– Utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l’addition dans des cas simples.	L’élève sait verbaliser « 12 fois 42, c’est 10 fois 42 plus 2 fois 42. ». $12 \times 42 = (10 + 2) \times 42 = (10 \times 42) + (2 \times 42) = 420 + 84 = 504$ L’élève utilise aussi la décomposition dans l’autre sens : « 42 fois 12, c’est 42 fois 10 plus 42 fois 2. ». 
– Calculer le double d’un nombre décimal dans des cas simples.	L’élève sait que le double d’un nombre décimal est égal à la somme du double de sa partie entière et du double de sa partie décimale. Il utilise cette procédure pour calculer le double d’un nombre décimal s’écrivant avec au plus trois chiffres. Par exemple : $2 \times 13{,}6 = (2 \times 13) + (2 \times 0{,}6) = 26 + 1{,}2 = 27{,}2$; $2 \times 4{,}35 = (2 \times 4) + (2 \times 0{,}35) = 8 + 0{,}70 = 8{,}7$. L’élève sait aussi s’appuyer sur les fractions décimales et la multiplication par 2 sur les entiers : $2 \times 13{,}6 = 2 \times \frac{136}{10} = \frac{272}{10} = 27{,}2$; $2 \times 4{,}35 = 2 \times \frac{435}{100} = \frac{870}{100} = 8{,}7$.
– Calculer la moitié d’un nombre décimal dans des cas simples.	L’élève sait que la moitié d’un nombre décimal est égale à la somme de la moitié de sa partie entière et de la moitié de sa partie décimale. Il utilise cette procédure pour calculer la moitié d’un nombre décimal s’écrivant avec au plus trois chiffres. $13{,}6 \div 2 = (13 \div 2) + (0{,}6 \div 2) = 6{,}5 + 0{,}3 = 6{,}8$; $1{,}22 \div 2 = (1 \div 2) + (0{,}22 \div 2) = 0{,}5 + 0{,}11 = 0{,}61$. L’élève sait aussi s’appuyer sur les fractions décimales et la division par 2 sur les entiers : $13{,}6 \div 2 = \frac{136}{10} \div 2 = \frac{68}{10} = 6{,}8$; $1{,}22 \div 2 = \frac{122}{100} \div 2 = \frac{61}{100} = 0{,}61$.
– Diviser un nombre entier par 4 ou par 8.	L’élève sait que diviser par 4 revient à diviser par 2 et encore par 2. $140 \div 4$? $140 \div 2 = 70$ et $70 \div 2 = 35$. Donc $140 \div 4 = 35$. L’élève sait que diviser par $8 = 2 \times 2 \times 2$ revient à diviser par 2, puis encore par 2 et une troisième fois par 2. $260 \div 8$?

	260 ÷ 2 = 130 ; 130 ÷ 2 = 65 et 65 ÷ 2 = 32,5. Donc 260 ÷ 8 = 32,5. Lors d'une séance de calcul mental, si l'élève doit calculer 260 ÷ 8, il peut écrire sur son ardoise : « 130 », puis « 65 », puis « 32,5 », qu'il entoure pour indiquer qu'il s'agit du résultat cherché. Les écrits intermédiaires « 130 » et « 65 » lui permettent de soulager sa mémoire de travail.
– Multiplier un nombre décimal par 5.	L'élève sait que multiplier par 5 revient à multiplier par 10 puis à calculer la moitié du résultat obtenu. Il utilise cette procédure pour multiplier par 5 un nombre décimal s'écrivant avec au plus trois chiffres. Par exemple, pour calculer 5 × 1,46 : 10 × 1,46 = 14,6 et 14,6 ÷ 2 = 7,3. Donc 5 × 1,46 = 7,3.
– Multiplier un nombre décimal par 50.	L'élève sait que multiplier par 50 revient à multiplier par 100 puis à diviser par 2. Il utilise cette procédure pour multiplier par 50 un nombre inférieur à 20 s'écrivant avec au plus trois chiffres et pour lequel le dernier chiffre est pair. 50 × 12,4 ? 100 × 12,4 = 1240 et 1240 ÷ 2 = 620. Donc 50 × 12,4 = 620.

Les quatre opérations

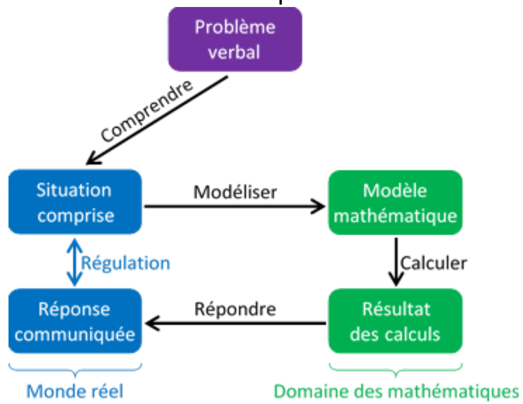
Les quatre opérations sont mobilisées au CM2 lors de la résolution de problèmes, qui permet de donner du sens aux opérations. Cette partie entretient également, de façon naturelle, un lien fort avec les autres parties du programme relatives aux nombres, aux grandeurs et au calcul mental.
Des additions, des soustractions, des multiplications et des divisions euclidiennes posées sont régulièrement utilisées dès le début de l'année, quand les nombres en jeu le justifient. Cependant, les élèves sont encouragés à privilégier le calcul mental à chaque fois que celui-ci est envisageable.
Au cours moyen, les élèves ne disposent pas de calculatrice personnelle. Des calculatrices peuvent cependant être distribuées par l'enseignant pour certaines activités et à certains élèves, lorsque le professeur estime que cette mise à disposition peut être utile.

– Comprendre et utiliser le lexique usuel relatif aux quatre opérations.	L'élève comprend et utilise les mots usuels rencontrés dans le cadre des opérations : – terme, somme, différence ; – facteur, produit, multiple, diviseur (« 9 est un diviseur de 36. ») ; – dividende, diviseur (« Dans la division de 743 par 9, 743 est le dividende et 9 est le diviseur. »), quotient, reste.
– Estimer le résultat d'une opération.	L'élève sait estimer le résultat d'une opération dans des cas simples. Par exemple, il sait dire que : 1212 L – 496 L est proche de 700 L, car 1200 L – 500 L = 700 L ; 724 × 68 est proche de 50 000, car 700 × 70 = 7 × 100 × 7 × 10 = (7 × 7) × (100 × 10) = 49 × 1000 ; 59 437 kg ÷ 6 est proche de 10 000 kg, car 6 × 10 000 kg = 60 000 kg. L'élève connait et utilise le symbole ≈. Il écrit 764 × 68 ≈ 50 000. L'élève sait dire, parmi les nombres suivants, lequel est la meilleure estimation du résultat ci de 32 × 3 182,5. ☐ 1 000 ☐ 10 000 ☐ 100 000 ☐ 1 000 000

– Savoir réaliser un calcul contenant une ou deux paires de parenthèses.	L’élève comprend que les parenthèses renseignent sur les calculs à effectuer en premier. L’élève sait effectuer un calcul en respectant l’ordre des opérations indiqué par les parenthèses, comme, par exemple : (15 – 7) × (6 + 3) 37 – (3 × (14 – 6))
– Poser et effectuer la multiplication d’un nombre décimal par un nombre entier.	L’élève sait déterminer, en posant l’opération, des produits comme 876 × 20,8 ou 8,76 × 208.
– Poser et effectuer des divisions décimales avec un dividende entier et un diviseur à un chiffre. – Poser et effectuer des divisions décimales avec un dividende décimal et un diviseur à un chiffre.	L’élève sait effectuer, en la posant, la division décimale d’un nombre entier dont l’écriture contient jusqu’à cinq chiffres par un nombre entier à un chiffre, par exemple, 785 ÷ 4. L’élève sait effectuer des divisions décimales d’un nombre décimal dont l’écriture contient jusqu’à cinq chiffres par un entier à un chiffre, par exemple, 148,2 ÷ 5. Les divisions décimales proposées au CM2 s’arrêtent au plus tard au centième avec un reste nul comme, par exemple 9 855 ÷ 6 ; 7 854 ÷ 8 ; 986,3 ÷ 5.

La résolution de problèmes

La résolution de problèmes arithmétiques fait l’objet d’un enseignement explicite qui vise à développer l’aptitude des élèves à résoudre des problèmes de manière autonome. Cet enseignement s’appuie sur le modèle de résolution de problèmes en quatre phases synthétisé par le schéma ci-dessous. Il constitue notamment un outil utile à l’enseignant pour identifier la ou les éventuelles étapes de la résolution sur lesquelles un élève est en difficulté :



La phase « Comprendre » est particulièrement importante. Pour être en mesure de résoudre un problème, l’élève doit avoir saisi finement à la fois le sens de l’énoncé et celui de la question posée. Cette compréhension est vérifiable à travers la reformulation de « l’histoire » du problème, par l’élève lui-même, en utilisant ses propres mots. L’enseignant veille à ce que les élèves n’automatisent pas la reconnaissance d’une opération à effectuer à partir de termes de l’énoncé, en proposant régulièrement des problèmes dont l’énoncé contient des termes qui n’induisent pas l’opération attendue, par exemple, des énoncés comportant le mot « plus » alors que l’opération à effectuer est une soustraction.

La phase « Modéliser » conduit l’élève à identifier la ou les opérations qu’il va devoir effectuer pour trouver le résultat cherché. Au cours moyen, seuls les élèves qui en ont besoin continuent de manipuler du matériel tangible. Tous les élèves continuent à utiliser, quand cela les aide, des représentations schématiques afin d’identifier le modèle mathématique en jeu.
Au CM1, la phase « Calculer » peut être traitée de différentes façons selon les outils dont disposent les élèves au moment où est proposé le problème : le calcul mental et le calcul posé sont les modalités privilégiées.
La phase « Répondre » conduit à quitter le domaine des mathématiques pour revenir au problème initialement posé en communiquant une solution. Cette phase est importante et doit être mise en lien avec la « Régulation » qui permet d’adopter une attitude critique sur le résultat trouvé. Cette attitude se manifeste notamment par des questions du type « Le nombre de jetons rouges trouvé est inférieur au nombre de jetons verts, est-ce possible ? », « Le nombre de jetons rouges trouvé est supérieur au nombre total de jetons, est-ce possible ? », ou des questions relatives à la vraisemblance du résultat trouvé : « 4,5 m pour la longueur d’une voiture, est-ce que cela est plausible ? », « 800 km entre Paris et New York, est-ce que cela semble possible ? ». L’élève doit apprendre à se poser systématiquement ce type de questions.
Les données des problèmes proposés aux élèves sont dans le champ numérique maitrisé au CM2, à savoir les nombres entiers jusqu’à 999 999 999, les nombres décimaux et les fractions. Le champ numérique dépend cependant fortement de la structure mathématique du problème : plus celle-ci est complexe, plus le champ numérique doit être réduit afin d’éviter une surcharge cognitive et permettre aux élèves de se concentrer sur la structure du problème.
Les élèves doivent traiter au moins dix problèmes par semaine, une partie d’entre eux pouvant être des problèmes élémentaires, à l’énoncé bref, proposés oralement, la réponse étant simplement notée sur l’ardoise.
Au cours de l’année, les élèves doivent apprendre à résoudre des problèmes dont les structures sont répertoriées dans le programme. Cependant, des problèmes relevant d’autres structures peuvent également être proposés tout au long de l’année.

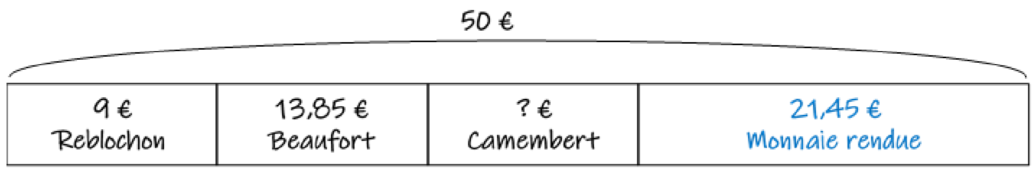
<table>
<tr><th>Objectifs d’apprentissage</th><th>Exemples de réussite</th></tr>
<tr><td>

– Résoudre des problèmes additifs en une ou plusieurs étapes.

</td><td>

Dans la continuité de ce qui a été mené au CM1, l’élève résout des problèmes additifs (parties-tout) en une ou plusieurs étapes en s’appuyant, si nécessaire, sur des schémas en barre ou des schémas avec un déplacement sur un axe.

– « Qassim a acheté un reblochon à 9 €, une tranche de Beaufort à 13,85 € et un camembert. Il a donné un billet de 50 € au fromager qui lui a rendu 21,45 €. Quel est le prix du camembert ? ».

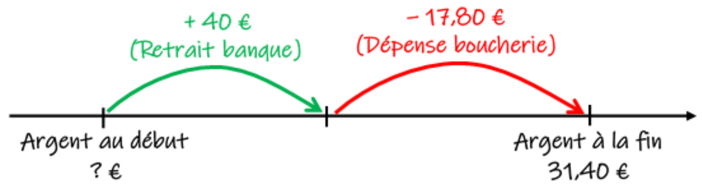


D’autres schémas sont possibles comme par exemple :

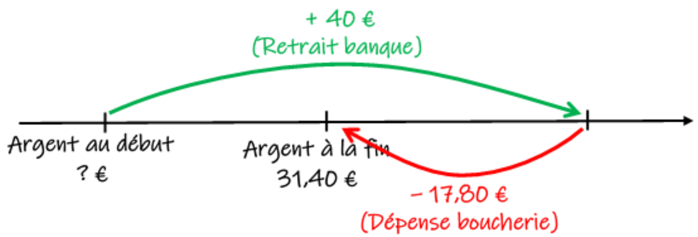
ou encore un schéma par étape :

</td></tr>
</table>

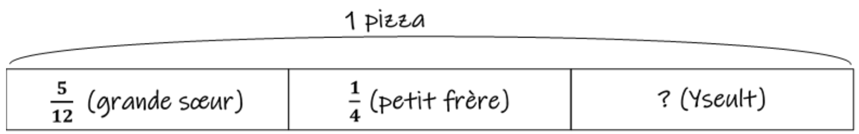
– Côme est allé faire des courses ce matin. Il est d'abord passé devant la banque où il a retiré 40 € au distributeur automatique. Il est ensuite passé à la boucherie où il a acheté un rôti coûtant 17,80 €. Quand il rentré chez lui, il a constaté qu'il lui restait 31,40 €. Quelle somme d'argent Côme avait-il sur lui en sortant ce matin ?
L'axe peut être chronologique, c'est-à-dire qu'on se déplace vers la droite au fur et à mesure des actions :

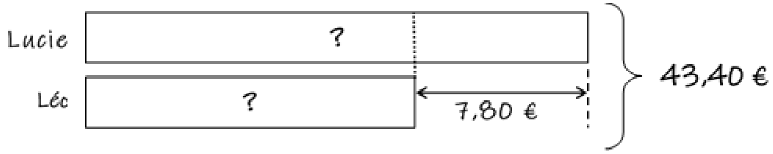
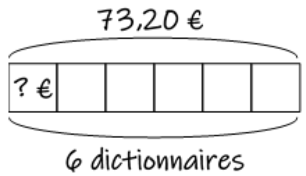
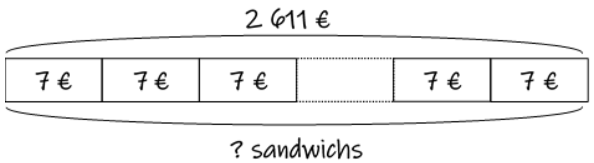


ou numérique, c'est-à-dire qu'on va vers la droite quand la somme d'argent que Côme a sur lui augmente, et vers la gauche quand elle diminue :



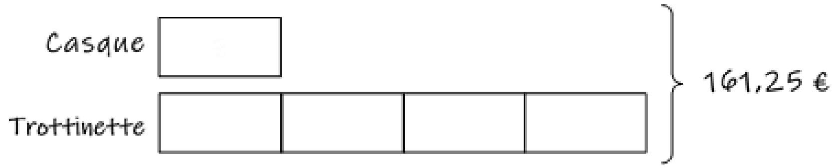
– Yseult partage une pizza avec son frère et sa sœur. Elle donne $\frac{5}{12}$ de la pizza à sa grande sœur et $\frac{1}{4}$ de la pizza à son petit frère. Quelle fraction de la pizza Yseult a-t-elle gardée pour elle ? »

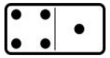
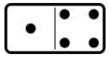


	L'élève résout des problèmes de comparaison de quantités ou de grandeurs qui se traitent en deux étapes. Il peut, par exemple, s'agir de problèmes impliquant la valeur de la réunion des deux quantités ou grandeurs réunies et nécessitant donc une étape supplémentaire, comme : – Léo et Lucie ont 43,40 € à eux deux. Lucie a 7,80 € de plus que Léo. Combien chaque enfant a-t-il d'euros ? 
– Résoudre des problèmes multiplicatifs de type « parties-tout » en une étape.	L'élève sait résoudre des problèmes multiplicatifs similaires à ceux rencontrés au CM1, mais dont le champ numérique est plus étendu. Les problèmes mettant en jeu des divisions concernent, dans un partage équitable, la recherche de la valeur d'une part, mais aussi celle de la recherche du nombre de parts lorsque la valeur d'une part est un nombre entier inférieur ou égal à 10. L'élève sait, pour faciliter la modélisation mathématique du problème, s'appuyer sur un schéma. – Pour trouver la valeur d'une part dans un problème comme le suivant : « La maitresse de CM2 a acheté six dictionnaires pour la classe. Elle a payé 73,20 €. Quel est le prix d'un dictionnaire ? », l'élève peut, par exemple, réaliser le schéma suivant :  – Pour trouver le nombre de parts dans un problème comme le suivant : « Lors d'une fête de village, monsieur Dupin vend des sandwichs. Chaque sandwich est vendu avec une boisson pour un montant total de 7 €. À la fin de la journée, la recette de monsieur Dupin est de 2 611 €. Combien de sandwichs monsieur Dupin a-t-il vendus ? », l'élève peut, par exemple, réaliser le schéma suivant : 
– Résoudre des problèmes mixtes en plusieurs étapes.	L'élève sait résoudre des problèmes engageant des additions, des soustractions, des multiplications et des divisions, comme le suivant : Romy achète trois pains aux raisins à 1,35 euros l'un et sept chaussons aux pommes. Elle donne un billet de 20 € au boulanger qui lui rend 7,90 €. Quel est le prix d'un chausson aux pommes ?

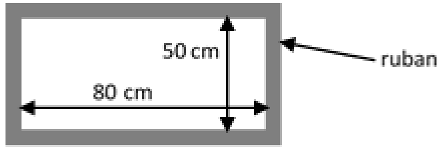
<table>
<tr>
<td>– Résoudre des problèmes de comparaison multiplicative.</td>
<td>L’élève comprend le sens des locutions « fois plus » et « fois moins » et les distingue des locutions « de plus » et « de moins » qui apparaissent dans les problèmes de comparaison additive.

L’élève sait résoudre des problèmes de comparaison multiplicative nécessitant plusieurs étapes, comme le suivant : « Axel achète une trottinette et un casque. La trottinette coûte quatre fois plus cher que le casque. Axel paie 161,25 €. Combien coûte la trottinette ?


</td>
</tr>
<tr>
<td>– Résoudre des problèmes de dénombrement.</td>
<td>L’élève sait résoudre des problèmes consistant à déterminer le nombre d’éléments d’un ensemble et qui ne se résolvent pas immédiatement par l’une des quatre opérations. Pour y parvenir, il présente les éléments à dénombrer selon une organisation permettant de les compter tous, une et une seule fois, sans oubli ni redondance.
Ainsi l’élève sait avoir recours à un tableau, un arbre ou une liste organisée pour résoudre des problèmes de dénombrement comme les suivants :

– Telma a lancé une pièce de monnaie trois fois de suite. Elle a obtenu les résultats suivants :
<table><tr><td>1er lancer</td><td>2e lancer</td><td>3e lancer</td></tr><tr><td>Face</td><td>Face</td><td>Pile</td></tr></table>
Trouve tous les résultats qu’elle aurait pu obtenir.
– Arthur veut fabriquer un jeu de dominos. Dans ce jeu chaque domino doit être composé de deux nombres de points compris entre 0 et 6 et il ne peut pas y avoir deux dominos identiques. Quel est le nombre maximum de dominos que peut contenir ce jeu ?
Attention : le domino  est le même que le domino .</td>
</tr>
<tr>
<td>– Résoudre des problèmes d’optimisation.</td>
<td>L’élève sait résoudre des problèmes consistant à trouver une solution optimale parmi plusieurs solutions respectant plusieurs contraintes, comme les problèmes suivants.

– Madame Lidon souhaite réaliser des étagères. Pour une étagère, il lui faut une planche de deux mètres, deux équerres et neuf vis.
Elle dispose de :
▪ 6 planches de cinq mètres ;
▪ 40 équerres ;
▪ 120 vis.
Quel est le nombre maximal d’étagères que peut fabriquer madame Lidon ?
– Azmar veut fabriquer des torchons avec un reste de tissu et un reste de ruban.</td>
</tr>
</table>

	Il veut fabriquer des torchons rectangulaires de 80 cm de longueur et 50 cm de largeur autour desquels il souhaite coudre du ruban.  Le reste de tissu dont dispose Azmar est un rectangle qui mesure 3 m de longueur et 2,40 m de largeur et il a 50 m de ruban. Quel est le nombre maximum de torchons que peut fabriquer Azmar ?
– Résoudre des problèmes préparant à l'utilisation d'algorithmes.	L'élève sait résoudre un problème consistant à rechercher toutes les solutions vérifiant certaines conditions parmi un ensemble de cas possibles. Il sait organiser sa recherche de façon à assurer l'exhaustivité de sa réponse. L'élève sait par exemple résoudre des problèmes comme les suivants. – Trouver toutes les dimensions possibles pour les rectangles ayant des côtés mesurant un nombre entier de centimètres et ayant une aire égale à 60 cm². – Alice a 100 œufs qu'elle veut ranger dans des boites. Elle a vingt boites de 6 œufs et vingt boites de 10 œufs. Elle veut que tous les œufs soient dans des boites et que toutes les boites soient pleines. Quelles sont toutes les solutions possibles ? – Il y a 30 élèves dans une classe de CM2. Le maitre veut faire des groupes comportant tous le même nombre d'élèves. Il souhaite qu'il y ait un nombre impair d'élèves dans chaque groupe. Quelles sont toutes les solutions possibles ?

Algèbre

L'objectif de cette sous-partie est d'initier les élèves à la « pensée algébrique » et en particulier de développer leur capacité à résoudre des problèmes en raisonnant sur des nombres sans connaitre leur valeur. Les élèves apprennent à désigner ces nombres par des symboles ou par des lettres et à raisonner en écrivant avec ces symboles des relations mathématiques. Ils sont aussi amenés à identifier et à généraliser des structures, notamment dans le cadre de suites de motifs ou de suites de nombres ou de symboles en exprimant la relation entre deux éléments consécutifs ou entre le rang d'un élément et la valeur associée.
Les nombres dont la valeur n'est pas connue peuvent être représentés par un symbole dans deux cas de figure.

D'une part dans des situations où on cherche à trouver leur valeur. Par exemple, on peut utiliser la représentation  pour traduire que deux paires de ciseaux et trois stylos coûtent vingt euros.

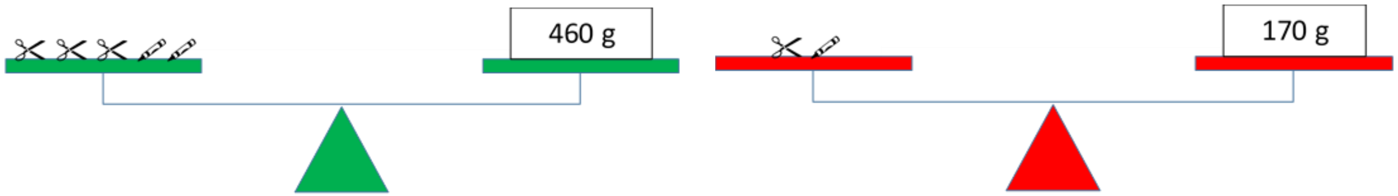
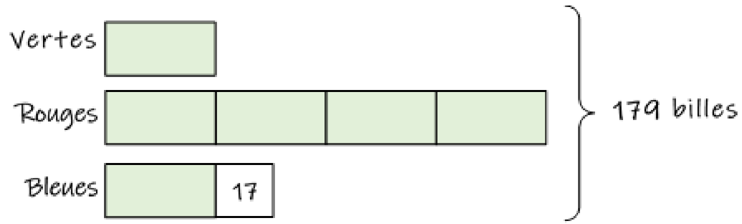
D'autre part, dans des situations où le symbole a un caractère générique et représente différentes valeurs que le nombre peut prendre ; par exemple, si on achète des tee-shirts à 12 € et si le coût de la livraison est 5 €, alors quel que soit le nombre de tee-shirts achetés, le prix à payer, en euro, peut s'écrire (N × 12) + 5, où N est le nombre de tee-shirts achetés. Des relations faisant intervenir des nombres inconnus peuvent aussi être représentées par des schémas en barre dans le cadre de la résolution de problèmes.

<table>
<tr><td colspan="2">Le travail mené conduit à étendre le sens du signe « = » : il n’est pas simplement un symbole placé entre une opération et son résultat. Il peut être placé entre deux expressions qui sont égales, ce qui conduit notamment à faire poindre la notion d’équation, comme dans l’égalité à compléter suivante : « 178 – □ = 6 × 8 ».</td></tr>
<tr><td>– Trouver le nombre manquant dans une égalité à trou.</td><td>Dans des cas simples, l’élève sait trouver mentalement le nombre manquant dans une égalité, par exemple à partir d’égalités comme les suivantes : 347 = 20 + □ ; 5 760 – □ = 5 360 ; □ – 1 = 3 999 ; 2 × 137 × 5 = 137 × □ ; 24 × 5 = □ × 10 ; 24 × 5 = 20 × 5 + □ × 5 ; 144 + 237 = □ + 239 ; 142 – 54 = □ – 57.

L’élève sait trouver le nombre manquant dans une égalité à trou comme (2 × □) – 5 = 23 en utilisant ses connaissances en calcul et les propriétés des opérations. Les membres des égalités proposées contiennent au plus deux opérations comme 8 + (2 × □) = 11 ou 18= 10 + (□ ÷ 5).</td></tr>
<tr><td>– Résoudre des problèmes algébriques.</td><td>L’élève comprend que des nombres inconnus peuvent être représentés par des lettres ou des symboles.

L’élève sait résoudre des problèmes où des nombres sont représentés par des symboles, par exemple :

• On dispose de paires de ciseaux toutes identiques et de crayons tous identiques. On a les résultats suivants de deux pesées :


Quelle est la masse d’une paire de ciseaux ? Quelle est la masse d’un crayon ?
L’élève sait s’appuyer sur des schémas pour représenter des relations entre les inconnues d’un problème. Par exemple l’élève sait résoudre un problème comme le suivant.
– Dans un paquet de billes rouges, vertes et bleues, il y a 179 billes. Il y a quatre fois plus de billes rouges que de billes vertes et il y a 17 billes vertes de moins que de billes bleues.
Combien y a-t-il de billes de chaque couleur ?
Pour cela l’élève sait s’appuyer sur un schéma comme celui-ci :
</td></tr>
<tr><td>– Exécuter ou produire un programme de calcul.</td><td>L’élève sait déterminer le nombre obtenu quand on applique à un nombre donné, par exemple 9, un programme de calcul comme le suivant :

– Choisir un nombre entier.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

Ajouter 2 au nombre choisi.
Multiplier le résultat trouvé à l’étape précédente par 4.
Retirer 3 au nombre obtenu à l’étape précédente.
Écrire le nombre obtenu.

Les programmes comprennent au plus trois étapes de calcul.
Les programmes de calcul utilisés peuvent être codés avec un logiciel de programmation par bloc comme Scratch ou sur une feuille d’un tableur en faisant apparaitre les différentes étapes, de manière à vérifier les résultats obtenus.
</td>
</tr>
<tr>
<td>

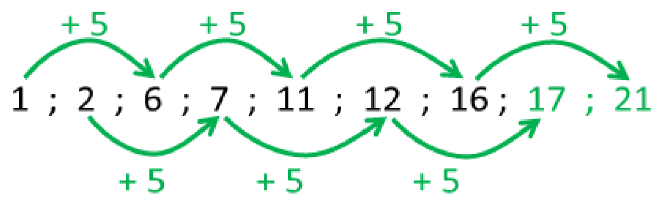
Identifier et formuler une règle de calcul pour poursuivre une suite de nombres.

</td>
<td>
L’élève sait déterminer comment va se poursuivre une suite de nombres dans des cas simples et donner les trois termes suivants, par exemple pour les suites :

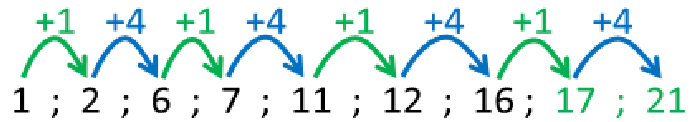
3 ; 7 ; 11 ; 15 ; etc.
4 ; 12 ; 36 ; 108 ; etc.
3 ; 7 ; 12 ; 18 ; etc.
7 ; 12 ; 22 ; 42 ; etc.
7 ; 15 ; 31 ; 63 ; etc.
1 ; 2 ; 6 ; 7 ; 11 ; 12 ; 16 ; etc.

Pour certaines suites plusieurs « règles » de calcul peuvent être trouvées, par exemple, pour la suite 1 ; 2 ; 6 ; 7 ; 11 ; 12 ; 16…, les élèves peuvent proposer comme règles de calcul :

l’ajout de 5 pour trouver le nombre situé deux rangs plus loin :



l’ajout alternatif de 1 et de 4 pour trouver le nombre au rang suivant :

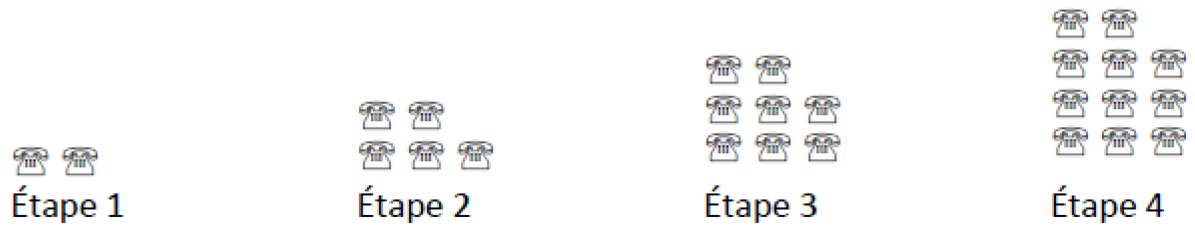


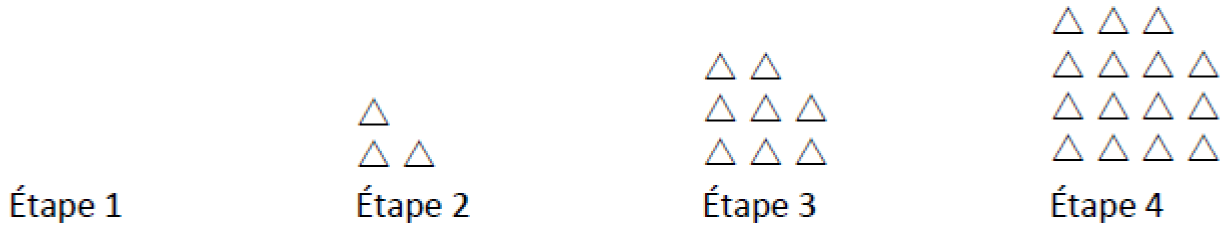
Dans le cas d’une suite pour laquelle un même nombre est ajouté à chaque étape, l’élève sait déterminer la valeur d’un terme de rang éloigné. Par exemple, pour la suite « 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; 17 ; etc. », l’élève sait déterminer le 100^e nombre de la suite en reconnaissant une relation entre le rang d’un terme et sa valeur, par exemple en organisant ses calculs comme dans le tableau ci-dessous :
<table>
<tr><th>Place</th><th>Valeur</th></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

1	5 = 2 + 1 × 3
2	8 = 2 + 2 × 3
3	11 = 2 + 3 × 3
4	14 = 2 + 4 × 3
…	…
100	2 + 100 × 3 = 302

- Identifier des régularités et poursuivre une suite de motifs évolutive.
- Trouver le nombre d’éléments pour une étape donnée dans une suite de motifs évolutive.

L’élève sait, par exemple, déterminer le nombre d’éléments des motifs que l’on trouvera aux trois étapes suivantes des suites dont les premiers motifs sont :





	 Étape 1 Étape 2 Étape 3 Étape 4 Pour cela, l’élève sait formuler une relation, soit entre le nombre d’éléments à une étape donnée et le nombre d’éléments à l’étape précédente, soit, directement, entre le nombre d’éléments à une étape donnée et le rang de l’étape.

CLASSE DE SIXIÈME

Les nombres entiers et décimaux

À l'école élémentaire, l'élève a étudié les principes de la numération décimale de position et les a appliqués aux nombres entiers jusqu'aux centaines de millions. En 6e, le milliard est introduit, en lien avec les champs « Organisation et gestion de données » et « Grandeurs et mesures », où des activités peuvent mobiliser de très grands nombres, par exemple dans le cadre de la démographie ou de distances dans l'Univers.
En 6e, l'élève consolide sa compréhension des nombres décimaux et utilise leurs différentes écritures apprises au cours moyen. À celles-ci vient s'ajouter l'écriture sous forme de pourcentage.
À l'issue d'activités rituelles de calcul et la verbalisation de procédures, l'élève mémorise des connaissances et des procédures en vue de leur automatisation.
Le sens des opérations étudiées au cours moyen s'élargit avec l'introduction de la multiplication de deux nombres décimaux. Celle-ci nécessite de dépasser la conception de la multiplication comme une addition itérée. La compréhension du nouveau sens ainsi attribué à la multiplication gagne, dans un premier temps, à prendre appui sur le calcul de l'aire d'un rectangle et de conversions d'unités. Dans un deuxième temps, l'élève apprend à décomposer les nombres pour se ramener au produit de deux nombres entiers et à appliquer les propriétés de commutativité et d'associativité de la multiplication. Même si leur nom n'est pas mentionné par le professeur, celui-ci doit les expliciter au début de l'apprentissage, et au-delà si nécessaire. Dans un troisième temps, l'élève automatise le positionnement de la virgule dans le résultat de la multiplication. Le recours systématique à un ordre de grandeur lui permet de contrôler le résultat.
Les différents sens de la division (division partition pour calculer la valeur d'une part et division quotition pour calculer le nombre de parts égales) sont mobilisés dans le cadre de la résolution de problèmes, en synergie avec le travail de la technique de la division posée (division euclidienne et division décimale), dans des cas simples précisés dans le programme. Lors de la résolution d'un problème mettant en jeu des nombres dépassant ce cadre, l'élève peut utiliser une calculatrice.

Objectifs d'apprentissage	Commentaires et exemples de réussite
Automatismes	L'élève restitue de manière automatique les résultats suivants, relatifs aux relations entre $\frac{1}{1000}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{10}$ et 1 : $1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1000}{1000}$; $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000}$; $\frac{1}{100} = \frac{10}{1000}$; $1 = 10 \times \frac{1}{10} = 100 \times \frac{1}{100}$; $\frac{1}{10} = 10 \times \frac{1}{100}$. L'élève restitue de manière automatique les équivalences d'écriture suivantes : $\frac{1}{10} = 0{,}1$; $\frac{1}{100} = 0{,}01$; $\frac{1}{1000} = 0{,}001$. L'élève passe de manière automatique d'une écriture sous forme de fraction décimale ou de somme de fractions décimales à une écriture décimale, et inversement. Par exemple, il sait que les écritures $\frac{4107}{1000}$; $4 + \frac{107}{1000}$; $4 + \frac{1}{10} + \frac{7}{1000}$; $4{,}107$ représentent le même nombre. L'élève applique de manière automatique la procédure de multiplication d'un nombre décimal par 1, par 10, par 100 ou par 1000, en lien avec la numération. Il applique de manière automatique la procédure de division d'un nombre décimal par 1, par 10, par 100 ou par 1000. Jusqu'à l'automatisation de ces connaissances et de ces procédures, et selon les besoins des élèves, la manipulation d'un outil du type « glisse-

	nombres » peut compléter la verbalisation en termes d'unités de numération.
Connaissances et capacités attendues	
– Connaitre et utiliser la valeur des chiffres selon leur rang dans l'écriture d'un nombre. – Connaitre les liens entre les unités de numération unité, dizaine, centaine, millier, dixième, centième, millième.	L'élève consolide sa connaissance de la valeur des chiffres dans l'écriture d'un nombre entier ou décimal. Par exemple, dans le nombre 1,27, il identifie le chiffre des centièmes qu'il distingue du nombre de centièmes contenus dans ce nombre.
– Connaitre des grands nombres entiers.	Les principes de la numération décimale de position sont étendus à la classe des milliards. La manipulation de milliards, de dizaines de milliards et de centaines de milliards peut avoir pour cadre les domaines « Organisation et gestion de données » et « Grandeurs et mesures ».
– Reconnaitre un nombre décimal. – Connaitre la définition d'un pourcentage et l'écriture d'une fraction sous forme de nombre mixte. – Associer et utiliser différentes écritures d'un nombre décimal : écriture à virgule, fraction, nombre mixte, pourcentage.	Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction dont le numérateur est un nombre entier et dont le dénominateur est égal à 1, 10, 100, 1000, etc. L'élève sait qu'un nombre entier est un nombre décimal. Par exemple, il remarque que $2 = 2{,}0$ et que $2 = \frac{20}{10} = \frac{2}{1}$. Par définition, si a est un entier naturel, $a\%$ est égal à $\frac{a}{100}$. On se limite à l'utilisation de pourcentages compris entre 0% et 100%, qui servent à exprimer des proportions et des probabilités. Par définition, l'écriture d'une fraction sous forme de nombre mixte consiste à l'exprimer comme la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1. L'élève sait qu'un même nombre admet plusieurs écritures. Par exemple, il sait que : $25\% = \frac{25}{100} = 0{,}25 = \frac{1}{4}$; $35\% = \frac{35}{100} = 0{,}35 = \frac{7}{20}$; $\frac{6}{5} = 6 \times \left(\frac{1}{5}\right) = 5 \times \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 1 + \frac{1}{5} = \frac{12}{10} =1{,}2$. L'élève est sensibilisé au choix d'une ou de plusieurs écritures adaptées à une situation donnée, que ce soit dans le cadre d'une opération à effectuer ou d'un problème à résoudre.
– Placer sur une demi-droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre décimal. – Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée.	La graduation de la demi-droite est adaptée aux nombres proposés.
– Comparer deux nombres décimaux. – Ordonner une liste de nombres décimaux.	Les signes d'inégalités larges $\leqslant$ et $\geqslant$ sont introduits à cette occasion. L'élève justifie les procédures utilisées pour comparer ou ranger des nombres décimaux en s'appuyant sur la signification de leur écriture décimale ou sur le placement des points associés sur une demi-droite graduée.
– Donner la valeur arrondie à l'unité, au dixième, ou au centième d'un nombre décimal.	En lien avec la division décimale posée l'élève sait par exemple, que $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal et que 0,33 en est la valeur arrondie au centième. Il sait aussi que π n'est pas un nombre décimal, et que 3,14 en est la valeur arrondie au centième.

– Déterminer ou connaitre la valeur arrondie de certains nombres non décimaux. – Encadrer un nombre décimal par deux nombres décimaux, intercaler un nombre décimal entre deux nombres décimaux.	L'élève justifie les procédures utilisées pour encadrer ou intercaler des nombres décimaux en s'appuyant sur la signification de leur écriture décimale ou sur le placement des points associés sur une demi-droite graduée.
– Additionner et soustraire des nombres décimaux.	L'élève entretient les connaissances qu'il a acquises au cours moyen et les mobilise dans le cadre de la résolution de problèmes. Il identifie les opérations à effectuer. Tant qu'il en éprouve le besoin, il s'appuie sur des représentations, comme par exemple les schémas en barre. L'élève pose et effectue des additions et des soustractions à la main ou mentalement, selon les nombres en jeu. Il estime *a priori* le résultat de l'opération, et le contrôle *a posteriori*.
– Multiplier un nombre entier ou un nombre décimal par 0,1, par 0,01, et par 0,001. – Connaitre le lien avec la division par 10, 100 et par 1000.	L'élève sait que multiplier un nombre par 0,1 revient à en prendre le dixième, en lien avec les fractions et les conversions d'unités de mesure. L'élève constate que, lorsqu'on multiplie un nombre décimal par 0,1, le résultat obtenu est dix fois plus petit que le nombre initial. Il est ainsi sensibilisé au fait que « multiplier » ne signifie pas toujours « rendre plus grand ». L'élève mémorise les résultats suivants : $10 \times 0{,}1 = 100 \times 0{,}01 = 1000 \times 0{,}001 = 1$; $0{,}1 \times 10 = 0{,}01 \times 100 = 0{,}001 \times 1000 = 1$; $10 \times 0{,}01 = 0{,}01 \times 10 = 100 \times 0{,}001 = 0{,}1$; $0{,}001 \times 10 = 10 \times 0{,}001 = 0{,}01$; $0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}01$; $0{,}1 \times 0{,}01 = 0{,}001$; $0{,}01 \times 0{,}1 = 0{,}001$. L'élève comprend et mémorise le lien entre la division par 10, 100, ou 1000 et la multiplication par 0,1, par 0,01, par 0,001. Il verbalise que « multiplier par 0,1 c'est diviser par 10 ; que multiplier par 0,01 c'est diviser par 100 ; que multiplier par 0,001 c'est diviser par 1000 ».
– Comprendre le sens de la multiplication de deux nombres décimaux. – Calculer le produit de deux nombres décimaux. – Contrôler les résultats à l'aide d'ordres de grandeur. – Résoudre des problèmes mettant en jeu des multiplications entre des nombres décimaux.	Le sens à attribuer à la multiplication de deux nombres décimaux sort du cadre de l'itération d'une addition. Il s'appuie, dans un premier temps, sur l'aire d'un rectangle et les conversions d'unité. Par exemple, la multiplication de 3,7 par 2,9, est illustrée par le calcul de l'aire d'un rectangle de 3,7 dm de longueur et 2,9 dm de largeur. L'élève convertit ces dimensions en centimètre. Le produit des deux entiers 37 et 29, qui est la mesure de l'aire en cm² est ensuite convertie en dm² et fournit le résultat de la multiplication de 3,7 par 2,9. L'élève contrôle systématiquement le résultat obtenu à l'aide d'un ordre de grandeur. Ainsi, il sait *a priori* que le produit $3{,}7 \times 2{,}9$ est proche de $4 \times\ 3 = 12$ (ou qu'il est de l'ordre de 10), ce qu'il vérifie *a posteriori.* La référence à l'aire du rectangle permet de justifier que $3{,}7 \times 2{,}9 = 2{,}9 \times 3{,}7$. La propriété de commutativité est généralisée au produit de tous le décimaux. Pour automatiser la connaissance de cette procédure l'élève calcule tout autant des produits du type 8,2×0,01 que du type 0,01×8,2. Une fois que ce sens de la multiplication, qui sort du cadre d'une addition itérée, est compris par l'élève, celui-ci effectue des

	multiplications qui peuvent mobiliser les propriétés d'associativité et de commutativité. Sans en citer le nom, le professeur les explicite comme, par exemple pour les calculs suivants : $0{,}4 \times 3 = (0{,}1 \times 4) \times 3 = 0{,}1 \times (4 \times 3) = 0{,}1 \times 12 = 1{,}2.$ $0{,}4 \times 0{,}3 = (0{,}1 \times 4) \times (0{,}1 \times 3) = 0{,}1 \times 4 \times 0{,}1 \times 3 =$ $0{,}1 \times 0{,}1 \times 4 \times 3 = (0{,}1 \times 0{,}1) \times (3 \times 4) = 0{,}01 \times 12 = 0{,}12.$ Il est essentiel que l'automatisation du positionnement de la virgule dans le résultat d'une multiplication soit précédée par ce type de décompositions. Lors de la résolution d'un problème dont l'objectif est de travailler le sens de la multiplication et non pas sa technique, ou dans le cas de calculs chronophages, l'élève peut, selon ses besoins, disposer d'une calculatrice.
– Diviser un nombre décimal par un nombre entier non nul inférieur à 10. – Résoudre des problèmes mettant en jeu des divisions décimales.	L'algorithme de la division posée, étudié au cours moyen, avec un dividende décimal et un diviseur inférieur à 10, est entretenu. Il était limité au cas où on s'arrête au plus tard au centième avec un reste nul, comme, par exemple, pour effectuer 9 855 ÷ 6 ; 7 854 ÷ 8 ou 986,3 ÷ 5. En 6e, on élargit ce cadre avec l'objectif de faire comprendre à l'élève deux aspects essentiels liés aux fractions: – lorsque l'algorithme de la division décimale de a par b s'arrête, la fraction $\frac{a}{b}$ est un nombre décimal. Par exemple, la division posée 9 855 ÷ 6 dont le résultat est 1642,5. La fraction $\frac{9\,855}{6}$ est donc un nombre décimal – l'algorithme de certaines divisions posées ne s'arrête jamais. Par exemple pour 10 ÷ 3 ou 73 ÷ 6. L'élève admet que ce résultat est lié au fait que les fractions $\frac{10}{3}$ et $\frac{73}{6}$ne sont pas des nombres décimaux. Le sens de la division comme opération inverse de la multiplication, vu sur les nombres entiers au cours élémentaire, est étendu aux décimaux non entiers. Ainsi, l''élève sait que, pour tout nombre décimal a, et tout nombre entier b non nul : $(a \div b) \times b = a$ et $(a \times b) \div b = a.$ L'élève identifie les situations relevant d'une division : le calcul d'une part ou celui du nombre de parts. Par exemple : – il sait quelle opération poser et il effectue le calcul permettant de déterminer, s'il verse 1,5 L de jus d'orange dans 8 verres de façon équitable, combien de centilitres contiendra chaque verre ; – il sait quelle opération poser et il effectue le calcul permettant de déterminer combien de verres de 20 cL sont contenus dans une bouteille de 1,5 L de jus d'orange. Il interprète le résultat (7 verres et demi) dans le contexte de l'exercice. Concernant la technique, l'élève a éventuellement recours à la calculatrice dans le cadre de la résolution d'un problème mettant en jeu un diviseur qui est un nombre entier ayant au moins deux chiffres. Par exemple, il utilise sa calculatrice pour résoudre l'exercice suivant : Léa a payé 57,40 € pour 35 L d'essence. Quel est le prix d'un litre d'essence ? En revanche, il sait résoudre sans calculatrice l'exercice suivant : Léo a acheté un coupon de tissu dont le prix est 3 € le mètre. Il a payé 15,60 €. Quelle est la longueur du coupon acheté ?

– Effectuer la division euclidienne d'un nombre entier par un nombre entier inférieur à 100. – Résoudre des problèmes mettant en jeu des divisions euclidiennes.	Au cours moyen, l'élève a appris à effectuer, en la posant, la division euclidienne d'un nombre entier par un nombre entier inférieur à 10. En 6e, le cadre est élargi, à la division euclidienne par un nombre entier inférieur à 100. Lors des différentes étapes de l'algorithme, la verbalisation d'expressions du type « combien de fois peut-on mettre b dans a ?» ou encore « combien de fois a contient-il b ? » permet de conforter le sens « quotition » de la division. Lorsque l'opération est effectuée, l'élève désigne le dividende, le diviseur, le quotient et le reste. L'élève reconnait, par exemple, que les problèmes suivant relèvent d'une division euclidienne. Ainsi, il détermine : – le nombre de verres de 20 cL contenus dans une bouteille de 1,25 L de jus d'orange ; – le nombre de bouquets de 18 roses qu'un fleuriste peut faire à partir de 295 roses ; – le nombre de bus de 45 places nécessaires pour transporter jusqu'aux bâtiments de l'aéroport les 536 passagers d'un avion. Il sait interpréter les résultats obtenus et peut insérer les unités dans la présentation de ses calculs. Par exemple, il peut écrire 295 roses = 16 × 18 roses + 7 roses. L'élève fait le lien entre division euclidienne et conversion d'unités de durée (par exemple, transformation de minutes en heures et minutes). Il sait utiliser une division euclidienne pour écrire une fraction sous la forme d'un nombre mixte.
Culture générale	Des activités fondées sur l'histoire des mathématiques permettent à l'élève de renforcer sa culture générale et de prendre du recul sur ses connaissances des nombres entiers ou décimaux. Par exemple : – la découverte d'écritures des nombres à partir de lettres ou de dessins : numérations acrophonique grecque, romaine, hiéroglyphique égyptienne ; – la découverte d'algorithmes opératoires, développés dans plusieurs traditions mathématiques, comme la multiplication par jalousies ou en tableau; – la manipulation d'abaques à jetons ou de bouliers pour remobiliser le principe de la numération et la notion de « base de numération ». – la découverte de la numération sexagésimale paléo-babylonienne, qui repose sur les mêmes principes mathématiques que le système utilisé pour exprimer des durées en heures, minutes et secondes. Le passage de ce système de numération au système décimal (et *vice versa*) est un autre contexte que celui des durées pour travailler la division euclidienne. – la découverte de l'écriture des nombres décimaux utilisée par Simon Stevin de Bruges pour illustrer le lien entre numération décimale et fractions décimales.

Les fractions

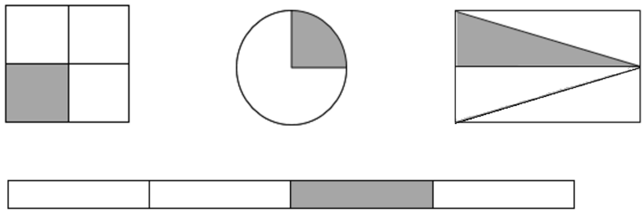
L'étude des fractions à l'école élémentaire, qui a débuté dès le CE1 en mettant l'accent sur des manipulations et des représentations variées, a permis à l'élève de se familiariser avec plusieurs des sens qui sont attribués à une fraction. Le premier sens, communément appelé « partie d'un tout », consiste à prendre un « tout » de référence (une pizza fictive, une bande de papier, un morceau de ficelle, etc.), à le partager en parts égales et à prendre un certain nombre de ces parts. Cette conception, que les élèves s'approprient aisément, se heurte à des difficultés lorsqu'on aborde les fractions supérieures à 1 : ainsi, une fraction comme $\frac{7}{4}$, définie comme la somme $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$, fait appel à sept quarts de l'unité de référence qui n'en contient que quatre. Cet obstacle majeur peut être levé en considérant la fraction unitaire $\frac{1}{4}$ comme nouvelle unité de mesure de longueur : si une bande de papier ou un segment de longueur donnée est gradué en quarts, n'importe quelle fraction, inférieure ou supérieure à un, correspond à un certain nombre de graduations : 3 graduations pour la fraction $\frac{3}{4}$ et 7 graduations pour la fractions $\frac{7}{4}$. Cette conception « mesure » de la fraction, dans laquelle la fraction unitaire $\frac{1}{4}$ est assimilée à une unité de mesure, facilite la compréhension du sens du produit d'un entier par une fraction comme $7 \times \frac{1}{4}$.

En 6^{e}, la fraction acquiert le nouveau sens de quotient. L'objectif est ici de faire comprendre aux élèves qu'une fraction, par exemple $\frac{3}{4}$, n'est pas seulement 3 quarts d'une unité de référence, mais aussi le quart de 3, considéré comme nouveau « tout » à partager en 4. Ce sens de quotient, qui fait explicitement le lien avec la division, s'appuie sur des manipulations comme le partage d'une bande de papier ou d'un morceau de ficelle. Si cela est simple à réaliser pour un partage en 2, 3, 4, voire 6 ou 8 parties égales, la manipulation s'avère délicate pour un partage en 5, 7 ou 11 parts égales d'une bande de papier de longueur 3 cm pour illustrer le sens quotient des fractions $\frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{3}{11}$. Les élèves manipulent alors un guide-âne, réseau de droites parallèles équidistantes dont le nom fait référence aux ânes qui tiraient les bateaux le long des berges.

Ces manipulations et le lien avec la division permettent à l'élève de comprendre la définition du quotient d'un entier a par un entier b non nul et le nouveau sens de la fraction $\frac{a}{b}$. La connaissance de cette définition est mobilisée dans la résolution d'égalités à trou, qui préfigurent celle de l'équation $a \times x = b$, contribuant ainsi à l'initiation au mode de pensée algébrique.

Les élèves, déjà familiers de l'écriture multiplicative du type $7\times \frac{1}{4}$, comprennent qu'elle représente le même nombre que $\frac{1}{4} \times 7$ en référence à l'aire d'un rectangle dont les mesures, dans une unité donnée, sont 7 et $\frac{1}{4}$. Par ailleurs, une multiplication du type $\frac{1}{4} \times 7$ sert à exprimer le quart de 7 dans une autre conception de la fraction, celle d'opérateur multiplicatif. Cet autre sens de la fraction a déjà été abordé au cours moyen où la fraction opérait sur une quantité ($\frac{2}{3}$ de 12 œufs) ou sur une grandeur ($\frac{3}{4}$ de 10 mètres). En 6^{e}, la fraction opère également sur un nombre, notamment quand elle est exprimée sous forme de pourcentage. Parallèlement à la consolidation et à l'extension du sens attribué à une fraction, les techniques opératoires sont entretenues et, comme déjà mentionné, s'élargissent avec la multiplication entre une fraction et un entier. Dans la continuité du cours moyen, les élèves comparent des fractions, notamment en termes d'égalité.

L'explicitation des procédures par le professeur et leur verbalisation par les élèves, le recours à des représentations variées et la mise à disposition de matériel de manipulation pour les élèves qui en ont besoin sont indispensables à la compréhension de tous les sens de la fraction et à la maitrise des procédures de comparaison et de calcul.

<table>
<tr><th>Objectifs d’apprentissage</th><th>Commentaires et exemples de réussite</th></tr>
<tr><td>Automatismes</td><td>L’élève sait reconnaitre une fraction sur des représentations variées, par exemple :

L’élève connait des relations entre $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ et 1, et complète de manière automatique des « égalités à trou » du type :
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=$ …… ; $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=$ …… ; $1-\frac{1}{4}=$ …… ; $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=$ …… ; $1-\frac{1}{2}=$ …… ; $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=$ …… ;
$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=$…… ; $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=$ …… .
L’élève sait passer de manière automatique d’une écriture fractionnaire à une écriture décimale, et inversement, dans les cas suivants :
$\frac{1}{4}$ = 0,25 ; $\frac{1}{2}$ = 0,5 ; $\frac{3}{4}$ = 0,75 ; $\frac{3}{2}$ = 1,5 ; $\frac{4}{2}$ = 2 ; $\frac{5}{2}$ = 2,5.
Les notions de diviseur et de multiple et les tables de multiplication sont réactivées en vue de leur utilisation dans le calcul sur les fractions (simplification, addition et soustraction).
L’élève sait calculer $\frac{2}{3}$ de 12 œufs, $\frac{3}{4}$ de 10 mètres.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaissances et capacités attendues</td></tr>
<tr><td colspan="2">Le sens quotient d’une fraction</td></tr>
<tr><td>– Relier une fraction au résultat exact de la division de son numérateur par son dénominateur.</td><td>L’élève constate que la fraction $\frac{a}{b}$ est égale au résultat, noté $a \div b$, de la division de l’entier a par l’entier b non nul dans des cas particuliers :
– lorsque a est un multiple de b ;
– lorsque $a \div b$ est un nombre décimal non entier. Par exemple, il sait que $\frac{3}{4} = 0{,}75$ et constate que $3 \div 4 = 0{,}75$ en posant la division décimale de 3 par 4. Il interprète alors la fraction $\frac{3}{4}$ comme le quart de 3.
L’élève apprend que, pour tout entier a et tout entier b non nul, la fraction $\frac{a}{b}$ est le résultat exact de la division de a par b et il note $\frac{a}{b} = a \div b$.
Le cas particulier $b = 1$ est explicité. L’élève sait que $\frac{a}{1} = a \div 1 = a$.</td></tr>
<tr><td>– Comprendre et connaitre le sens quotient d’une fraction.
– Utiliser la notion de quotient pour compléter des égalités à trou multiplicatives.</td><td>L’élève vérifie, sur des exemples génériques, que $b \times \frac{a}{b} = a$.
Pour prouver, par exemple, que $3 \times \frac{4}{3} = 4$, ce qui revient à prouver que $\frac{4}{3}$ est le tiers de 4, plusieurs cheminements sont possibles :
- le report, sur une demi-droite graduée, de trois fois $\frac{4}{3}$;
- le calcul suivant :
$$3 \times \frac{4}{3} = 3 \times \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right) = 3 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{1}{3} = 1+1+1+1 = 4$$</td></tr>
</table>

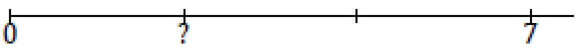
<table>
<tr><td></td><td>- le fait que $\frac{4}{3} = 4 \div 3$ est le résultat exact de la division de 4 par 3, et que la multiplication est l’opération inverse de la division.

La propriété générale est ensuite institutionnalisée sous la forme «La fraction $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b, donne a ». Ce nombre s’appelle le quotient de a par b.

La commutativité du produit d’un entier par une fraction, justifiée par son interprétation comme aire d’un rectangle, permet d’écrire
$$b \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times\ b = a.$$
L’élève utilise la notion de quotient et la propriété de commutativité pour compléter des égalités à trou des types :
$b \times \ldots = a$; $\ldots \times\ b = a$, où a est un entier et b un entier non nul.
Il importe de proposer aux élèves des égalités à trou leur permettant de comprendre que, dans certains cas, l’écriture fractionnaire est la seule manière de représenter le nombre manquant.</td></tr>
<tr><td>– Placer une fraction sur une demi-droite graduée dans des cas simples.

– Graduer un segment de longueur donnée.</td><td>L’élève sait placer la fraction $\frac{a}{b}$ sur une demi-droite dont la graduation est adaptée.

Par exemple, il détermine l’abscisse inconnue sachant que les graduations sont régulièrement espacées.



Selon la graduation souhaitée, l’élève sait effectuer des pliages d’une bande de papier (en 2, 4 ou 8) ou utiliser un guide-âne pour graduer un segment de longueur donnée. Il écrit la valeur de chaque graduation sous forme fractionnaire.</td></tr>
<tr><td>– Savoir que la fraction $\frac{a}{b}$ peut représenter un nombre entier, un nombre décimal non entier ou un nombre non décimal.</td><td>L’élève connait quelques fractions qui représentent des nombres non décimaux.

En lien avec le domaine « Géométrie », il admet que le nombre π ne peut pas s’écrire sous la forme d’une fraction.</td></tr>
<tr><td colspan="2">La fraction comme opérateur multiplicatif
En 6e, l’objectif est de faire opérer une fraction, non seulement sur une quantité ou sur une grandeur comme au cours moyen, mais également sur un nombre entier, ce qui constitue un niveau d’abstraction plus élevé.</td></tr>
</table>

– Utiliser une multiplication pour appliquer une fraction à un nombre entier.	L'élève admet que, pour calculer une fraction d'un nombre entier, on multiplie la fraction par le nombre. Ainsi, pour des valeurs numériques de a, b, c (non nul), il sait que : $\frac{b}{c}$ de $a = \frac{b}{c} \times a = a \times \frac{b}{c} = \frac{b \times a}{c}$. L'élève constate que $\frac{b \times a}{c}$ est aussi égal à $b \times \frac{a}{c}$. Il est fortement encouragé, avant d'effectuer la multiplication $b \times a$, à simplifier la fraction $\frac{a}{c}$, notamment quand c'est un nombre entier comme, par exemple, pour le calcul de $\frac{2}{5}$ de 60. La compréhension du calcul peut s'appuyer sur une verbalisation du type : « $\frac{2}{5}$ de 60, c'est 2 cinquièmes de 60, c'est-à-dire 2 fois un cinquième de 60, c'est-à-dire 2 fois $\frac{60}{5}$; ainsi : $\frac{2}{5}$ de $60 = 2 \times \frac{60}{5} = 2 \times 12 = 24$. »
Comparer des fractions	
– Établir des égalités de fractions.	L'élève sait, par exemple, justifier pourquoi $\frac{7}{3}$ est égal $\frac{14}{6}$, en s'appuyant sur une représentation de chacune de ces fractions ou en comparant leur placement sur deux demi-droites graduées, l'une en tiers et l'autre en sixièmes de la même unité. Le résultat est institutionnalisé sous la forme « Le nombre représenté par une fraction ne change pas quand on multiplie ou quand on divise le numérateur et le dénominateur de celle-ci par un même nombre non nul ». L'élève sait, par exemple, répondre à la question suivante, en justifiant sa réponse : « Parmi les fractions $\frac{4}{7}, \frac{35}{20}, \frac{15}{18}, \frac{70}{40}, \frac{21}{28}$, quelles sont celles qui sont égales à $\frac{7}{4}$? ». L'élève sait compléter des égalités du type : $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{9}$ ou $\frac{4}{7} = \frac{28}{\dots}$. L'automatisation des tables de multiplication est mobilisée à cette occasion.
– Comparer et encadrer des fractions. – Ordonner une liste de nombres écrits sous forme de fractions ou de nombres mixtes.	L'élève sait comparer deux fractions de même dénominateur. L'élève sait comparer deux fractions de même numérateur. Il sait comparer une fraction à 1 de manière automatique et utilise ce moyen pour comparer certaines fractions comme, par exemple, $\frac{7}{8}$ et $\frac{10}{9}$. Il compare certaines fractions à $\frac{1}{2}$ comme, par exemple $\frac{5}{12}$ et $\frac{6}{11}$. L'élève sait encadrer une fraction par deux entiers consécutifs, notamment à l'aide de son écriture sous forme de nombre mixte. Il sait, par exemple, ordonner dans l'ordre croissant une liste de nombres comme : $1, \frac{5}{3}, \frac{7}{6}, \frac{99}{100}, 1 + \frac{1}{3}$.
Effectuer des opérations sur les fractions	
– Additionner et soustraire des fractions. – Multiplier une fraction par un nombre entier.	L'élève sait additionner et soustraire des fractions de même dénominateur ou de dénominateurs multiples l'un de l'autre. Il sait additionner et soustraire des fractions de dénominateurs quelconques dans des cas simples. Par exemple, il sait calculer : $\frac{5}{4} + \frac{2}{3}$; $\frac{7}{2} - \frac{3}{5}$.

	L’élève sait calculer le produit d’une fraction par un nombre entier, et connait sa propriété de commutativité.
– Résoudre des problèmes mettant en jeu des fractions. – Inventer des problèmes mettant en jeu des fractions.	Par exemple, l’élève sait résoudre le problème suivant : « Mia a découpé son gâteau d’anniversaire en parts de différentes tailles. Leïla choisit une part égale au quart du gâteau et Léo choisit une part égale au sixième du gâteau. Quelle fraction du gâteau reste-t-il pour les autres invités ? » Par exemple, l’élève sait inventer un problème dont le résultat correspond au calcul de $\frac{2}{5}+\frac{3}{10}$ suivi de la soustraction de son choix.

<table>
<tr><th colspan="2">Pourcentages</th></tr>
<tr><td>– Comprendre le sens d'un pourcentage.

– Calculer une proportion (rapport entre une partie et le tout) et l'exprimer sous forme de pourcentage dans des cas simples.

– Appliquer un pourcentage à une quantité, à une grandeur ou à un nombre entier.</td><td>L'élève s'appuie sur la verbalisation pour comprendre le sens d'un pourcentage, en lien avec la proportionnalité.
Par exemple, il sait que, si un aliment contient 42% de glucides, alors « pour 100 g » de cet aliment, il y a 42 g de glucides. Il en déduit que 200 g de cet aliment contiennent 84 g de glucides et que 50 g de cet aliment en contiennent 21 g.
L'élève sait calculer une proportion et l'exprimer sous forme de pourcentage dans le cas où le dénominateur est un diviseur ou un multiple de 100.
Il sait, par exemple, calculer le pourcentage de boules blanches dans un sac contenant 2 boules blanches et 8 boules noires et l'exprimer en pourcentage.
Il sait, par exemple, exprimer en pourcentage la proportion d'élèves demi-pensionnaires dans un collège de 400 élèves dont 120 sont demi-pensionnaires.
L'élève sait qu'une proportion est toujours inférieure ou égale à 1.

$a\%$ ayant été défini comme une nouvelle écriture de la fraction $\frac{a}{100}$, l'application d'un pourcentage à un nombre est un cas particulier de l'application d'une fraction à un nombre.
Ainsi, l'élève sait que, pour déterminer $a\%$ d'un nombre entier c, on calcule $\frac{a}{100} \times c$.

Les élèves qui en ont besoin peuvent utiliser, en début d'apprentissage, une échelle de pourcentage pour calculer un pourcentage simple d'une grandeur.
Par exemple, pour calculer 20% de 60 € :
0% 10 % 20 % 30 % 40% 50 % 60 % 70 % 80% 90 % 100%
| 6 € | 6 € | 6 € | 6 € | 6 € | 6 € | 6 € | 6 € | 6 € | 6 € |</td></tr>
<tr><td>Culture générale</td><td>L'élève découvre les contextes historiques (impôt, héritage, cadastre) qui ont conduit à la notion de fraction ainsi que leurs différentes écritures avant l'utilisation de la barre de fraction.
Il comprend pourquoi une fraction a été appelée nombre rompu, nombre cassé ou encore nombre coupé.</td></tr>
</table>

Algèbre

L'objectif de cette sous-partie est de poursuivre l'initiation à la pensée algébrique commencée au cours moyen. L'une des composantes de ce mode de pensée consiste à raisonner sur des nombres sans en connaitre la valeur, soit parce que celle-ci est inconnue, soit parce qu'il s'agit de nombres indéterminés pouvant prendre n'importe quelle valeur. Plusieurs modèles pré-algébriques permettent d'initier les élèves à des notions et à des démarches qui seront formalisées au cycle 4 :

- les schémas en barre, qui permettent de représenter des relations entre des nombres inconnus ;
- la balance, dont l'équilibre entre les plateaux permet de représenter une équation dans laquelle les inconnues sont représentées par des symboles ;
- les motifs évolutifs, qui permettent d'identifier des structures et d'exprimer une relation entre deux éléments consécutifs ou entre le rang d'un élément et une valeur associée.

Les symboles sont progressivement remplacés d'abord par des mots du langage naturel puis, éventuellement, par des lettres. Ce passage à la lettre qui sera un objectif du cycle 4, ne doit pas se faire de manière prématurée et n'est pas un attendu du programme.

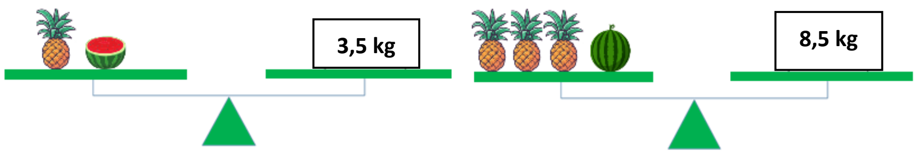
Le mode de pensée algébrique irrigue d'autres domaines ou rubriques du programme à travers l'étude de notions comme les égalités à trou, les formules de périmètres et d'aires, les programmes de calcul et les suites de nombres.

<table>
<tr><th colspan="2">Résoudre des problèmes mettant en jeu des nombres inconnus</th></tr>
<tr><td>– Utiliser des modèles pré-algébriques pour résoudre des problèmes algébriques.</td><td>En utilisant un schéma en barres pour traduire les relations entre les nombres inconnus, l’élève résout des problèmes comme, par exemple, le suivant :

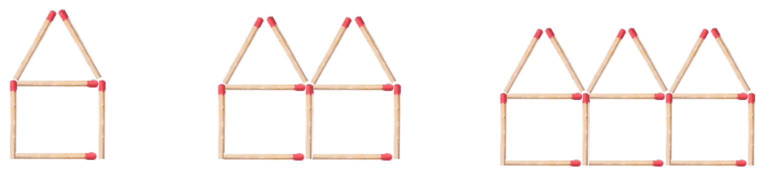
Pour la fête d’un village, on organise une course cycliste. Une prime totale de 320€ sera répartie entre les trois premiers coureurs. Le premier touchera la prime d’or, le deuxième la prime d’argent et le troisième la prime de bronze. La prime d’or s’élève à 70€ de plus que la prime d’argent et la prime de bronze à 80€ de moins que la prime d’argent. Quelle est la prime de chacun des trois premiers coureurs ?

L’élève résout des problèmes comme, par exemple, les deux suivants :

– On a réalisé deux pesées, conformément aux schémas ci-dessous. On suppose que tous les ananas ont la même masse et que toutes les pastèques ont la même masse. Quelle est la masse d’une pastèque ? Quelle est la masse d’un ananas ?



– En utilisant les prix indiqués ci-dessous, déterminer le prix d’une pastèque et celui d’un ananas.

</td></tr>
<tr><td>– Identifier la structure d’un motif évolutif en repérant une régularité et en identifiant une structure.</td><td>L’élève résout des problèmes comme, par exemple, le suivant :
On fabrique des petites maisons avec des allumettes, comme indiqué sur le dessin ci-dessous :

Étape 1 Étape 2 Étape 3

Combien faut-il d’allumettes pour réaliser
- 1 maison
- 4 maisons
- 25 maisons ?

L’élève identifie une relation entre le nombre de maisons et le nombre d’allumettes, par exemple en organisant ses calculs dans un tableau :
<table>
<tr><th>Nombre de maisons</th><th>Nombre d’allumettes</th></tr>
<tr><td>1</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$11 = 6 + 1 \times 5$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$16 = 6 + 2 \times 5$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$16 = 6 + 3 \times 5$</td></tr>
<tr><td>…</td><td></td></tr>
<tr><td>25</td><td>$6 + 24 \times 5 = 126$</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

2. GRANDEURS ET MESURES

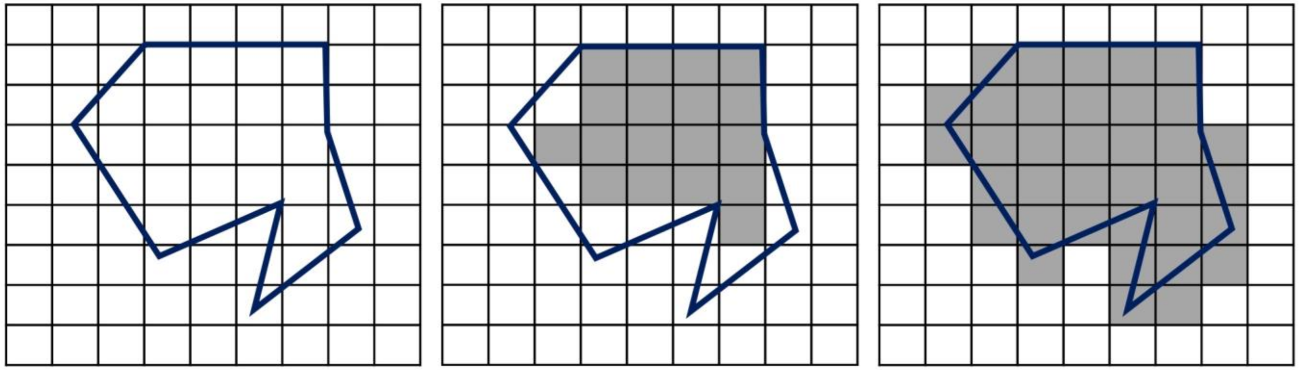
COURS MOYEN PREMIÈRE ANNÉE

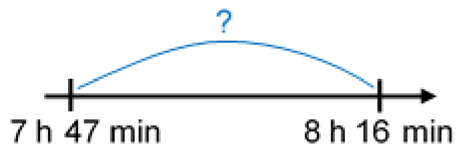
Le travail sur les grandeurs et les mesures est mené dans la continuité de ce qui a été fait au cycle 2.
Les longueurs, les masses et les contenances permettent de nourrir le travail mené sur les fractions et les nombres décimaux. Ces nombres permettent en effet de mesurer des grandeurs quand les entiers ne suffisent plus.
Les connaissances et les savoir-faire sur les mesures de longueur, de masse et de contenance sont réinvestis dans le cadre de l'enseignement de la résolution de problèmes, notamment de ceux qui relèvent de la proportionnalité. L'estimation de longueurs, de masses et de contenances contribue à développer un regard critique sur les résultats obtenus lors de la résolution de problèmes pour valider la vraisemblance des résultats trouvés.
Les connaissances et les savoir-faire sur les longueurs sont également mobilisés en géométrie plane lors de constructions.
Un tableau peut être utilisé pour présenter les différentes unités multiples et sous-multiples du mètre, du gramme ou du litre et leurs relations, par exemple, les unités de masse allant du milligramme à la tonne. Cependant, au cours moyen, les élèves n'utilisent pas de tableaux pour effectuer des conversions ; ils s'appuient explicitement sur les relations connues entre les unités en jeu, comme par exemple : « 3,5 mètres est égal à 350 centimètres, car 1 mètre est égal à 100 centimètres. ». Les tâches de conversion contribuent ainsi à renforcer la compréhension et la maitrise de la numération décimale.
L'aire est introduite au CM1, en suivant la même progressivité que pour les autres grandeurs au cycle 2 : les élèves abordent cette notion en comparant des surfaces selon leur aire sans utiliser de mesures, puis ils apprennent à déterminer des aires en utilisant une unité et un quadrillage.
Il n'est pas attendu de mémorisation de formules de périmètres ou d'aires de figures planes au CM1, l'enseignement privilégiant l'acquisition de leur sens et la détermination de mesures s'appuyant sur des pavages. Cependant, les élèves peuvent établir eux-mêmes des règles de calcul et les utiliser, comme, par exemple, le fait que le périmètre d'un carré est le quadruple de la longueur de l'un de ses côtés.
Au cycle 2, les élèves ont commencé à évoquer les angles dans le cadre de travaux sur les polygones en parlant d'angle droit. Au CM1, le travail sur la grandeur « angle » se généralise en comparant des angles. Au cours moyen, les élèves ne travaillent qu'avec des angles saillants.
Le travail sur le repérage dans le temps et sur les durées s'appuie sur ce qui a été mené au cycle 2 et vise une parfaite compréhension des unités que sont les heures et les minutes et des relations qui les lient. Des problèmes en une ou plusieurs étapes, utilisant des ressources variées, sont proposés régulièrement pour renforcer l'aptitude à effectuer des calculs avec les unités heure et minute.

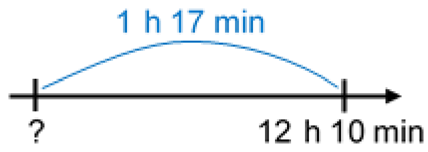
Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
Les longueurs	
– Connaitre et utiliser les unités de longueur du millimètre au kilomètre et les symboles associés. – Connaitre les relations entre les unités de longueur.	L'élève connait les significations des préfixes kilo, hecto, déca, déci, centi et milli, ainsi que les relations entre le mètre, ses multiples et ses sous-multiples, en faisant le lien avec les unités de numération du système décimal. L'élève connait les relations décimales entre deux unités successives, par exemple : 1 dm = 10 cm et 1 cm = $\frac{1}{10}$ dm = 0,1 dm. L'élève sait donner différentes écritures d'une même longueur, par exemple :

– Choisir une unité adaptée pour exprimer une longueur. – Comparer des longueurs.	– 3 cm + 4 mm = 34 mm = 3,4 cm ; – 6 cm = 60 mm = 0,06 m ; – 215 cm = 200 cm + 15 cm = 2 m + 15 cm = 2 m + 1 dm + 5 cm = 2,15 m ; – 1 600 m = 1,6 km ; – $\frac{1}{2}$ km = 0,5 km = 500 m ; – $\frac{3}{4}$ m = 3 × $\frac{1}{4}$ m = 3 × 25 cm = 75 cm. L'élève sait convertir en mètre une longueur donnée dans une autre unité, multiple ou sous-multiple du mètre, par exemple, 12,3 hm ou 41 cm. Réciproquement, l'élève sait convertir dans une unité donnée une longueur exprimée en mètre. L'élève sait ranger dans l'ordre croissant quatre longueurs dont les mesures sont données dans des unités différentes, par exemple 33 m ; 56,8 cm ; 0,2 km et 2,7 dam. Il sait utiliser cette procédure pour comparer des périmètres. L'élève sait calculer la somme ou la différence de deux longueurs qui ne sont pas données dans la même unité, par exemple 8,2 m + 0,43 dam.
– Disposer de quelques longueurs de référence. – Estimer la longueur d'un objet ou d'une distance.	L'élève connait quelques longueurs d'objets familiers et quelques distances qu'il utilise comme références pour estimer d'autres longueurs ou distances. Par exemple, l'élève peut savoir que la distance entre Paris et Lyon est d'environ 400 km à vol d'oiseau ou que la distance du nord au sud de l'Hexagone est de l'ordre de 1 000 km et peut s'appuyer sur ces connaissances pour estimer la distance entre deux autres villes métropolitaines.
– Savoir ce qu'est le périmètre d'une figure plane. – Déterminer le périmètre d'un polygone en utilisant une règle graduée. – Résoudre des problèmes mettant en jeu les longueurs des côtés d'un polygone et son périmètre.	L'élève sait que le périmètre d'une figure plane est la longueur de son contour et que, pour un polygone, c'est la somme des longueurs de ses côtés. L'élève sait reporter au compas les longueurs des côtés d'un polygone sur une droite afin d'obtenir un segment dont la longueur est égale au périmètre du polygone. L'élève sait calculer le périmètre de polygones dont les longueurs des côtés sont à déterminer au préalable par mesurage avec un instrument adapté ou sont fournies sur une figure ou dans un énoncé. Dans le cas du carré et du rectangle, aucune formule n'est enseignée, mais l'élève sait qu'il n'est pas nécessaire de mesurer la longueur de chacun des côtés pour déterminer le périmètre de la figure. L'élève sait résoudre des problèmes mobilisant des périmètres, comme, par exemple, construire un rectangle ABCD dont le côté [AB] a pour longueur 8 cm et dont le périmètre est 27 cm.
Les masses	
– Connaitre et utiliser les unités de masse du milligramme au kilogramme, le quintal et la tonne, et les symboles associés.	L'élève connait les significations des préfixes kilo, hecto, déca, déci, centi et milli et les relations entre le gramme, ses multiples et ses sous-multiples, en faisant le lien avec les unités de numération du système décimal. L'élève connait les relations décimales entre deux unités successives, par exemple : 1 kg = 10 hg et 1 hg = $\frac{1}{10}$ kg = 0,1 kg. L'élève connait les relations entre le quintal, la tonne et le kilogramme.

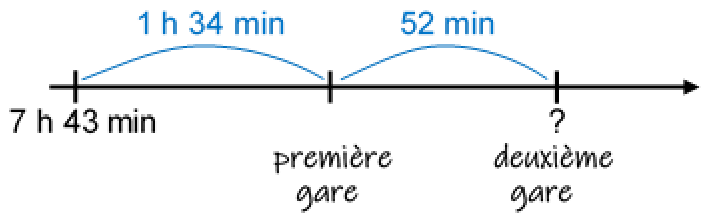
– Connaitre les relations entre les unités de masse. – Choisir une unité adaptée pour exprimer une masse. – Comparer des masses.	L'élève sait donner différentes écritures d'une même masse, par exemple : – 3 g + 5 cg = 305 cg = 3,05 g ; – 6,2 t = 6 200 kg = 62 q ; – 2 100 mg = 2 000 mg + 100 mg = 2 g + 1 dg = 2,1 g ; – $\frac{1}{2}$ t = 0,5 t = 500 kg ; – $\frac{1}{4}$ kg = 0,25 kg = 250 g. L'élève sait convertir en gramme une masse donnée dans une autre unité, multiple ou sous-multiple du gramme, par exemple, 12,3 dag ou 41 dg. Réciproquement, l'élève sait convertir dans une unité donnée une masse exprimée en gramme. L'élève sait ranger dans l'ordre croissant trois masses dont les mesures sont données dans des unités différentes, par exemple 0,33 t ; 7,2 q et 565 kg. L'élève sait calculer la somme ou la différence de deux masses qui ne sont pas données dans la même unité, par exemple, 8,2 kg + 840 g.
– Disposer de quelques masses de référence. – Estimer la masse d'un objet.	L'élève connait la masse de quelques objets familiers qu'il utilise comme références pour estimer d'autres masses.
Les contenances	
– Connaitre et utiliser les unités de contenance du millilitre à l'hectolitre et les symboles associés. – Connaitre les relations entre les unités de contenance. – Choisir une unité adaptée pour exprimer une contenance. – Comparer des contenances.	L'élève sait identifier l'objet ayant la plus grande (ou la plus petite) contenance parmi deux ou trois récipients, par des transvasements. L'élève sait utiliser un verre gradué pour mesurer un volume de liquide ou préparer un liquide de volume donné. L'élève sait estimer la contenance d'un récipient de la vie courante : verre, bouteille, arrosoir. L'élève connait les significations des préfixes hecto, déca, déci, centi, milli et les relations entre le litre, ses multiples et ses sous-multiples, en faisant le lien avec les unités de numération du système décimal. L'élève connait les relations décimales entre deux unités successives, par exemple : 1 cL = 10 mL et 1 mL = $\frac{1}{10}$ cL = 0,1 cL. L'élève sait convertir en litre une contenance donnée dans une autre unité, par exemple, 23 dL, et, réciproquement, il sait convertir, dans une unité donnée, une contenance exprimée en litre, par exemple, exprimer 6,4 L en centilitre. L'élève sait ranger par ordre croissant jusqu'à quatre contenances (contenances éventuellement données dans des unités différentes allant du millilitre à l'hectolitre). L'élève sait calculer la somme ou la différence de deux contenances qui ne sont pas données dans la même unité en exprimant le résultat avec une seule unité, comme par exemple 1 L – 25 cL.
Les aires	

– Comparer les aires de différentes figures planes.	L’élève sait comparer des aires sans avoir recours à la mesure, de façon perceptive lorsqu’elles sont clairement distinctes, par superposition ou par découpage et recollement de surfaces lorsque cela est nécessaire.
– Déterminer des aires.	L’élève sait déterminer l’aire d’une surface à partir d’un pavage simple dans une unité fournie (carreau d’un quadrillage). L’élève sait déterminer l’aire d’une surface composée de carreaux entiers et de demi-carreaux. L’élève sait encadrer l’aire d’une surface quelconque en s’appuyant sur un quadrillage. Par exemple, il sait dire que l’aire de la figure ci-dessous est comprise entre 18 carreaux et 36 carreaux en comptant les carreaux complets à l’intérieur de la surface et les carreaux complets permettant de recouvrir toute la surface.  L’élève sait différencier le périmètre et l’aire d’une figure. Il sait, par exemple, que deux figures peuvent avoir la même aire, mais des périmètres différents.
– Connaitre et utiliser les centimètres carrés pour exprimer des aires.	L’élève sait que le centimètre carré est une unité d’aire conventionnelle et que 1 cm² est l’aire d’un carré de 1 cm de côté. En utilisant un quadrillage avec des carreaux d’un centimètre carré, l’élève sait déterminer l’aire d’une surface composée de carreaux entiers et de demi-carreaux.
Les angles	
– Utiliser le lexique spécifique associé aux angles. – Comprendre et utiliser les notations des angles.	L’élève connait et utilise le lexique associé aux angles : sommet de l’angle, côtés de l’angle, angle droit, angle aigu, angle obtus. L’élève sait désigner un angle par une lettre minuscule, par exemple « l’angle $\hat{a}$ », ou par trois lettres majuscules, par exemple « l’angle $\widehat{ABC}$ », lorsque l’angle est défini par trois points, le point B étant le sommet de l’angle et les demi-droites $[BA)$ et $[BC)$ étant les côtés de l’angle, ou encore par une lettre majuscule correspondant au sommet de l’angle, « l’angle $\hat{A}$ », lorsqu’il n’y a pas d’ambiguïté.
– Comparer des angles.	Quand il n’y a aucun doute, l’élève sait dire qu’un angle donné n’est pas droit, est aigu ou est obtus, sans utiliser de matériel. Quand il n’y a aucun doute, l’élève sait dire qu’un angle donné est plus grand qu’un autre, sans utiliser de matériel. L’élève sait utiliser une équerre pour dire si un angle est aigu, droit ou obtus.

	L'élève sait comparer des angles en utilisant ou en fabriquant un gabarit correspondant à un angle donné. L'élève sait que la longueur des côtés n'intervient pas dans la comparaison des angles, et en particulier qu'on ne modifie pas un angle en prolongeant ses côtés.
Le repérage dans le temps et les durées	
– Lire l'heure sur une horloge à aiguilles. – Positionner les aiguilles d'une horloge correspondant à une heure donnée en heure et minute.	L'élève identifie les aiguilles d'une horloge : « petite aiguille » et « grande aiguille ». L'élève lit l'heure sur un cadran à aiguilles ou sur un affichage digital (heure et minute). L'élève sait placer les aiguilles pour qu'une horloge indique une heure donnée comme 9 h 25 min.
– Comparer et mesurer des durées écoulées entre deux instants affichés sur une horloge (instants et durées sont exprimés en heure et minute).	L'élève connait les unités de mesure de durée usuelles et leurs relations : jour, heure et minute. L'élève sait qu'une demi-heure est égale à 30 minutes, qu'un quart d'heure est égal à 15 minutes et que trois-quarts d'heure est égal à 45 minutes. L'élève sait, par exemple, calculer le nombre de minutes qu'il y a dans « trois jours, deux heures et vingt-sept minutes ». L'élève sait, par exemple, déterminer la durée qui s'écoule entre 8 h 52 min et 11 h 37 min.
– Résoudre des problèmes à une ou deux étapes impliquant des durées.	L'élève sait résoudre des problèmes en une ou deux étapes, en exploitant des ressources variées (horaires de transport, horaires de marées, programmes de cinéma ou de télévision, etc.). L'élève sait utiliser un axe chronologiquement orienté pour positionner des instants ou représenter une durée, exprimés en heure et minute. L'élève effectue les calculs mentalement, en introduisant si besoin des étapes et des instants intermédiaires ; aucune connaissance d'un algorithme posé en base soixante n'est attendue. – Ismaël est sorti de chez lui à 7 h 47 min. Il est arrivé sur son lieu de travail 8 h 16 min Combien de temps Ismaël a-t-il mis pour se rendre à son travail ?  – Lucie a mis 1 h 17 min pour parcourir la première étape d'une course cycliste. Elle a franchi la ligne d'arrivée à 12 h 10 min. À quelle heure est-elle partie ?



- Le train est parti à 7 h 43. Il a mis 1 heure et 34 minutes pour arriver à la première gare et il est arrivé à la deuxième gare 52 minutes plus tard.
  À quelle heure le train est-il arrivé dans la deuxième gare ?



COURS MOYEN DEUXIÈME ANNÉE

Au CM2, les connaissances des grandeurs rencontrées précédemment (longueur, masse, contenance, durée, prix et aire) se renforcent progressivement. Cela s’opère principalement dans le cadre de la résolution de problèmes, mais également grâce à des exercices plus courts, qui peuvent être effectués à l’oral. Le travail mené contribue à donner du sens aux unités de mesure rencontrées, notamment à travers des estimations de mesures pour des objets manipulés, mais aussi pour des éléments non manipulables (distance entre deux villes, durée d’un film, volume d’eau d’une piscine, etc.).

Le travail sur la proportionnalité est aussi une occasion de renforcer les connaissances des élèves sur les grandeurs et leurs mesures.

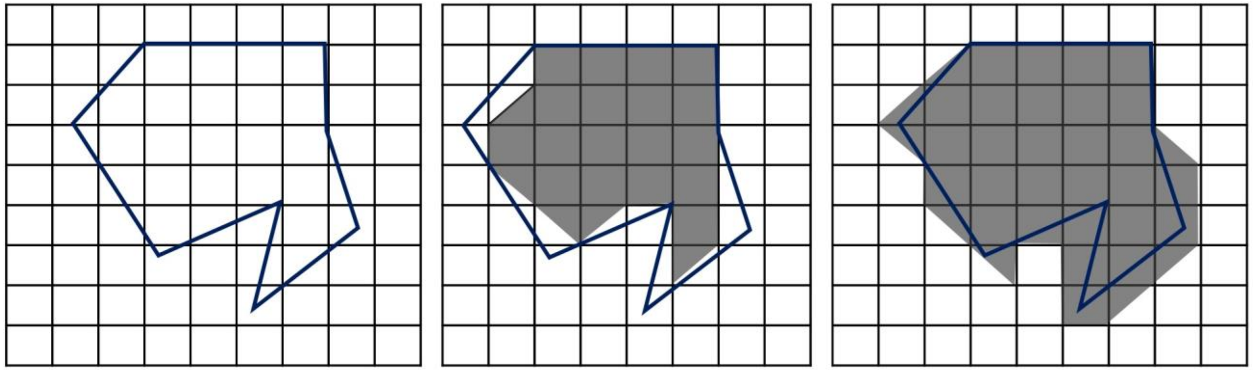
Un tableau peut être utilisé pour présenter les différentes unités multiples et sous-multiples du mètre, du gramme ou du litre et leurs relations, par exemple, les unités de masse allant du milligramme à la tonne. Cependant, au cours moyen, les élèves n’utilisent pas de tableaux pour effectuer des conversions ; ils s’appuient explicitement sur les relations connues entre les unités en jeu, comme par exemple : « 3,5 mètres est égal à 350 centimètres, car 1 mètre est égal à 100 centimètres. ». Les tâches de conversion contribuent ainsi à renforcer la compréhension et la maitrise de la numération décimale.

Il n’est pas attendu de mémorisation de formules de périmètres de figures planes au CM2, l’enseignement privilégiant l’acquisition du sens. Cependant, les élèves peuvent établir eux-mêmes des règles de calcul et les utiliser, comme, par exemple, le fait que le périmètre d’un carré est le quadruple de la longueur de l’un de ses côtés.

Le travail sur les angles, amorcé au CM1, se poursuit au CM2. L’unité degré est introduite à partir de la mesure de l’angle droit. L’utilisation d’un instrument de mesure des angles (rapporteur) ne relève pas du CM2 et sera introduite au collège. Au cours moyen, les élèves ne travaillent qu’avec des angles saillants.

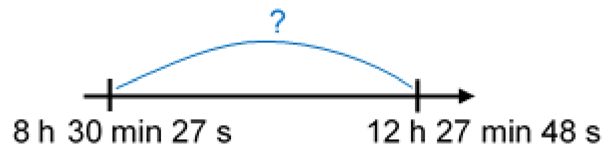
Au CM2, la compréhension du système sexagésimal (base soixante) utilisé pour les unités de durée s’étend avec l’introduction des secondes. Les unités de durée sont régulièrement utilisées dans divers cadres (EPS, travail sur la fluence en lecture ou en calcul, sciences, etc.). Des problèmes en une ou plusieurs étapes, utilisant des ressources variées, sont proposés régulièrement pour renforcer l’aptitude à effectuer des calculs avec les unités heure, minute et seconde.

Objectifs d’apprentissage	Exemples de réussite
Les aires	
– Comparer les aires de différentes figures planes. – Déterminer des aires.	L’élève sait déterminer l’aire d’une surface à partir d’un pavage simple dans une unité fournie (carreau d’un quadrillage). L’élève sait déterminer l’aire d’une surface composée de carreaux entiers et de demi-carreaux. L’élève sait encadrer l’aire d’une surface quelconque en s’appuyant sur un quadrillage et en utilisant des demi-carreaux si nécessaire. Par exemple, il sait dire, au moins, que l’aire de la figure ci-dessous est comprise entre 20,5 carreaux et 32 carreaux en comptant les carreaux complets et les demi-carreaux situés à l’intérieur de la surface et les carreaux complets et les demi-carreaux permettant de recouvrir toute la surface.

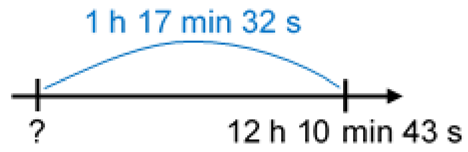
	 L’élève sait différencier le périmètre et l’aire d’une figure. Il sait qu’une figure A peut avoir une aire plus grande qu’une figure B, alors que le périmètre de la figure A est plus petit que celui de la figure B.
– Connaitre et utiliser les unités centimètre carré, décimètre carré et mètre carré pour exprimer des aires. – Convertir des aires entre différentes unités.	L’élève sait que 1 cm^2 est l’aire d’un carré de 1 cm de côté. Dans des cas simples, l’élève sait déterminer l’aire d’une surface à en s’appuyant sur un quadrillage composé de carreaux dont les côtés mesurent 1 cm. L’élève sait justifier les égalités 1 m^2 = 100 dm^2 et 1 dm^2 = 100 cm^2, en s’appuyant, par exemple, sur le découpage d’un carré de côtés mesurant 1 m en cent carrés de 1 dm^2. L’élève sait convertir 3,7 dm^2 en centimètre carré en s’appuyant sur l’égalité 1 dm^2 = 100 cm^2.
– Déterminer l’aire d’un carré ou d’un rectangle.	L’élève sait déterminer l’aire d’un carré ou d’un rectangle dont les mesures des longueurs des côtés, exprimées en centimètre, sont des nombres entiers. Il sait justifier sa réponse en s’appuyant sur un pavage de la figure en carrés de côté 1 cm. L’élève connait et utilise la formule de l’aire pour un carré et celle de l’aire pour un rectangle.
Les angles	
– Utiliser le lexique spécifique associé aux angles. – Comprendre et utiliser les notations des angles.	L’élève comprend et utilise le lexique associé aux angles : sommet de l’angle, côtés de l’angle, angle droit, angle aigu et angle obtus. L’élève sait désigner un angle par une lettre minuscule, par exemple « l’angle $\hat{a}$ », ou par trois lettres majuscules, par exemple « l’angle $\widehat{ABC}$ », lorsque l’angle est défini par trois points, le point B étant le sommet de l’angle et les demi-droites $[BA)$ et $[BC)$ étant les côtés de l’angle, ou encore par une lettre majuscule correspondant au sommet de l’angle, « l’angle $\hat{A}$ », lorsqu’il n’y a pas d’ambiguïté.
– Comparer des angles	Quand il n’y a aucun doute, l’élève sait dire qu’un angle donné n’est pas droit, est aigu ou est obtus, sans utiliser de matériel. Quand il n’y a aucun doute, l’élève sait dire qu’un angle donné est plus grand qu’un autre, sans utiliser de matériel. L’élève sait utiliser une équerre pour dire si un angle est aigu, droit ou obtus.

	L'élève sait comparer des angles en utilisant ou en fabriquant un gabarit correspondant à un angle pour effectuer une comparaison avec le ou les autres angles. L'élève sait qu'on ne change pas la grandeur d'un angle en prolongeant ses côtés.
– Construire un angle égal à la somme de deux angles donnés ou un angle multiple d'un angle donné. – Construire par pliage la moitié d'un angle donné.	L'élève sait construire l'angle $\hat{c}$ à partir des angles $\hat{a}$ et $\hat{b}$ tel que $\hat{c} = \hat{a} + \hat{b}$ en utilisant des gabarits. L'élève sait construire un angle deux ou trois fois plus grand qu'un angle donné en utilisant un gabarit. L'élève sait construire un angle deux fois plus petit qu'un angle donné en pliant la feuille.
– Savoir qu'un angle droit mesure 90°.	L'élève sait qu'une unité conventionnelle de mesure d'angle est le degré. Il sait que l'angle droit mesure 90°. L'élève comprend qu'en construisant un angle deux fois plus petit qu'un angle droit, il obtient un angle mesurant 45°. L'élève peut réinvestir sa connaissance de la mesure en degré de l'angle droit en utilisant l'instruction « tourner vers la gauche de 90° » lors de la programmation du déplacement d'un robot ou du déplacement d'un lutin sur un écran avec un logiciel de programmation par blocs comme Scratch.
Le repérage dans le temps et les durées	
– Lire l'heure sur une horloge à aiguilles. – Positionner les aiguilles d'une horloge correspondant à une heure donnée en heure, minute et seconde.	L'élève identifie les aiguilles d'une horloge : « petite aiguille », « grande aiguille » et « trotteuse ». L'élève lit l'heure sur un cadran à aiguilles ou sur un affichage digital (heures, minutes et secondes). L'élève sait placer les aiguilles pour qu'une horloge indique une heure donnée.
– Comparer et mesurer des durées écoulées entre deux instants affichés sur une horloge (instants et durées sont exprimés en heure, minute et seconde).	L'élève sait déterminer la durée qui s'écoule entre 8 h 52 min 27 s et 11 h 37 min 18 s.
– Résoudre des problèmes à une ou plusieurs étapes impliquant des durées.	L'élève connait les unités de mesure de durées usuelles et leurs relations : jour, heure, minute et seconde. L'élève sait, par exemple, déterminer le nombre de secondes qu'il y a dans deux heures et vingt minutes. L'élève sait résoudre des problèmes en une ou deux étapes, en exploitant des ressources variées (horaires de transport, horaires de marées, programmes de cinéma ou de télévision, etc.). L'élève sait utiliser un axe chronologiquement orienté pour positionner des instants ou représenter une durée, exprimés en heures, minutes et secondes. L'élève effectue les calculs mentalement, en introduisant si besoin des étapes et des instants intermédiaires ; aucune connaissance d'un algorithme posé en base soixante n'est attendue.

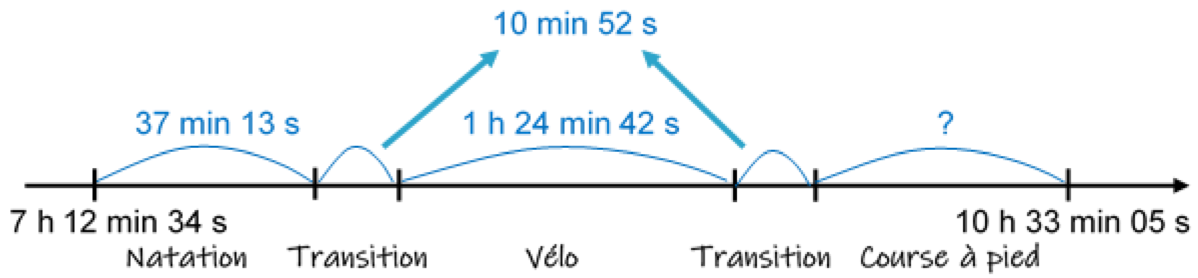
- Lors d'un marathon, Anaïs est partie à 8 h 30 min 27 s. Elle a franchi la ligne d'arrivée à 12 h 27 min 48 s Combien de temps Anaïs a-t-elle mis pour parcourir ce marathon ?



- Lucie a mis 1 h 17 min 32 s pour parcourir la première étape d'une course cycliste. Elle a franchi la ligne d'arrivée à 12 h 10 min 43 s. À quelle heure a-t-elle commencé cette étape ?



- Un triathlon est constitué de la façon suivante : 1,5 km de natation, 40 km de cyclisme et 10 km de course à pied.
  Karnish s'est élancé à 7 h 12 min 34 s pour son triathlon. Il a mis 37 min 13 s pour la partie de natation, 1 h 24 min 42 s pour la course cycliste et 10 min 52 s pour les transitions entre chaque épreuve. Il a franchi la ligne d'arrivée à 10 h 33 min 5 s.
  Combien de temps Karnish a-t-il mis pour parcourir les 10 km de course à pied ?



CLASSE DE SIXIÈME

En classe de 6e, l'élève consolide ses connaissances du cours moyen sur les grandeurs et les mesures à travers l'automatisation de certains résultats et la résolution de problèmes. Ce domaine permet d'établir des liens avec les notions figurant dans les champs « Géométrie », « Nombres et calculs » et « Proportionnalité ».

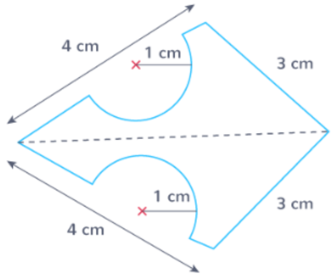
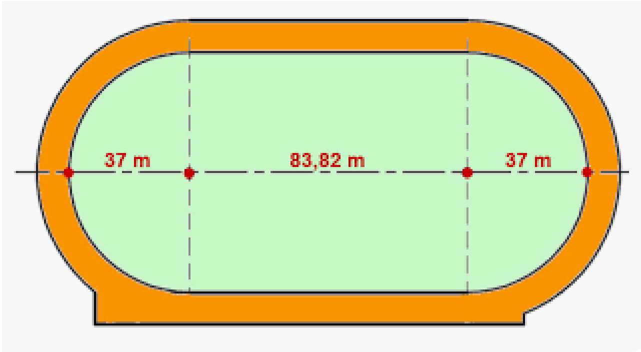
L'élève apprend à calculer le périmètre d'un disque (également désigné comme périmètre d'un cercle par abus de langage) et à effectuer des conversions d'unités d'aire. Les formules du périmètre d'un carré, d'un rectangle, d'un disque et celles de l'aire d'un carré ou d'un rectangle s'installent progressivement. Ces formules constituent une première sensibilisation au calcul littéral. L'élève substitue une valeur numérique à une lettre pour calculer, en situation, un périmètre ou une aire.

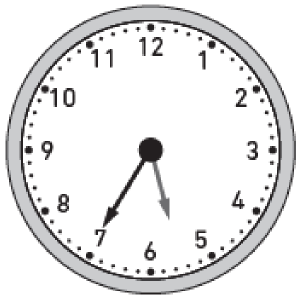
Il découvre l'unité de volume cm^3. En lien avec les problèmes de dénombrement d'assemblages de cubes, il détermine des volumes.

Le travail sur les mesures d'angle est intégré au champ « Géométrie », dans lequel on traite simultanément l'objet géométrique « angle » et la mesure de la grandeur « angle ».

Concernant les durées, les élèves résolvent des problèmes mobilisant des conversions entre le système décimal et le système sexagésimal.

Objectifs d'apprentissage	**Commentaires et exemples de réussite**
Les longueurs	
Automatismes	L'élève connait les significations des préfixes allant du kilo au milli, ainsi que les relations entre le mètre, ses multiples et ses sous-multiples, et fait le lien avec les unités de numération du système décimal. L'élève connait les relations entre deux unités successives du système décimal, par exemple : 1 dm = 10 cm et 1 cm = $\frac{1}{10}$ dm = 0,1 dm. L'élève sait convertir en mètre une longueur donnée dans une autre unité, multiple ou sous-multiple du mètre. Inversement, l'élève sait convertir dans une unité donnée une longueur exprimée en mètre. L'élève sait utiliser le compas comme outil de report de longueurs. Il sait que le périmètre d'une figure plane est la longueur de son contour. L'élève sait calculer le périmètre d'un carré et d'un rectangle.
Connaissances et capacités attendues	
– Savoir que le périmètre du cercle est proportionnel à son diamètre. – Connaitre la formule du périmètre d'un cercle.	L'élève admet que, pour tous les cercles, le rapport entre leur périmètre et leur diamètre est un nombre constant noté π. Le professeur indique que le nombre π n'est pas un nombre décimal, et qu'il ne peut pas, non plus, s'écrire sous forme de fraction. L'élève procède à des mesures expérimentales pour déterminer des valeurs décimales approchées du nombre π. Il sait que 3,14 en est l'arrondi au centième.
– Calculer le périmètre d'un cercle.	Après plusieurs calculs en situation au cours desquels il verbalise en langage naturel « le périmètre d'un cercle est égal au produit du nombre π par le diamètre du cercle », l'élève écrit et apprend les formules $\mathrm{P} = \pi \times \mathrm{D}$; $\mathrm{P} = 2 \times \pi \times \mathrm{R}$, où D est le diamètre du cercle, R son rayon et P son périmètre. Dans les formules, l'élève substitue à la lettre D ou à la lettre R une longueur pour calculer le périmètre d'un cercle donné.
– Calculer des périmètres de figures composées.	L'élève calcule le périmètre de figures dont le contour contient des cercles ou des portions de cercles comme, par exemple :

– Résoudre des problèmes impliquant des longueurs.	 Par exemple, l'élève détermine si la piste représentée ci-dessous par la bande orange sera homologuée, sachant qu'un tour complet intérieur doit mesurer au moins 400 m et ne pas dépasser 402,3 m. 
Les aires	
Automatismes	L'élève sait comparer des aires sans avoir recours à la mesure, par superposition ou par découpage et recollement de surfaces. L'élève sait que 1 cm² est l'aire d'un carré de 1 cm de côté, que 1 m² est l'aire d'un carré de 1 m de côté, que 1 dm² est l'aire d'un carré de 1 dm de côté. Dans des cas simples, l'élève sait déterminer l'aire d'une surface en s'appuyant sur un quadrillage composé de carreaux dont les côtés mesurent 1 cm. L'élève sait que : $1\ \text{m}^2 = 1\text{m} \times 1\text{m} = 10\text{dm} \times 10\text{dm} = 10 \times 10\ \text{dm}^2 = 100\ \text{dm}^2$; $1\ \text{dm}^2 = 1\text{dm} \times 1\text{dm} = 10\text{cm} \times 10\text{cm} = 10 \times 10\ \text{cm}^2 = 100\ \text{cm}^2$. L'élève mémorise que 1 cm² est égal à un centième de 1 dm², qu'il écrit $1\ \text{cm}^2 = \frac{1}{100}\ \text{dm}^2$ ou $1\ \text{cm}^2 = 0{,}01\ \text{dm}^2$. L'élève mémorise que 1 dm² est égal à un centième de 1 m², qu'il écrit $1\ \text{dm}^2 = \frac{1}{100}\ \text{m}^2$ ou $1\ \text{dm}^2 = 0{,}01\ \text{m}^2$.
Connaissances et capacités attendues	
– Effectuer des conversions d'aire.	L'élève convertit en m^2 (resp. en dm^2) une aire donnée en dm^2 (resp. en cm^2) et inversement. Par exemple, l'élève convertit 3,7 m^2 en dm^2 en s'appuyant sur l'égalité $1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2$. Il convertit 370 cm^2 en dm^2, en verbalisant que la mesure en dm^2 est 100 fois plus petite que la mesure en cm^2, ou que 1 cm^2 est le centième de 1 dm^2. Le recours à un tableau de conversion est déconseillé à ce stade de l'apprentissage. Les autres conversions d'aire ne figurent pas au programme.
– Connaitre la formule de l'aire d'un carré ou d'un rectangle.	L'élève verbalise la formule de l'aire d'un carré sous la forme « l'aire d'un carré est égal au produit de son côté par son côté ». Il l'écrit sous la forme « aire = côté × côté » avant de la formaliser sous la forme littérale $A = c \times c$.

<table>
<tr><td>– Calculer l’aire d’un carré ou d’un rectangle.</td><td>Il adopte une démarche similaire pour l’aire du rectangle.
L’élève substitue aux lettres des longueurs pour calculer l’aire d’un carré ou celle d’un rectangle.
Le calcul numérique de l’aire d’un rectangle est exploité pour illustrer la commutativité de la multiplication entre deux nombres décimaux et entre un nombre entier et une fraction.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Les volumes</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaissances et capacités attendues</td></tr>
<tr><td>– Connaitre l’unité centimètre cube.</td><td>L’élève apprend que le centimètre cube est une unité de volume notée cm^3 et que 1 cm^3 est le volume d’un cube d’arête 1 cm.</td></tr>
<tr><td>– Comparer des volumes.
– Déterminer un volume.</td><td>L’élève compare le volume de deux solides constitués d’assemblages de cubes identiques.
L’élève détermine le volume d’un assemblage de cubes d’arête 1 cm.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Le repérage dans le temps et les durées</td></tr>
<tr><td>Automatismes</td><td>L’élève lit l’heure sur un cadran à aiguilles ou sur un affichage digital (heures, minutes et secondes).
L’élève place les aiguilles pour qu’une horloge indique une heure donnée.
L’élève connait les unités de mesure de durées jour, heure, minute et seconde et les relations qui les lient.
L’élève sait combien de jours il y a dans une année (bissextile ou non), combien d’années il y a dans un siècle, dans un millénaire.
L’élève sait qu’une demi-heure c’est 30 minutes ; qu’un quart d’heure c’est 15 minutes ; que trois-quarts d’heure, c’est 45 minutes.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaissances et capacités attendues</td></tr>
<tr><td>– Effectuer des calculs sur des horaires et des durées.</td><td>Les instants et les durées sont exprimés en jours, heures, minutes et secondes.
L’élève détermine un instant initial, un instant final ou une durée, sur des exemples de la vie courante.
Par exemple, il sait calculer l’heure de fin d’une séance de cinéma qui commence à 17 h 40 et qui dure 110 minutes ; il sait calculer la durée hebdomadaire de ses cours et l’exprimer en heures et minutes.</td></tr>
<tr><td>– Résoudre des problèmes impliquant des horaires, des durées.</td><td>Par exemple, l’élève résout un problème du type :
D’après les informations ci-dessous :
- quel est le numéro du prochain bus ?
- dans combien de temps arrivera-t-il ?
- un ami te prévient qu’il te rejoindra dans 12 minutes. Pourrez-vous prendre ensemble le bus 303 ?
<table>
<tr><th>Bus</th><th>Heure de départ</th></tr>
<tr><td>70</td><td>17 h 30</td></tr>
<tr><td>179</td><td>17 h 25</td></tr>
<tr><td>185</td><td>17 h 54</td></tr>
<tr><td>303</td><td>17 h 42</td></tr>
<tr><td>321</td><td>17 h 50</td></tr>
<tr><td>325</td><td>17 h 24</td></tr>
</table>


</td></tr>
</table>

– Convertir des durées.	L'élève sait répondre à des questions du type : « Combien font 609 h en semaines, jours et heures ? » ; « Combien font 34 990 s en heures, minutes et secondes ? » ; « Est-il plus long d'emprunter de l'argent à la banque sur 76 mois ou sur 5 ans ? ». L'élève sait que : $0{,}5\ \mathrm{h} = \frac{1}{2}\ \mathrm{h} = 30\ \mathrm{min}$; $0{,}25\ \mathrm{h} = \frac{1}{4}\ \mathrm{h} = 15\ \mathrm{min}$; $0{,}75\ \mathrm{h} = \frac{3}{4}\ \mathrm{h} = 45\ \mathrm{min}$; $0{,}1\ \mathrm{h} = \frac{1}{10}\mathrm{h} = 6\ \mathrm{min}$. L'élève connait les écritures sexagésimale et décimale d'une durée. Dans le cadre de la résolution de problèmes, il passe de l'une à l'autre.
Culture générale	L'élève découvre l'histoire et le fonctionnement de différents types de calendriers, solaires, lunaires ou luni-solaires. Il comprend le lien entre les calendriers julien et grégorien et les différentes approximations de la valeur de l'année tropique. Selon ses intérêts et ses besoins, l'élève peut également s'interroger sur les moyens de partager le temps, découvrir les clepsydres (horloges à eau) ou d'autres instruments historiques et interculturels (grecs, arabes, chinois).

3. ESPACE ET GÉOMÉTRIE

COURS MOYEN PREMIÈRE ANNÉE

La géométrie plane

Dans la continuité des apprentissages du cycle 2, l'acquisition des connaissances sur les figures de référence et sur les relations géométriques se poursuit lors de descriptions, de constructions et de résolutions de problèmes.

Il est particulièrement important que le professeur s'exprime dans un langage précis utilisant le vocabulaire géométrique approprié et qu'il encourage les élèves à se l'approprier et, progressivement, à l'utiliser. Ce vocabulaire prend son sens grâce aux constructions et aux problèmes proposés.

Si l'enseignant utilise de manière rigoureuse les notations usuelles avec des parenthèses pour la droite (AB), des crochets pour le segment [AB] et aucune parenthèse pour la longueur AB, aucune connaissance de ces conventions n'est exigible pour les élèves : les consignes explicitent donc systématiquement les symboles utilisés, par exemple, il ne sera pas demandé aux élèves de « tracer [AB] », mais de « tracer le segment [AB] ».

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Utiliser le vocabulaire géométrique approprié. – Utiliser les outils géométriques usuels : règle, règle graduée, équerre et compas. – Connaitre les codes usuels utilisés en géométrie.	Dans le cadre des activités géométriques menées et de la résolution de problèmes, l'élève utilise à bon escient le vocabulaire géométrique usuel : – point, droite, segment, demi-droite, milieu d'un segment ; – droites sécantes ; – angle droit, angle aigu, angle obtus. L'élève connait et utilise les codes apposés sur une figure pour indiquer des angles droits ou des longueurs égales.
– Décrire et reconnaitre un cercle et un disque comme un ensemble de points caractérisés par leur distance à un point donné.	Dans le cadre des activités géométriques menées et de la résolution de problèmes, l'élève utilise à bon escient le vocabulaire usuel relatif au cercle et au disque : disque, cercle, centre, rayon, diamètre, corde et arc de cercle. L'élève sait que le cercle de centre A passant par le point B est l'ensemble des points situés à la même distance de A que B. L'élève sait que le disque de centre A et de rayon 4 cm est l'ensemble des points situés à 4 cm au plus, du point A.
– Reconnaitre et utiliser la notion de perpendicularité.	L'élève sait que deux droites qui se coupent en formant un angle droit s'appellent des droites perpendiculaires. Il sait que deux droites perpendiculaires se coupent en formant quatre angles droits. L'élève sait dire que deux droites ne sont pas perpendiculaires, sans utiliser d'équerre, lorsqu'il n'y a aucun doute. L'élève sait dire si deux droites sont perpendiculaires ou non en utilisant une équerre afin de vérifier si elles se coupent en formant un angle droit.

	L'élève sait utiliser une équerre pour tracer la droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné.
– Reconnaitre et utiliser la notion de parallélisme.	Dans le cadre des activités géométriques menées et de la résolution de problèmes, l'élève utilise à bon escient le vocabulaire « droites sécantes » et « droites parallèles ». L'élève sait que deux droites sont parallèles si elles ne se coupent pas. Il sait que deux droites sont soit parallèles, soit sécantes. L'élève sait dire que deux droites ne sont pas parallèles quand elles sont clairement sécantes, même si leur point d'intersection ne se situe pas sur la feuille où elles sont tracées. L'élève sait que, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors ces deux droites sont parallèles. L'élève sait utiliser une équerre pour tracer la droite parallèle à une droite donnée passant par un point donné.
– Reconnaitre et nommer les figures suivantes en faisant référence à leur définition : triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, quadrilatère, carré, rectangle et losange. – Connaitre les propriétés de parallélisme des côtés opposés, des égalités de longueurs et d'angles pour les figures usuelles : triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, carré, rectangle et losange.	Dans le cadre des activités géométriques et de la résolution de problèmes, l'élève utilise à bon escient le vocabulaire géométrique usuel : – polygone, triangle, quadrilatère ; – triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral ; – carré, rectangle, losange ; – côté, sommet, angle d'un polygone ; – diagonale (pour un quadrilatère) ; – longueur du rectangle, largeur du rectangle ; Un triangle rectangle, un triangle isocèle, un triangle équilatéral, un carré, un rectangle ou un losange lui étant donné, l'élève sait le nommer et justifier sa réponse en s'appuyant simultanément : – sur les propriétés de la figure qu'il prélève en utilisant ses outils (équerre, compas et règle graduée) ou grâce au codage de la figure ; – sur les définitions des figures usuelles. Par exemple, l'élève sait dire « cette figure est un rectangle, car c'est un quadrilatère qui a quatre angles droits ». L'élève sait dire qu'une figure qui lui est donnée n'est pas d'une certaine nature en s'appuyant sur les propriétés des figures planes. Par exemple, il sait dire « ce n'est pas un carré, car ses côtés n'ont pas tous la même longueur ; or un carré a quatre côtés de même longueur ». L'élève sait dire si chacun des angles d'un polygone est ou non un angle droit, en utilisant l'équerre si la réponse n'est pas évidente ou si la figure n'est pas codée. L'élève sait dire si différents côtés d'un polygone sont de même longueur en utilisant un compas ou une règle graduée si la réponse n'est pas évidente ou si la figure n'est pas codée.
– Reproduire ou construire un carré, un rectangle, un triangle, un triangle rectangle	L'élève sait reproduire sur papier quadrillé des figures usuelles, à main levée ou avec la règle, en utilisant le quadrillage.

ou un cercle ou des assemblages de ces figures sur tout support (papier quadrillé, pointé ou uni), avec une règle graduée, une équerre ou un compas.	L'élève sait, par exemple, construire sur papier uni les figures suivantes : – un rectangle ABCD tel que le segment [AB] a pour longueur 7 cm et le segment [BC] a pour longueur 3 cm ; – un carré KLMN dont les côtés ont pour longueur 8 cm et le cercle ayant pour diamètre le segment [LM] ; – un triangle RST, rectangle en R, tel que RS = 10 cm et RT = 6 cm. L'élève indique sur les figures produites, à main levée ou avec la règle, les codes pour les angles droits et des codes signalant les égalités de longueurs.
– Construire une figure géométrique composée de segments, de droites, de polygones usuels et de cercles.	L'élève sait construire une figure à partir d'un programme de construction. Ces instructions peuvent porter, par exemple, sur la construction de segments ou de droites, de droites parallèles ou perpendiculaires à une droite donnée et passant par un point donné, de cercles de centre donné et passant par un point donné ou ayant un rayon donné, de polygones usuels. Par exemple, l'élève sait construire la figure correspondant au programme de construction suivant : « Trace un rectangle ABCD tel que AB = 5 cm et BC = 3 cm. Trace le cercle de centre A qui passe par le milieu du côté [AB]. ». L'élève sait construire une figure à partir d'un programme de construction en utilisant un logiciel de géométrie dynamique.
– Reconnaitre si une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie. – Compléter une figure pour la rendre symétrique par rapport à une droite donnée, horizontale ou verticale.	L'élève reconnait des figures ayant un ou plusieurs axes de symétrie. Il sait qu'il peut vérifier son affirmation par pliage. L'élève complète une figure sur une feuille quadrillée ou pointée pour la rendre symétrique par rapport à une droite verticale ou horizontale.
– Construire, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite horizontale ou verticale.	L'élève sait construire, sur papier quadrillé, le symétrique d'un point ou d'un segment par rapport à une droite donnée, verticale ou horizontale, dans le cas où celle-ci ne coupe pas le segment. L'élève sait construire, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'un triangle par rapport à une droite donnée, verticale ou horizontale, dans le cas où celle-ci ne coupe pas le triangle. L'élève vérifie qu'il a bien construit le symétrique attendu en pliant la feuille selon la droite.

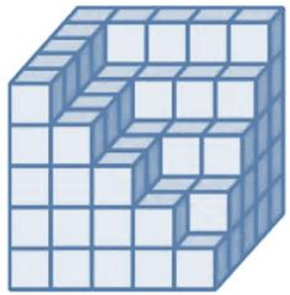
Les solides

Les connaissances et les savoir-faire attendus se construisent à partir de résolutions de problèmes associées à une verbalisation mobilisant le vocabulaire géométrique : il est particulièrement important que le professeur s'exprime dans un langage précis utilisant le vocabulaire géométrique approprié et qu'il encourage les élèves à se l'approprier et, progressivement, à l'utiliser. Les élèves doivent pouvoir justifier la nature géométrique d'un polyèdre en ayant recours aux propriétés géométriques de ses faces.
Au CM1, la liste des solides connus des élèves s'enrichit avec l'introduction du prisme droit. La connaissance des solides continue à se développer lors d'activités de construction, de description et de classements d'objets. Les élèves travaillent avec des solides en trois dimensions, mais aussi avec leurs représentations en perspective. Ils comprennent que certaines faces, certaines arêtes et certains sommets ne sont pas visibles dans de telles représentations et que les arêtes non visibles sont

éventuellement tracées en pointillés. S’ils ne construisent pas eux-mêmes de telles représentations, ils savent néanmoins identifier un solide à partir d’une représentation en perspective. Dans ce programme, le terme « pavé » est utilisé pour désigner le parallélépipède rectangle. En classe, les termes « pavé droit » ou « pavé » peuvent être utilisés indifféremment.

Objectifs d’apprentissage	**Exemples de réussite**
– Nommer un cube, une boule, un pavé, un cône, une pyramide, un cylindre et un prisme droit. – Décrire un cube, un pavé, une pyramide et un prisme droit en faisant référence à des propriétés et en utilisant le vocabulaire approprié. – Connaitre le nombre et la nature des faces d’un cube ou d’un pavé. – Connaitre la nature des faces d’une pyramide. – Connaitre la nature des faces d’un prisme droit.	Un ensemble de solides étant donné, l’élève sait dire lesquels sont des pyramides, des boules, des cubes, des cylindres, des pavés, des cônes ou des prismes droits. Un pavé, un cube, un prisme droit ou une pyramide lui étant donné, l’élève sait le nommer et justifier sa nature en indiquant le nombre et la nature de ses faces (carrés, rectangles, triangles, autres polygones caractérisés par leur nombre de côtés) et le nombre de ses sommets et de ses arêtes. L’élève sait que les faces d’une pyramide sont des triangles ayant un sommet commun (le sommet de la pyramide), à l’exception d’une face, appelée la base de la pyramide, qui est un polygone ayant trois côtés ou plus. L’élève sait que les faces d’un prisme droit sont de deux types : d’une part les « bases du prisme droit » qui sont deux polygones superposables et d’autre part les « faces latérales du prisme droit » qui sont des rectangles. L’élève sait décrire un cube ou un pavé en utilisant les termes « face », « carré », « rectangle », « sommet » et « arête ». Il sait décrire une pyramide en utilisant les termes « face », « base », « face latérale », « triangle », « sommet de la pyramide », « sommet » et « arête ». Il sait décrire un prisme droit en utilisant les termes « face », « base », « face latérale », « rectangle », « sommet » et « arête ». À travers des activités telles que des recherches d’intrus, des jeux de Kim ou des jeux du portrait, l’élève reconnait, décrit avec le vocabulaire approprié, compare et nomme les solides. L’élève sait associer un polyèdre manipulé à différentes représentations : photographies, représentations en perspective, etc.
– Construire un cube, un pavé, une pyramide ou un prisme droit.	À partir d’un modèle en trois dimensions, d’une représentation plane ou d’une description, l’élève assemble les faces d’un cube, d’un pavé, d’une pyramide ou d’un prisme droit pour le construire en trois dimensions.
– Reconnaitre un patron d’un cube. – Construire un patron d’un cube.	L’élève sait dire si un assemblage de polygones donné est ou non un patron de cube. Il sait justifier sa réponse lorsqu’elle est négative. L’élève sait construire sur papier quadrillé un patron d’un cube d’une longueur d’arête donnée. Un patron de cube lui étant fourni, l’élève sait identifier, en le manipulant éventuellement, les paires de carrés qui représentent des faces opposées, par exemple en coloriant les carrés sur le patron pour qu’ensuite les faces opposées du cube aient la même couleur. Une amorce d’un patron d’un cube lui étant fournie (avec du matériel manipulable puis sur papier quadrillé), l’élève sait la compléter pour obtenir un patron de cube.

Le repérage dans l'espace

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Connaitre et utiliser le vocabulaire lié aux déplacements.	L'élève comprend et utilise le vocabulaire suivant : – avancer, reculer ; – tourner d'un quart de tour à gauche, pivoter d'un quart de tour à droite, faire demi-tour.
– Comprendre, utiliser et produire une suite d'instructions qui décrivent un déplacement en utilisant un vocabulaire spatial précis.	L'élève sait représenter sur un quadrillage un déplacement correspondant à des instructions énoncées en langage naturel ou de manière codée. L'élève sait représenter sur le plan d'une ville un déplacement correspondant à des instructions énoncées en langage naturel comme : « Depuis la mairie, se diriger au Nord et emprunter la rue Charles de Gaulle. Après avoir traversé la place Victor Hugo, prendre la deuxième rue à droite. ». Un point de départ et un point d'arrivée étant fixés, l'élève sait décrire un déplacement, sur un quadrillage ou sur un plan, sur papier ou sur écran, en produisant des instructions en langage naturel ou de manière codée. Si un robot est disponible, l'élève sait programmer un déplacement que le robot doit effectuer.
– Résoudre des problèmes portant sur des assemblages de cubes.	L'élève sait résoudre des problèmes de dénombrement, comme le suivant : « Combien de petits cubes y a-t-il dans le solide ci-contre ? » 

COURS MOYEN DEUXIÈME ANNÉE

La géométrie plane

L'acquisition des connaissances sur les figures de référence et sur les relations géométriques se poursuit lors de descriptions, de constructions et de résolutions de problèmes.
Il est particulièrement important que le professeur s'exprime dans un langage adéquat utilisant un vocabulaire géométrique précis et qu'il encourage les élèves à se l'approprier et, progressivement, à l'utiliser. Ce vocabulaire prend son sens grâce aux constructions et aux problèmes proposés.
Si l'enseignant utilise de manière rigoureuse les notations usuelles avec des parenthèses pour la droite (AB), des crochets pour le segment [AB] et aucune parenthèse pour la longueur AB, aucune connaissance de ces conventions n'est exigible pour les élèves : les consignes expliciteront donc systématiquement les symboles utilisés, par exemple, il ne sera pas demandé aux élèves de « tracer [AB] », mais de « tracer le segment [AB] ».

Objectifs d'apprentissage	**Exemples de réussite**
– Utiliser le vocabulaire géométrique approprié. – Utiliser les outils géométriques usuels : règle, règle graduée, équerre et compas. – Connaitre les notations et les codes usuels utilisés en géométrie. – Reconnaitre et utiliser la notion de perpendicularité. – Reconnaitre et utiliser la notion de parallélisme.	Dans le cadre des activités géométriques menées et de la résolution de problèmes, l'élève utilise à bon escient le vocabulaire géométrique usuel : – point, droite, segment, demi-droite, milieu d'un segment ; – droite sécantes, droites perpendiculaires, droites parallèles ; – angle droit, angle aigu, angle obtus. L'élève connait et utilise les codes apposés sur une figure pour indiquer des angles droits, des angles de même mesure ou des longueurs égales. L'élève connait les symboles ⊥ ; // ; ∈ et ∉.
– Décrire et reconnaitre un cercle et un disque comme un ensemble de points caractérisés par leur distance à un point donné. – Reconnaitre et nommer les figures suivantes en s'appuyant sur leur définition : triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, quadrilatère, carré, rectangle, losange, trapèze, trapèze rectangle, pentagone et hexagone.	Dans le cadre des activités géométriques menées et de la résolution de problèmes, l'élève utilise à bon escient le vocabulaire géométrique usuel : – disque, cercle, centre, rayon, diamètre, corde et arc de cercle ; – polygone, triangle, quadrilatère, pentagone et hexagone ; – triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral ; – carré, rectangle, losange, trapèze et trapèze rectangle ; – côté, sommet et angle d'un polygone ; – diagonale (pour un quadrilatère), longueur du rectangle, largeur du rectangle ; L'élève comprend la différence entre une définition et une propriété. Il sait qu'une définition lui permet d'affirmer qu'une figure donnée est de la nature envisagée. Par exemple, « un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles

– Connaitre les propriétés de parallélisme des côtés opposés, des égalités de longueurs et d'angles pour les figures usuelles : triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, carré, rectangle, losange, trapèze et trapèze rectangle.	droits » est une définition du rectangle. Il sait aussi qu'une propriété précise un certain nombre d'éléments vérifiés par une figure, mais que ces éléments peuvent être insuffisants pour caractériser la figure en question. Ainsi, une propriété du rectangle est « que ses côtés opposés sont de même longueur », mais cela ne suffit pas pour affirmer qu'il s'agit d'un rectangle : un quadrilatère dont les côtés opposés sont de même longueur n'est pas nécessairement un rectangle. Un triangle rectangle, un triangle isocèle, un triangle équilatéral, un carré, un rectangle, un losange, un trapèze ou un trapèze rectangle lui étant donné, l'élève sait le nommer et justifier sa réponse en s'appuyant simultanément : – sur les propriétés de la figure qu'il prélève en utilisant ses outils (équerre, compas et règle graduée) ou grâce au codage de la figure ; – sur les définitions des figures usuelles. Par exemple, l'élève sait dire « cette figure est un rectangle, car c'est un quadrilatère qui a quatre angles droits ». L'élève sait dire qu'une figure qui lui est donnée n'est pas d'une certaine nature en s'appuyant sur les propriétés des figures planes. Par exemple, il sait dire « ce n'est pas un carré, car ses côtés n'ont pas tous la même longueur ; or, un carré a quatre côtés de même longueur ». L'élève sait dire si chacun des angles d'un polygone est ou non un angle droit en utilisant l'équerre si la réponse n'est pas évidente ou si la figure n'est pas codée.
– Reproduire ou construire un carré, un rectangle, un triangle, un triangle rectangle ou un cercle ou des assemblages de ces figures sur tout support (papier quadrillé, pointé ou uni), avec une règle graduée, une équerre ou un compas.	L'élève sait, par exemple, construire sur papier uni les figures suivantes : – un triangle ABC, rectangle en A tel que le segment [AB] a pour longueur 7 cm et le segment [BC] a pour longueur 10 cm. – un losange KLMN dont les côtés ont pour longueur 10 cm et la diagonale [KM] a pour longueur 8 cm ; puis le cercle de centre L et rayon 6 cm ; – un triangle RST, isocèle et rectangle en R, tel que RS = 7,4 cm. L'élève indique sur les figures produites, à main levée ou avec la règle, les codes pour les angles droits et des codes signalant les égalités de longueurs.
– Construire une figure géométrique composée de segments, de droites, de polygones usuels et de cercles. – Élaborer un programme de construction.	L'élève sait construire une figure à partir d'un programme de construction. Ces instructions peuvent porter, par exemple, sur la construction de segments ou de droites, de droites parallèles ou perpendiculaires à une droite donnée et passant par un point donné, de cercles de centre donné et passant par un point donné ou ayant un rayon donné, de polygones usuels. Dans des cas simples, l'élève sait écrire un programme de construction permettant de construire une figure qui lui est fournie. L'élève sait construire une figure à partir d'un programme de construction en utilisant un logiciel de géométrie dynamique.
– Construire, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par	L'élève sait construire, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure quelconque par rapport à une droite donnée, dans le cas où la droite ne coupe pas la figure initiale.

rapport à une droite verticale, horizontale ou une diagonale du quadrillage.	L'élève vérifie qu'il a bien construit le symétrique attendu en pliant la feuille selon la droite.

Les solides

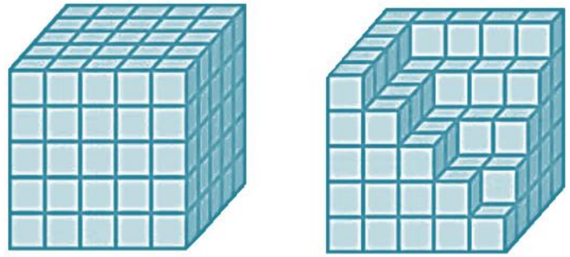
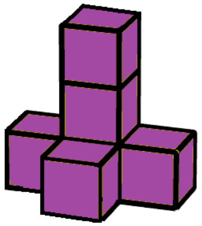
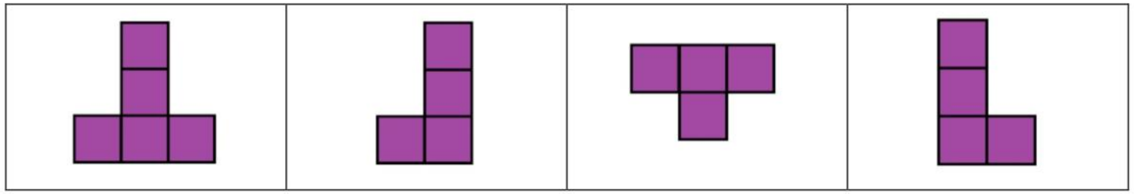
Les connaissances et les savoir-faire attendus se construisent à partir de résolutions de problèmes associées à une verbalisation mobilisant le vocabulaire géométrique : il est particulièrement important que le professeur s'exprime dans un langage précis utilisant le vocabulaire géométrique approprié et qu'il encourage les élèves à se l'approprier et, progressivement, à l'utiliser. Les élèves doivent pouvoir justifier la nature géométrique d'un polyèdre en ayant recours aux propriétés géométriques de ses faces.

Au CM2, les élèves travaillent avec des solides en trois dimensions, mais aussi avec des représentations en perspective. La connaissance des solides continue à se développer à travers des activités de construction, de description et de classements d'objets. Ils comprennent que certaines faces, certaines arêtes et certains sommets ne sont pas visibles dans de telles représentations et que les arêtes non visibles sont éventuellement tracées en pointillés. S'ils ne construisent pas eux-mêmes de telles représentations, ils savent néanmoins identifier un solide à partir d'une représentation en perspective.

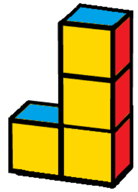
Dans ce programme, le terme « pavé » est utilisé pour désigner le parallélépipède rectangle. En classe, les termes « pavé droit » ou « pavé » peuvent être utilisés indifféremment.

Objectifs d'apprentissage	**Exemples de réussite**
– Nommer un cube, une boule, un pavé, un cône, une pyramide, un cylindre ou un prisme droit. – Décrire un cube, un pavé, une pyramide ou un prisme droit en faisant référence à des propriétés et en utilisant le vocabulaire approprié.	Un ensemble de solides étant donné, l'élève sait dire lesquels sont des pyramides, des boules, des cubes, des cylindres, des pavés, des cônes ou des prismes droits en justifiant sa réponse avec le vocabulaire approprié. L'élève sait que les faces d'un prisme droit sont de deux types : d'une part les « bases du prisme droit » qui sont deux polygones superposables et d'autre part les « faces latérales du prisme droit » qui sont des rectangles. À travers des activités telles que des recherches d'intrus, des jeux de Kim ou des jeux du portrait, l'élève reconnait, décrit avec le vocabulaire approprié, compare et nomme les solides.
– Reconnaitre un patron d'un cube. – Construire un patron d'un cube. – Reconnaitre un patron d'un pavé.	L'élève sait dire si un assemblage de polygones donné est ou non un patron de cube. Il sait justifier sa réponse lorsqu'elle est négative. L'élève sait construire un patron d'un cube d'une longueur d'arête donnée sur papier quadrillé. L'élève sait dire si un assemblage de polygones donné est ou non un patron de pavé. Il sait justifier sa réponse lorsqu'elle est négative, en argumentant sur le nombre de faces, la nature des faces et la position des faces les unes par rapport aux autres. Un patron de pavé lui étant fourni, l'élève sait identifier les paires de rectangles qui représentent des faces opposées, par exemple en coloriant les rectangles sur le patron pour qu'ensuite les faces opposées du pavé aient la même couleur.

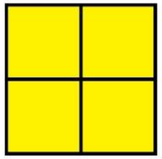
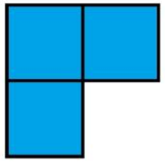
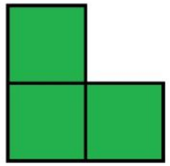
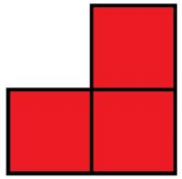
Déplacements dans l'espace

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Connaitre et utiliser le vocabulaire lié aux déplacements.	L'élève comprend et utilise le vocabulaire suivant : – avancer, reculer ; – tourner d'un quart de tour à gauche, pivoter d'un quart de tout à droite, tourner de 90° à droite, faire demi-tour.
– Comprendre, utiliser et produire une suite d'instructions qui décrivent un déplacement en utilisant un vocabulaire spatial précis.	L'élève sait représenter sur un quadrillage un déplacement correspondant à des instructions énoncées en langage naturel ou de manière codée. Si un robot est disponible, l'élève sait programmer un déplacement que le robot doit effectuer. Un point de départ et un point d'arrivée étant fixés, l'élève sait décrire un déplacement, sur un quadrillage ou sur un plan, sur papier ou sur écran, en produisant des instructions en langage naturel ou de manière codée, en prenant en compte d'éventuelles contraintes intermédiaires sur le trajet.
– Résoudre des problèmes portant sur des assemblages de cubes.	L'élève sait résoudre des problèmes de dénombrement, comme le suivant : « Combien de petits cubes a-t-on retirés du gros cube ? »   Un assemblage de quelques cubes, comme celui représenté ci-contre, étant posé devant lui et quatre vues lui étant fournies, comme celles ci-dessous, l'élève sait identifier la vue de face, la vue de dessus, la vue de droite et la vue de gauche.  Une vue de face, une vue de droite, une vue de gauche et une vue de dessus lui étant données, l'élève sait identifier à quel assemblage de quelques cubes elles correspondent parmi un ensemble de deux ou trois assemblages qui sont posés devant lui.

Une représentation d’un assemblage de cubes comme, par exemple, l’assemblage ci-contre, lui étant fourni, l’élève sait tracer à main levée ou sur papier quadrillé différentes vues de cet assemblage : vue de dessus, vue de face, vue de gauche, vue de droite.



Dans des cas simples, l’élève sait construire, avec des cubes, l’assemblage correspondant à différentes vues qui lui sont fournies comme celles ci-dessous.

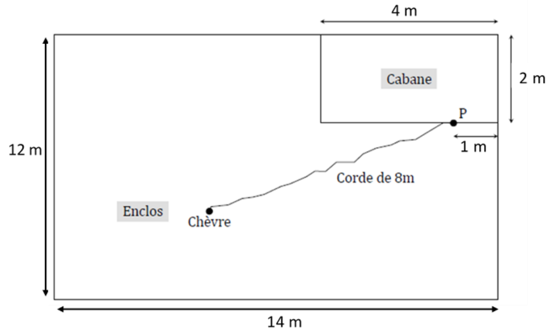
Vue de face	Vue de dessus	Vue de gauche	Vue de droite
			

CLASSE DE SIXIÈME

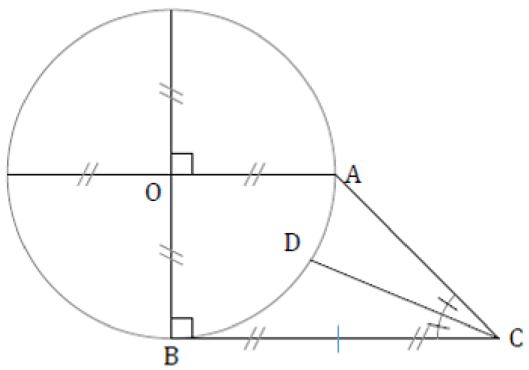
Étude de configurations planes

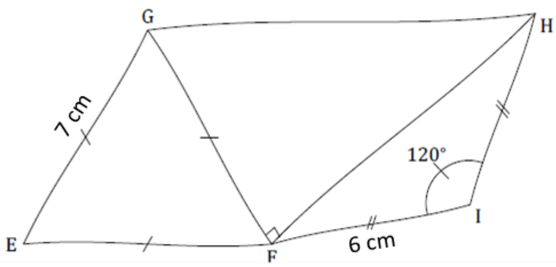
Au cours moyen, l'élève a acquis des connaissances sur les figures géométriques de référence lors de descriptions, de constructions et de la résolution de problèmes. Le vocabulaire géométrique et certaines notations ont été introduits progressivement.
En classe de 6e, les travaux géométriques de reproduction, de description et de construction se poursuivent. L'éventail des définitions, qui s'élargit à de nouveaux objets, permet de dégager leur caractère abstrait et universel.
Les observations et les constructions s'appuient sur des définitions et des propriétés. Le professeur peut utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour la visualisation de certaines constructions. Cependant, le maniement par l'élève des instruments traditionnels de la géométrie, accompagné de la verbalisation de ses démarches, sont des facteurs essentiels pour que les constructions dépassent le statut de simples « activités » pour déboucher sur de véritables apprentissages et faciliter le passage à l'abstraction.
Au-delà de ces activités de construction, la présentation par le professeur et la mise en place progressive par l'élève lui-même de preuves favorisent le développement du raisonnement logique et de la pensée déductive. L'élève accède ainsi à ces facultés essentielles dans de nombreuses autres disciplines scolaires, facultés qui seront également un atout majeur dans sa future vie personnelle et professionnelle.
La feuille de papier n'est pas le seul support aux activités géométriques : les objets de la vie courante, mais aussi l'environnement ordinaire de l'élève (la salle de classe ou la cour de récréation), s'y prêtent également. Les deux principaux sujets d'étude sont les distances et les angles, qui sont abordés à travers la manipulation, l'observation, les constructions, l'initiation au raisonnement et la mise en place de preuves. La construction d'une preuve repose sur l'élaboration et la structuration de la pensée et de la parole individuelle, orale ou écrite, mais également sur la confrontation de ses propres idées à celles d'autrui, dans des situations de débat ou d'entraide. Les compétences mathématiques, langagières et psychosociales sont ainsi développées en synergie.

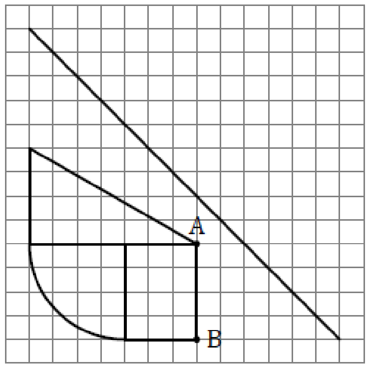
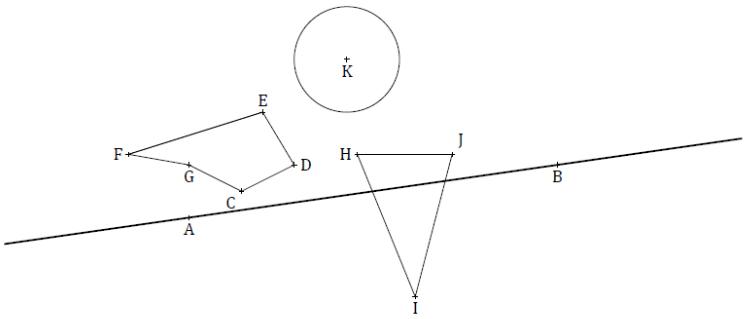
Objectifs d'apprentissage	Commentaires et exemples de réussite
Étude de configurations planes	
Automatismes	L'élève connait le lexique et le codage des objets de base de la géométrie plane : angle droit, égalité de longueurs, égalité d'angles. Il reconnait un carré, un rectangle, un triangle. Il reconnait si une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie. Il sait coder des angles droits et des longueurs égales.
Connaissances et capacités attendues	
Distances	
– Connaitre et utiliser la définition de la distance entre deux points. – Connaitre et utiliser la définition du milieu d'un segment.	La distance entre deux points A et B est définie comme la longueur du segment $[\mathrm{AB}]$. Elle est notée AB. L'élève admet que le plus court chemin pour aller de A à B est le segment $[\mathrm{AB}]$. Il en déduit que, pour tout point C, $\mathrm{AC} + \mathrm{CB} \geqslant \mathrm{AB}$, l'égalité étant réalisée pour tous les points appartenant au segment $[\mathrm{AB}]$, et uniquement pour eux. L'élève reporte une distance, compare deux distances à l'aide d'un compas ou d'une mesure effectuée avec une règle graduée. L'élève connait la définition du milieu d'un segment et s'appuie sur elle pour le construire selon les outils dont il dispose : par pliage, en utilisant un guide-âne, une règle graduée ou un compas et une règle non graduée.

Cercles et disques	
– Connaitre les définitions d'un cercle, d'un disque, d'un rayon, d'un diamètre, d'une corde.	Le cercle est défini comme l'ensemble des points équidistants d'un point appelé centre. Le disque est défini comme l'ensemble des points situés à une distance inférieure ou égale à un point donné appelé centre. L'élève distingue un cercle d'un disque. Le mot « rayon » désigne indifféremment un segment joignant un point du cercle à son centre et la longueur de ce segment. Le mot « diamètre » désigne indifféremment un segment joignant deux points du cercle et passant par son centre et la longueur de ce segment. Une corde d'un cercle est définie comme un segment reliant deux de ses points. L'élève sait que le diamètre est le double du rayon et qu'il est supérieur ou égal à la longueur de toutes les cordes.
– Comprendre la définition d'un cercle et celle d'un disque sous la forme d'ensembles de points.	L'élève sait interpréter géométriquement des égalités et des inégalités de distances à un point. Il constate que : - si un point A appartient au cercle de centre O et de rayon 2 cm, alors OA = 2 cm et, si OB = 2 cm, alors le point B appartient au cercle de centre O et de rayon 2 cm. - si un point D n'appartient pas au cercle de centre O et de rayon 2 cm, alors OD $\neq$ 2 cm et, si OE $\neq$ 2 cm, alors le point E n'appartient pas au cercle de centre O et de rayon 2 cm. Il admet alors que le cercle de centre O et de rayon 2 cm est l'ensemble des points situés à 2 cm de O. L'élève constate que : - si OF $\leqslant$ 2 cm, alors le point F appartient au disque de centre O et de rayon 2 cm ; - si OG > 2 cm, alors le point G n'appartient pas au disque de centre O et de rayon 2 cm. Il admet alors que le disque de centre O et de rayon 2 cm est l'ensemble des points dont la distance à O est inférieure ou égale à 2 cm.
– Résoudre des problèmes mettant en jeu des distances à un point.	Par exemple, des élèves élaborent collectivement une règle pour le jeu suivant : « Un objet donné étant placé dans la cour, d'où doivent partir plusieurs de leurs camarades pour que celui qui atteint l'objet le premier soit le plus rapide ? ». Par exemple, l'élève reproduit le schéma ci-dessous à l'échelle (1 cm sur le dessin représente 1 m dans la réalité) et détermine, en la hachurant, la zone de l'enclos dans laquelle peut brouter une chèvre attachée à une corde de 8 mètres de long fixée au point P. 

Médiatrice d'un segment	
– Connaitre la définition de la médiatrice d'un segment. – Comprendre et utiliser la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment.	La médiatrice d'un segment est définie comme la droite perpendiculaire au segment en son milieu. L'élève observe, puis admet, que la médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment. Il construit la médiatrice d'un segment par pliage. Il observe alors que, si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant de ses extrémités. L'élève observe également que, si un point n'est pas sur la médiatrice d'un segment, alors il est plus proche de l'une des extrémités que de l'autre. Il admet que, si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment. L'élève connait la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment qu'il verbalise sous la forme : « la médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment ». Il l'utilise pour justifier la construction de la médiatrice à l'aide d'un compas et d'une règle non graduée.
– Résoudre des problèmes en s'appuyant sur la propriété caractéristique de la médiatrice.	Par exemple, des élèves élaborent collectivement une règle pour le jeu suivant : deux de leurs camarades étant placés dans la cour, où faut-il positionner un totem pour que celui des deux qui le saisit en premier soit le plus rapide ? Par exemple, l'élève place le milieu d'une corde d'un cercle de centre connu en utilisant une équerre et justifie son raisonnement. Par exemple, l'élève détermine le centre inconnu d'un cercle et justifie sa construction en verbalisant le raisonnement sous-jacent.
Angles	
– Connaitre et utiliser les angles ainsi que le lexique et les notations qui s'y rapportent : angle droit, angle plat, angle plein, angle nul, angle aigu, angle obtus, angles opposés par le sommet, angles adjacents, angles supplémentaires.	Deux demi-droites de même origine définissent deux secteurs angulaires, qu'on assimile à des angles : un angle saillant et un angle rentrant, ou deux angles plats. Hormis l'angle plein et l'angle plat, le programme se limite aux angles saillants. La notion mathématique d'angle peut être illustrée par l'ouverture d'un éventail, le déplacement de l'aiguille d'une horloge par rapport à une position fixe ou l'ouverture d'un compas. L'élève verbalise et utilise la notation adaptée pour désigner chacun des objets suivants : sommet, côté, demi-droites qui délimitent un angle. Pour noter les angles, selon les situations, il utilise les notations: $\widehat{ABC}$, $\widehat{A}$, $\widehat{xOy}$. L'élève compare des angles par superposition, avec un calque ou en utilisant un gabarit. En particulier, il sait déterminer si deux angles sont égaux. Il sait reproduire un angle donné en utilisant un gabarit. L'élève sait que deux droites sécantes se coupent en formant quatre angles saillants qui constituent deux paires d'angles opposés par le sommet. À l'aide d'un gabarit ou d'un rapporteur, il constate que deux angles opposés par le sommet sont de même mesure. Il admet et connait cette propriété. L'élève sait que, si deux droites sécantes se coupent en formant quatre angles égaux, alors les angles obtenus sont des angles droits.

	Par exemple, il fabrique un angle droit à l'aide d'une feuille de papier pliée en quatre. Il illustre les liens entre angle droit, angle plat et angle plein, à l'aide de cette feuille de papier. L'élève connait la définition des angles adjacents et celle des angles supplémentaires.
– Mesurer un angle. – Construire un angle de mesure donnée.	L'élève connait les mesures en degrés de l'angle droit et de l'angle plat. Il en déduit que l'angle plein mesure 360° et il comprend que l'angle nul mesure 0°. Par pliage et superposition, l'élève partage l'angle plat en deux, en trois, en quatre ou en six angles deux à deux adjacents et égaux et associe une mesure aux angles obtenus. Il connait les mesures des angles de l'équerre qu'il utilise. Un angle mesurant 1° peut être obtenu à partir du partage de l'angle plat en 180 angles deux à deux adjacents et égaux. L'élève utilise un rapporteur pour mesurer un angle en degré, pour comparer deux angles, pour construire un angle de mesure donnée en degré. En lien avec les déplacements, il relie quart de tour à angle droit, demi-tour à angle plat, tour complet à angle plein, et connait les mesures en degrés de chacun de ces angles.
Bissectrice d'un angle saillant	
– Connaitre la définition de la bissectrice d'un angle saillant. – Utiliser la définition de la bissectrice d'un angle pour effectuer des constructions et résoudre des problèmes.	La bissectrice d'un angle saillant est définie comme la droite qui partage cet angle en deux angles adjacents égaux. L'élève observe, puis admet, que la bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle. L'élève construit la bissectrice d'un angle par pliage, puis à l'aide d'un rapporteur. Par exemple, l'élève élabore un programme de construction permettant à un camarade de reproduire la figure suivante représentant une tête d'oiseau. 
Triangles Le triangle se prête à un travail portant conjointement sur les distances et sur les angles. Le positionnement d'un triangle sur la feuille doit être varié. À l'aide du compas, l'élève remarque que la donnée de trois longueurs ne permet pas toujours de construire un triangle.	
– Construire des triangles.	L'élève dessine à main levée un triangle en faisant figurer le codage correspondant aux données de l'énoncé. L'élève construit un triangle connaissant : – les longueurs des trois côtés, lorsque la construction est possible ; – les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés ;

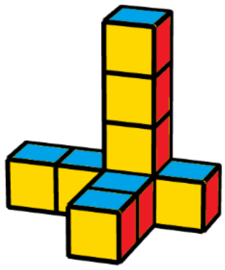
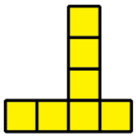
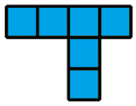
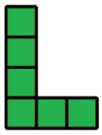
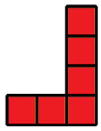
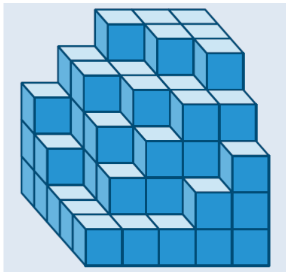
– Connaitre et utiliser les propriétés angulaires des triangles particuliers : triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral.	– la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents. L'élève connait et utilise les codes pour les angles droits et pour les égalités d'angles. Il connait la définition et la caractérisation sous la forme d'égalité d'angles d'un triangle isocèle et d'un triangle équilatéral.
– Connaitre la valeur de la somme des mesures des angles d'un triangle. – L'utiliser pour calculer des angles, effectuer des constructions et résoudre des problèmes.	L'élève s'appuie sur l'accolement de triangles identiques pour constater que la somme des angles d'un triangle est un angle plat avant d'admettre ce résultat. L'élève démontre que, dans un triangle équilatéral, chaque angle mesure 60° et il connait ce résultat. L'élève sait calculer la mesure des trois angles d'un triangle isocèle à partir de l'une d'elles. Par exemple, l'élève construit un triangle ABC isocèle en A, sachant que AB = 4 cm et $\widehat{\mathrm{BAC}} = 30°$. Par exemple, à l'aide d'instruments géométriques, l'élève reproduit la figure à main levée ci-dessous et détermine, en le justifiant, si les points E, F et I sont alignés. 
– Savoir que les médiatrices d'un triangle sont concourantes. – Connaitre et construire le cercle circonscrit à un triangle.	L'élève comprend pourquoi les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes et il est capable de restituer les arguments de la preuve de ce résultat. Il en déduit l'existence du cercle circonscrit à un triangle et sait le construire.
Symétrie axiale Le travail de construction réalisé au cours moyen se poursuit. Différents supports peuvent être utilisés : papier quadrillé, papier pointé, auxquels on ajoute le papier uni.	
– Connaitre la définition ponctuelle de la symétrie axiale. – Connaitre et utiliser les propriétés de la symétrie axiale pour effectuer des constructions.	Le passage au papier uni nécessite de donner la définition du symétrique d'un point par symétrie axiale. Étant donnés une droite (d) et un point M n'appartenant pas à (d), l'élève sait que le symétrique de M par rapport à (d) est le point M' tel que (d) est la médiatrice du segment $[\mathrm{MM}']$. Il sait également que, si le point M appartient à (d), alors il est son propre symétrique. L'élève sait que si M'est le symétrique de M, alors M est le symétrique de M'. Deux points symétriques l'un de l'autre par rapport à une droite sont dits « homologues ». L'élève constate par pliage la conservation des distances par une symétrie axiale, avant d'admettre et d'utiliser cette propriété. Il constate sur plusieurs triplets de points homologues la conservation des angles par une symétrie axiale, avant d'admettre et d'utiliser cette propriété. L'élève sait que le symétrique d'un point est un point, que le symétrique d'une droite (resp. d'une demi-droite) est une droite (resp. une demi-droite),

	que le symétrique d'un segment est un segment de même longueur, que le symétrique d'un angle est un angle de même mesure, que le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon. L'élève construit le symétrique d'un point ou d'une figure simple en utilisant des instruments et un support imposés (équerre et règle graduée ; équerre et compas ; compas seul ; papier quadrillé ; papier pointé ou papier uni). Pour tracer, par exemple, l'image de la figure suivante, l'élève est capable de dire que, la symétrie axiale conservant les longueurs et les mesures des angles, il suffit de placer les symétriques des points A et B puis d'utiliser le quadrillage pour terminer sa construction.  Sur papier uni, l'élève construit, par exemple, les figures symétriques par rapport à la droite (AB) du polygone $CDEFG$, du triangle HIJ et du cercle de centre K. 

La vision dans l'espace

En classe de 6e, la connaissance des solides étudiés au cours moyen est entretenue sous la forme d'automatismes. En prolongement des apprentissages déjà installés, la vision dans l'espace est consolidée à travers des activités de différentes natures portant sur des assemblages de cubes : passage, dans les deux sens, entre l'objet à trois dimensions et ses diverses représentations à deux dimensions, dénombrements.

Objectifs d'apprentissage	Commentaires et exemples de réussite
Automatismes	L'élève identifie dans un ensemble de solides lesquels sont des pyramides, des boules, des cubes, des cylindres, des pavés, des cônes ou des prismes droits.

<table>
<tr><th colspan="2">Connaissances et capacités attendues</th></tr>
<tr>
<td>– Voir dans l’espace des assemblages de cubes.</td>
<td>
L’élève interprète différentes représentations planes d’un assemblage de cubes : dessin à main levée, perspective cavalière, patron.
À partir de la manipulation d’un assemblage de cubes ou d’une représentation comme la figure ci-contre, l’élève trace à main levée ou sur du papier quadrillé les différentes vues de cet assemblage : vue de dessus, vue de face, vue de gauche, vue de droite.

Inversement, quatre vues d’un assemblage de cubes lui étant fournies comme, par exemple, celles ci-dessous, l’élève choisit parmi les représentations de plusieurs assemblages, celle qui correspond à ces vues.
<table>
<tr><th>Vue de face</th><th>Vue de dessus</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><th>Vue de gauche</th><th>Vue de droite</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>
Par exemple, l’élève résout des problèmes de dénombrement comme la recherche du nombre de cubes dans l’empilement ci-dessous.

</td>
</tr>
</table>

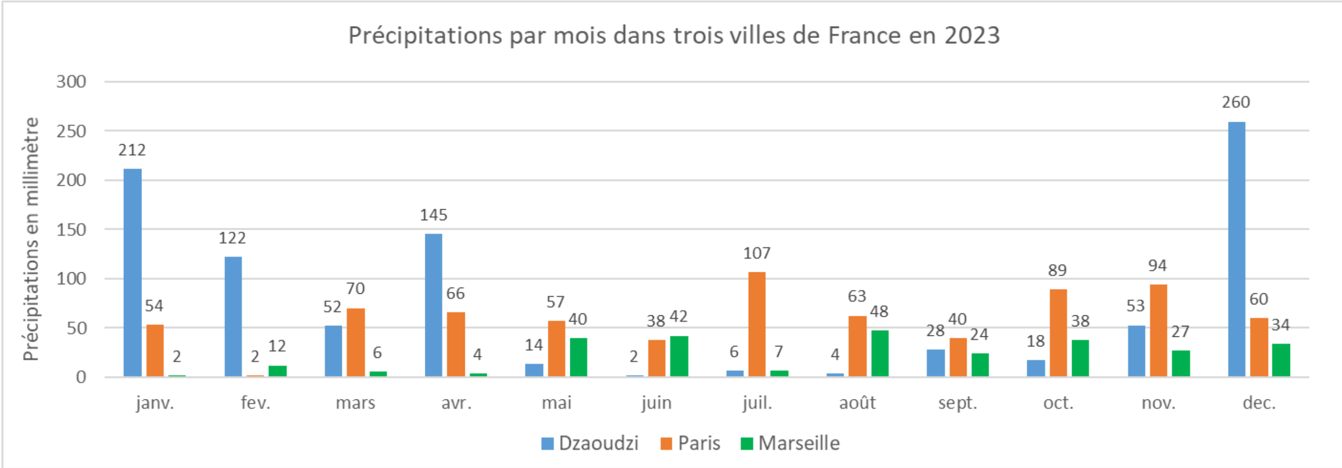
4. ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES ET PROBABILITÉS

COURS MOYEN PREMIÈRE ANNÉE

Organisation et gestion de données

Au CM1, les caractères statistiques étudiés peuvent être aussi bien qualitatifs comme, un moyen de transport, une couleur ou un sport pratiqué, que quantitatifs comme le nombre de frères et sœurs, l'âge exprimé en années entières, la hauteur d'une plante ou la masse d'un animal.
Les élèves résolvent des problèmes dont les données peuvent être prélevées dans des tableaux, dans des diagrammes en barres ou sur des courbes.
Cette partie du programme fournit l'occasion de confronter les élèves à des données réelles relatives à des sujets d'actualité, comme le changement climatique, la pollution ou la perte de biodiversité.
Les connaissances et les compétences acquises sont renforcées lors de travaux réalisés dans les autres disciplines : EPS, histoire et géographie, sciences et technologie, etc. Ceci permet la confrontation à divers types de données et à des représentations graphiques variées.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Recueillir des données et produire un tableau, un diagramme en barres ou un ensemble de points dans un repère pour les présenter. – Lire et interpréter les données d'un tableau à simple ou double entrée, d'un diagramme en barres ou d'une courbe.	L'élève mène une enquête relative à la répartition d'un caractère dans une population (moyen de transport utilisé, sport pratiqué, etc.) ou effectue des relevés expérimentaux pour étudier l'évolution d'une grandeur au cours du temps (température, longueur, masse, etc.). L'élève compile dans un tableau les données issues d'une enquête qu'il a menée ou d'un document qui lui a été fourni. Pour représenter ces données, il produit un diagramme en barres ou, dans un repère, un ensemble de points éventuellement reliés par une courbe. Pour graduer les axes des représentations graphiques, l'élève utilise une échelle adaptée aux données. L'élève sait compléter un tableau à partir de données prélevées sur une représentation graphique. L'élève sait répondre à des questions comme les suivantes en utilisant le graphique ci-dessous : - Quelle a été la hauteur des précipitations à Paris en juillet 2023 ? - En 2023, quels sont les mois pendant lesquels la hauteur des précipitations a été inférieure à 10 mm à Marseille ? - En 2023, pendant quel mois a-t-il plu le plus à Marseille ? - En 2023, pendant quel mois a-t-il plu le moins à Dzaoudzi ? - En 2023, quels sont les mois où il a plus plu à Dzaoudzi qu'à Paris ?

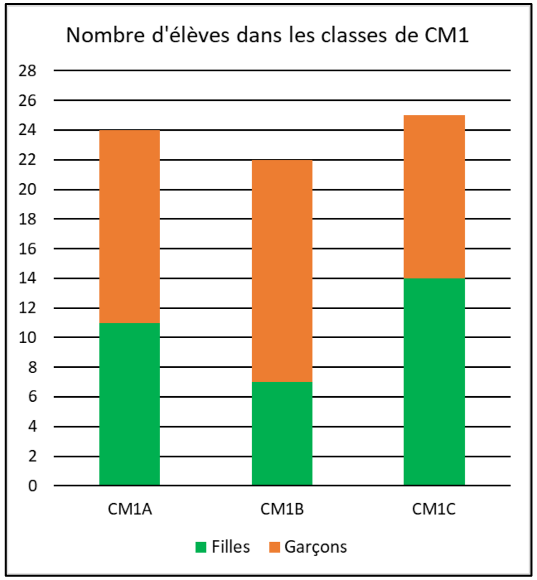


L’élève sait utiliser une légende pour lire et interpréter un document avec deux courbes représentées dans le même repère.

– Résoudre des problèmes en une ou plusieurs étapes en utilisant les données d’un tableau à simple ou double entrée, d’un diagramme en barres ou d’une courbe.

L’élève sait résoudre des problèmes en une ou plusieurs étapes dont les données sont disponibles dans un tableau ou sur une représentation graphique (diagramme en barres, points dans un repère ou courbe). Par exemple, il sait résoudre des problèmes comme les suivants :

- À l’école des Badamiers, il y a trois classes de CM1. Les élèves sont répartis comme indiqué sur le graphique ci-contre.
  Quel est le nombre de garçons en CM1 à l’école des Badamiers ?



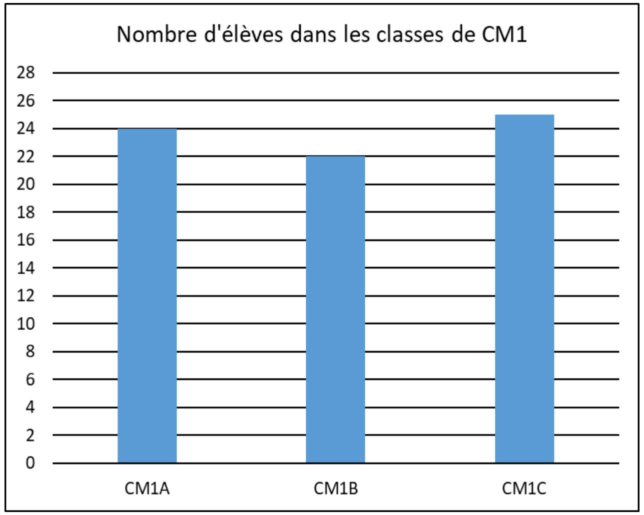
- Une enquête sur le principal moyen de transport utilisé par les élèves de cours moyen pour venir à l’école a été réalisée à l’école du Centre. Voici les résultats :

Moyen de transport	Filles	Garçons
À pied	78	42
À vélo	42	63
En voiture	28	32
En bus	85	77

  Alphonse dit que plus de la moitié des filles de cours moyen viennent à l’école à pied ou à vélo. A-t-il raison ?
  Elsa dit que plus de la moitié des élèves de cours moyen viennent à l’école à pied ou à vélo. A-t-elle raison ?

L’élève sait résoudre des problèmes en une étape dont les données sont à recueillir à la fois dans un énoncé et sur une représentation graphique, comme le problème suivant :

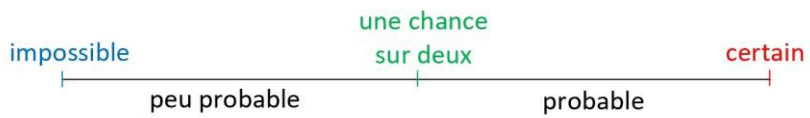
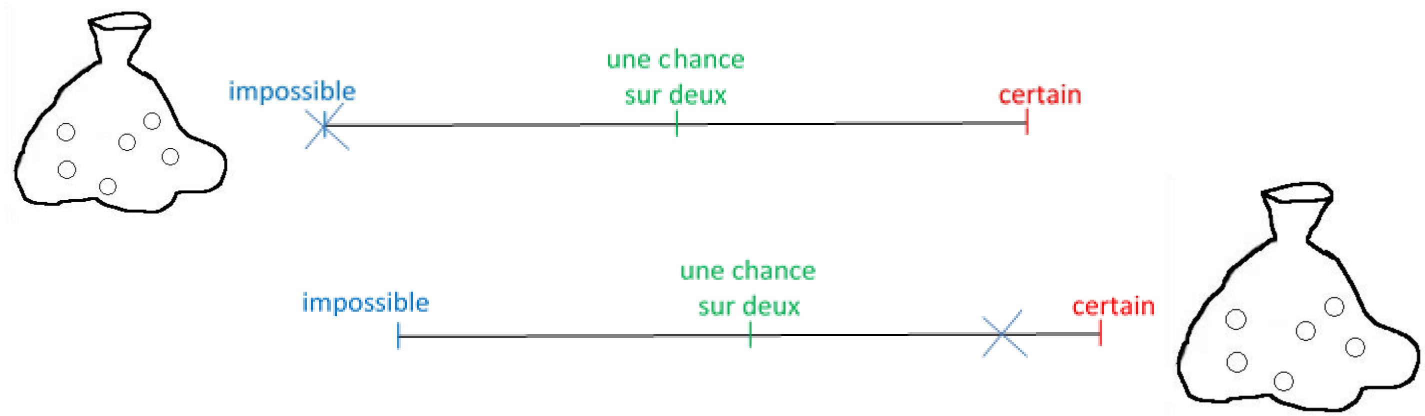
- Il y a 11 filles dans la classe CM1C. En utilisant le graphique ci-dessous, trouve le nombre de garçons qu’il y a dans la classe CM1C.

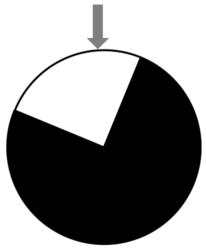


Les probabilités

Au CM1, les élèves bénéficient d’une première familiarisation avec des expériences aléatoires. Un des objectifs de cet enseignement est de comprendre qu’il existe des événements dont la réalisation est certaine, d’autres dont la réalisation est impossible, et d’autres encore dont on ne peut pas affirmer *a priori* s’ils se réaliseront ou pas.
Un autre objectif porte sur la comparaison de probabilités d’événements. Certains événements, comme « obtenir pile » en lançant une pièce de monnaie, « obtenir un nombre pair » en lançant un dé ou « obtenir une carte rouge » en tirant une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes ont une chance sur deux de se réaliser, ce qui signifie que la probabilité qu’ils se réalisent est la même que celle qu’ils ne se réalisent pas. D’autres événements, comme « obtenir un 2 » en lançant un dé, ont plus de chances de ne pas se réaliser que de se réaliser. Les élèves apprennent à estimer les probabilités d’événements sur une échelle allant de « impossible » à « certain », en distinguant les événements « peu probables » qui ont moins d’une chance sur deux de se réaliser, des événements « probables » qui ont plus d’une chance sur deux de se réaliser.
Un autre objectif de l’enseignement des probabilités au CM1 est de familiariser les élèves avec quelques modèles classiques d’expériences aléatoires (jet d’une pièce de monnaie, lancer de dé, tirages dans une urne, tirage d’une carte dans un jeu de 52 cartes, etc.).
Dans des cas simples, les élèves apprennent à recenser toutes les issues possibles d’une expérience aléatoire. Ils découvrent ainsi en particulier que, selon les cas, toutes les issues peuvent avoir, ou non, la même chance de se réaliser. Ils se familiarisent ainsi avec la notion d’équiprobabilité.

Objectifs d’apprentissage	**Exemples de réussite**
– Identifier des expériences aléatoires. – Identifier toutes les issues possibles lors d’une expérience aléatoire simple.	L’élève sait identifier toutes les issues possibles lors d’une expérience aléatoire simple, comme le lancer d’un dé, le lancer d’une pièce ou le tirage d’une carte dans un jeu, sans en oublier et sans présenter la même issue plusieurs fois. Il sait ainsi dire combien il y a d’issues possibles.

– Comprendre et utiliser le vocabulaire approprié : « impossible », « possible », « certain », « probable », « peu probable », « une chance sur deux ». – Comparer des issues d’expériences aléatoires ou des événements selon leur probabilité de réalisation.	L’élève comprend que la réalisation de certains événements est plus ou moins probable : – il comprend que certains événements sont « impossibles », par exemple « J’irai sur la Lune demain. » ; – il comprend que certains événements sont « certains », par exemple « En lançant ce dé, je vais obtenir un nombre inférieur à 7. » ; – il comprend que certains événements sont probables sans être certains, et, dans des cas non ambigus, il sait comparer leurs probabilités respectives, par exemple, si la semaine à venir est une semaine pendant laquelle il y a école, il sait que l’événement « Je verrai la maitresse mardi. » est un événement plus probable que « Je verrai la maitresse dimanche. » ; – il comprend qu’il y a une différence entre des événements « probables » et des événements « certains », par exemple « Je vais voir le maitre mardi prochain. » est un événement « probable » s’il y a école ce jour-là, mais qui n’est cependant pas « certain », car un imprévu comme une grippe pourrait empêcher l’élève ou le maitre de venir à l’école. L’élève sait classer des cartes décrivant différents événements en plusieurs familles : événements impossibles, événements certains, événements possibles, mais pas certains. Quand il n’y a pas d’ambiguïté, l’élève sait ranger trois ou quatre de ces cartes par ordre de probabilité croissante. L’élève sait positionner la probabilité d’un événement, dans des cas simples, sur un segment comme le suivant.  L’élève sait colorier, soit en vert, soit en rouge, chacune des billes d’un sac de façon à ce que la probabilité d’obtenir une bille verte en prenant au hasard, sans regarder, une bille dans ce sac corresponde à la croix sur le segment. 

– Comprendre que ce n'est pas parce qu'il y a deux issues possibles que chacune a une chance sur deux de se réaliser. – Reconnaitre des situations d'équiprobabilité.	L'élève comprend que certains événements ont exactement la même probabilité de se réaliser, par exemple en lançant un dé non truqué, il y a la même probabilité, ou autant de chances, d'obtenir un « 6 » que d'obtenir un « 4 ». Quand il n'y a que deux issues possibles, l'élève fait la différence entre deux événements qui ont la même probabilité de se réaliser et deux événements qui n'ont pas la même probabilité de se réaliser. Par exemple, il comprend qu'en lançant une pièce non truquée, il y a autant de chances d'obtenir « pile » que « face ». Il comprend aussi que demain, dans la commune où il habite, soit « il pleuvra », soit « il ne pleuvra pas », mais que cela ne signifie pas que ces deux événements ont la même probabilité de se réaliser. L'élève sait dire que deux résultats sont possibles quand on fait tourner la roue représentée ci-contre : « Le résultat est la couleur noire. » et « Le résultat est la couleur blanche. ».  Il comprend qu'il y a plus de chances d'obtenir la couleur noire que la couleur blanche, autrement dit, que l'événement « J'obtiens la couleur noire » est plus probable que l'événement « J'obtiens la couleur blanche ». L'élève sait dire qu'il y a plus d'une chance sur deux d'obtenir la couleur noire. Dans le cas où deux issues sont possibles et ont la même chance de se réaliser, l'élève sait exprimer leur probabilité avec les expressions « autant de chance que » ou « une chance sur deux ».

COURS MOYEN DEUXIÈME ANNÉE

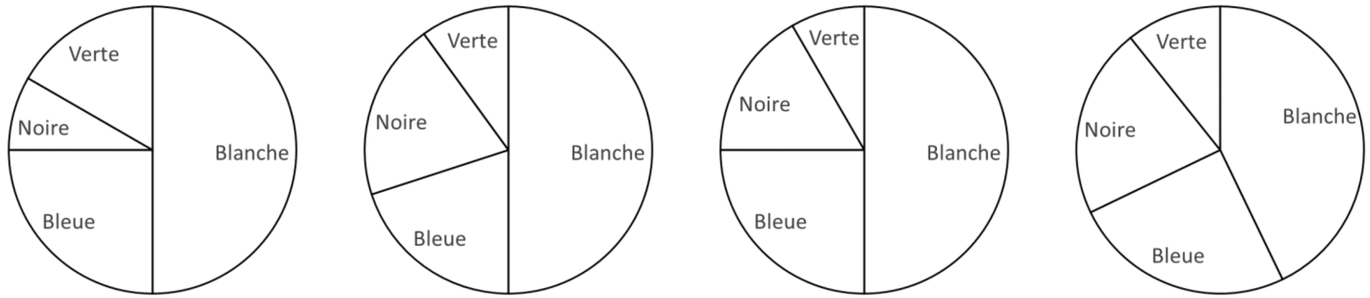
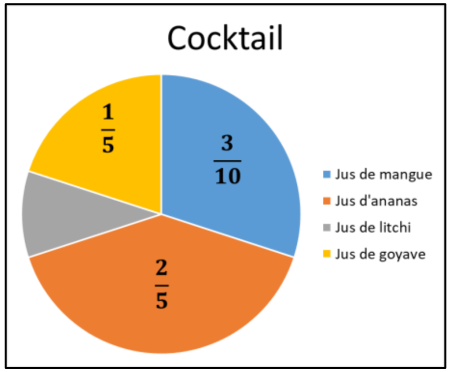
Organisation et gestion de données

Au CM2, comme au CM1, les caractères statistiques étudiés peuvent être aussi bien qualitatifs comme, un moyen de transport, une couleur ou un sport pratiqué, que quantitatifs comme, par exemple, le nombre de frères et sœurs, l'âge exprimé en années entières, la hauteur d'une plante ou la masse d'un animal.
Les élèves résolvent des problèmes dont les données peuvent être prélevées dans un texte, dans des tableaux, dans des diagrammes en barres, dans des diagrammes circulaires ou sur des courbes.
Cette partie du programme est l'occasion de confronter les élèves à des données réelles relatives à des sujets d'actualité, comme le changement climatique, la pollution ou la perte de biodiversité.
Les connaissances et les compétences acquises sont renforcées lors de travaux réalisés dans les autres disciplines : EPS, histoire et géographie, sciences et technologie, etc. Ceci permet la confrontation à divers types de données et à des représentations graphiques variées.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Recueillir des données et produire un tableau, un diagramme en barres ou un ensemble de points dans un repère pour présenter des données recueillies. – Lire et interpréter les données d'un tableau, d'un diagramme en barres, d'un diagramme circulaire ou d'une courbe.	L'élève mène une enquête relative à la répartition d'un caractère dans une population (moyen de transport utilisé, sport pratiqué, etc.) ou effectue des relevés expérimentaux pour étudier l'évolution d'une grandeur au cours du temps (température, longueur, masse, etc.). L'élève compile dans un tableau les données issues d'une enquête qu'il a menée ou d'un document qui lui a été fourni. Il produit un diagramme en barres ou un ensemble de points dans un repère, éventuellement reliés par une courbe pour les représenter. Pour graduer les axes des représentations graphiques, l'élève utilise une échelle adaptée aux données. L'élève sait lire des données présentées dans un tableau ou représentées sur un diagramme en barres, sur un diagramme circulaire ou sur une courbe. L'élève sait interpréter les données pour identifier un caractère plus ou moins fréquent, comparer des évolutions dans le temps, etc. Il sait par exemple répondre à la question suivante en justifiant les raisons pour lesquelles les trois autres graphiques sont rejetés : - Sabine a relevé les couleurs des voitures sur un parking. Les résultats sont fournis dans le tableau suivant :

Couleur	Blanche	Bleue	Noire	Verte	**TOTAL**
Nombre de voitures	30	15	10	5	**60**

Parmi les quatre graphiques ci-dessous, lequel correspond aux données relevées par Sabine ?

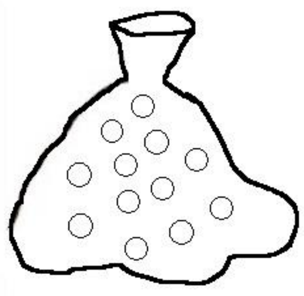
	 Graphique A Graphique B Graphique C Graphique D L'élève sait utiliser une légende pour lire et interpréter un diagramme circulaire ou un document avec plusieurs courbes dans le même repère.
– Résoudre des problèmes en une ou deux étapes en utilisant les données d'un tableau, d'un diagramme en barres, d'un diagramme circulaire ou d'une courbe.	L'élève sait résoudre des problèmes en une ou plusieurs étapes dont les données sont disponibles dans un tableau ou sur une représentation graphique (diagramme en barres, diagramme circulaire ou courbe). L'élève sait résoudre des problèmes en une étape ou deux étapes dont les données sont à recueillir à la fois dans un énoncé et sur une représentation graphique, comme le problème suivant : - Un verre contient 250 mL d'un cocktail réalisé avec la recette fournie par le diagramme ci-dessous. Quel volume de jus de litchi y a-t-il dans ce verre ? 

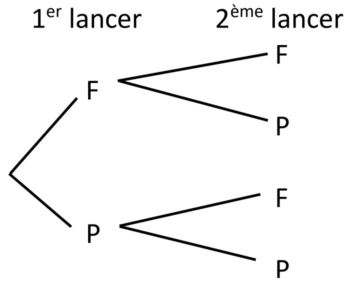
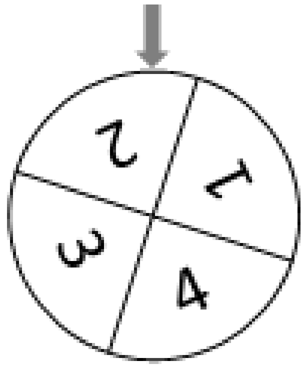
Les probabilités

Au CM2, les élèves renforcent les apprentissages du CM1.
Dans des situations où les issues d'une expérience aléatoire sont équiprobables, les élèves apprennent à identifier et à dénombrer les issues correspondant à un événement. Ces dénombrements leur permettent de quantifier les probabilités d'événements, sous la forme de « *a* chances sur *b* », où *a* est le nombre d'issues réalisant l'événement dont on cherche la probabilité et *b* le nombre total d'issues de l'expérience aléatoire.
La perception de la notion d'indépendance est initiée en reproduisant une même expérience aléatoire, par exemple celle d'un lancer de dé, et en faisant prendre conscience aux élèves que le dé « ne se souvient pas » du résultat sorti lors du lancer précédent. Dans le cas d'une expérience constituée de plusieurs épreuves indépendantes, les

élèves apprennent à utiliser un tableau à double entrée ou un arbre pour recenser, d'une part, toutes les issues possibles et, d'autre part, celles qui réalisent l'événement dont on recherche la probabilité.

Au CM2, le travail sur les probabilités est amorcé au plus tard en période 2.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Identifier toutes les issues possibles lors d'une expérience aléatoire simple. – Identifier toutes les issues réalisant un événement dans une expérience aléatoire simple.	Dans l'expérience qui consiste à tirer une carte dans un jeu de 52 cartes, l'élève sait donner la liste de toutes les issues qui réalisent chacun des événements suivants : - « tirer un roi » ; - « tirer une figure » ; - « tirer un as rouge » ; - « tirer le neuf de trèfle ». Dans l'expérience qui consiste à lancer un dé à six faces, l'élève identifie toutes les issues qui réalisent chacun des événements suivants : - « obtenir un nombre pair » ; - « obtenir un multiple de 3 » ; - « obtenir un diviseur de 10 ».
– Dans une situation d'équiprobabilité, lors d'une expérience aléatoire simple, exprimer la probabilité d'un événement sous la forme « *a* chances sur *b* ». – Comparer des probabilités dans des cas simples.	L'élève sait qu'il y a « une chance sur six » d'obtenir un « 4 » en lançant un dé classique. L'élève sait qu'il y a autant de chances d'obtenir un « 6 » qu'un « 4 » en lançant un dé classique et que cette probabilité est égale à « une chance sur six ». L'élève sait dire et justifier qu'il y a « treize chances sur cinquante-deux » d'obtenir un pique en tirant une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes et « quatre chances sur cinquante-deux » d'obtenir un as. L'élève sait dire qu'il y a plus de chances d'obtenir un pique que d'obtenir un as en tirant une carte dans un jeu de 52 cartes. L'élève sait dire si une probabilité donnée sous la forme « *a* chances sur *b* » est supérieure, égale ou inférieure à « une chance sur deux », et justifier sa réponse en comparant *a* avec la moitié de *b*. L'élève sait colorier chacune des billes du sac ci-contre, soit en rouge, soit en vert, de façon à ce qu'il y ait une chance sur deux d'obtenir une bille verte lorsque l'on tire au hasard, sans regarder, une bille du sac. 
– Comprendre la notion d'indépendance lors de la répétition de la même expérience aléatoire.	L'élève sait que, lorsqu'il répète une même expérience dans des conditions identiques, les résultats antérieurs n'ont aucune incidence sur la probabilité d'obtenir un résultat donné. Par exemple, il sait que lorsqu'il lance une pièce de monnaie non truquée, s'il a obtenu trois fois « face » lors des trois premiers lancers, alors au quatrième lancer, il y a toujours exactement une chance sur deux qu'il obtienne « face » et une chance sur deux qu'il obtienne « pile ».

	L'élève sait résoudre un exercice comme le suivant : « Anissa jette trois fois de suite la même pièce. Elle obtient dans l'ordre les résultats suivants : FACE – PILE – FACE. Elle jette la pièce une quatrième fois. Penses-tu que le quatrième résultat a plus de chances d'être PILE que FACE, a plus de chances d'être FACE que PILE, ou, a autant de chances d'être PILE que FACE ? Explique ta réponse. »
– Dans des situations d'équiprobabilité, recenser toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire en deux étapes dans un tableau ou dans un arbre afin de déterminer des probabilités.	Dans le cas d'expériences aléatoires en deux étapes aux issues équiprobables, l'élève sait recenser toutes les issues possibles en utilisant un tableau à double entrée ou un arbre pour être certain de n'en oublier aucune et de ne pas en comptabiliser certaines deux fois. L'élève sait, par exemple, déterminer, en utilisant un arbre, l'ensemble des issues possibles lorsqu'on lance deux fois une pièce de monnaie :  Il identifie ainsi quatre issues : (F;F), (F;P), (P;F) et (P;P) et distingue les issues (F;P) et (P;F). L'élève sait dire qu'il y a une chance sur quatre d'obtenir chacune des issues. L'élève sait dire qu'il y a autant de chances d'obtenir chacun des quatre résultats possibles en faisant tourner une fois la roue ci-contre. Il sait, par exemple, dire qu'il y a une chance sur quatre d'obtenir le nombre 2 en faisant tourner la roue.  L'élève sait justifier ses affirmations en s'appuyant sur le partage de la roue en 4 secteurs superposables et donc ayant autant de chance d'être obtenus à chaque tour de roue. L'élève sait déterminer la probabilité d'obtenir (2;3) en tournant deux fois la roue ci-contre, c'est-à-dire d'obtenir 2 au premier tour de roue et 3 au second tour de roue. Pour cela il peut réaliser un tableau pour recenser les différents couples pouvant être obtenus.

1er tour \ 2e tour	1	2	3	4
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)

En s’appuyant sur le tableau, l’élève sait dire qu’il y a 1 chance sur 16 d’obtenir (2;3), c’est-à-dire 2 au premier tour de roue puis 3 au second tour de roue en tournant deux fois la roue.

CLASSE DE SIXIÈME

Organisation et gestion de données

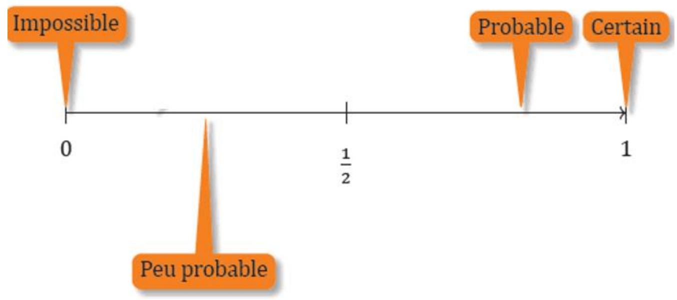
À l'école élémentaire, les élèves ont recueilli des données et ont construit des tableaux à simple ou double entrée, des diagrammes en barres ou des courbes pour les présenter. Inversement, ils ont lu et interprété les données d'un tableau à double entrée, d'un diagramme en barres, d'un diagramme circulaire et d'une courbe. Ils ont résolu des problèmes en une ou deux étapes mobilisant ces différents types de représentation.
En 6e, l'élève consolide ces notions, en menant lui-même les différentes phases d'une enquête statistique, ce qui le conduit à prendre des initiatives et à organiser son travail. Il est confronté à des données objectives relatives à des sujets d'actualité comme le changement climatique, la pollution ou la perte de biodiversité. L'interprétation de ces données sollicite son esprit critique et sa capacité d'argumentation. Au-delà des compétences psychosociales qu'il permet de développer, l'enseignement de cette partie du programme assure l'acquisition de connaissances et de méthodes très utiles dans d'autres disciplines comme, par exemple, la géographie, les sciences et l'EPS.

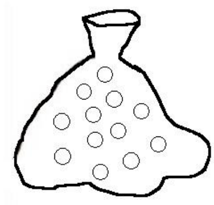
<table>
<tr><th>Objectifs d'apprentissage</th><th>Exemples de réussite. Commentaires.</th></tr>
<tr><td>Automatismes</td><td>L'élève sait lire un tableau, un diagramme en barres, un diagramme circulaire ou une courbe dans des cas adaptés à une lecture immédiate.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaissances et capacités attendues</td></tr>
<tr><td>– Planifier une enquête et recueillir des données.

– Réaliser des mesures et les consigner dans un tableau.</td><td>L'élève mène seul, en binôme, ou à l'intérieur d'un groupe plus large, une enquête statistique portant sur la répartition d'un caractère dans une population. Pour cela, il définit la population à étudier, élabore un questionnaire et recueille les données, qu'il met éventuellement en commun avec ses camarades avant de les compiler dans un tableau.
L'élève réalise des mesures destinées à étudier l'évolution d'une grandeur en fonction d'une autre. Il consigne les résultats dans un tableau, puis les représente dans un repère par un ensemble de points. Il adapte le choix de l'origine et d'une graduation de chacun des axes aux mesures.</td></tr>
<tr><td>– Construire un tableau simple pour présenter des données (observations, caractères).</td><td>Par exemple, l'élève construit un tableau en colonnes pour organiser les informations contenues dans le texte suivant, en précisant le titre de chaque colonne.
« Des élèves ont relevé des températures et des taux d'hygrométrie dans la cour du collège à différentes heures d'une journée. À 8 h, il faisait 12°C et il y avait 75 % d'humidité dans l'air ; à 10 h, la température était de 18°C et le taux d'hygrométrie de 61 % ; à 12 h, la température était de 24°C et le taux d'hygrométrie de 43 %, et enfin à 16 h, la température était de 22°C et le taux d'hygrométrie de 42 %. »</td></tr>
<tr><td>– Faire un choix en filtrant les données d'un tableau selon un critère.</td><td>Le tableau suivant est extrait d'un site de covoiturage :
Paris – Les Sables d'Olonne : jeudi 1er juillet
<table>
<tr><th>Conducteur</th><th>Voiture</th><th>Départ</th><th>Arrivée</th><th>Tarif</th></tr>
<tr><td>Romain</td><td>Citroën C5</td><td>7 h 30</td><td>12 h 40</td><td>25,00 €</td></tr>
<tr><td>Freddy</td><td>Ford Fiesta</td><td>8 h 00</td><td>12 h 50</td><td>22,00 €</td></tr>
<tr><td>Isa</td><td>Peugeot 208</td><td>8 h 20</td><td>13 h 10</td><td>24,00 €</td></tr>
<tr><td>Séverine</td><td>Ford SMax</td><td>8 h 30</td><td>13 h 15</td><td>25,00 €</td></tr>
<tr><td>Éric</td><td>Fiat Bravo</td><td>8 h 40</td><td>13 h 30</td><td>26,00 €</td></tr>
</table>
L'élève compare les meilleurs choix pour aller de Paris aux Sables d'Olonne selon le critère retenu.</td></tr>
</table>

Les probabilités

Au CM2, dans une situation d'équiprobabilité, les élèves ont appris à dénombrer l'ensemble des issues, à identifier et à dénombrer celles qui correspondent à un événement. Ces dénombrements leur ont permis de quantifier les probabilités d'événements, sous la forme de « a chances sur b », où a est le nombre d'issues correspondant à l'événement et b le nombre total d'issues de l'expérience aléatoire.
Ils ont également travaillé sur la répétition d'une même expérience aléatoire, par exemple celle du lancer d'une pièce de monnaie, et sur la notion d'indépendance, en prenant conscience que le dé « ne se souvient pas » du résultat qu'il a fourni lors du lancer précédent. Dans le cas d'une expérience constituée de deux épreuves indépendantes, les élèves ont appris à utiliser des tableaux à double entrée ou des arbres pour recenser toutes les issues possibles et celles qui réalisent l'événement dont on cherche la probabilité.
En 6^{e}, un premier objectif est de passer de la traduction d'une probabilité en termes de chances (a chances sur b) à son expression par le nombre égal au quotient $\frac{a}{b}$ (pouvant être lu « a sur b »), qui peut s'exprimer comme une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage.
On introduit également une approche fréquentiste des probabilités. Cela permet d'interpréter certains résultats abordés au cours moyen.
Il n'est pas attendu que l'élève utilise le vocabulaire spécifique aux probabilités (expérience, issue, univers, événement) de manière autonome, mais le professeur peut l'employer.

Objectifs d'apprentissage	**Exemples de réussite. Commentaires.**
Connaissances et capacités attendues	
– Savoir que la probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1.	L'élève sait positionner un événement sur une échelle de probabilité graduée de 0 à 1 en interprétant la situation. Par exemple : – obtenir un 7 en lançant un dé à six faces numérotées de 1 à 6 ; – obtenir un nombre entier compris entre 1 et 6 inclus en lançant un dé à six faces ; – obtenir pile en lançant une pièce équilibrée ; – ne pas obtenir la bonne combinaison au loto ; – obtenir 10 fois de suite la valeur 1 en lançant un dé à six faces.  L'élève sait que la probabilité d'un événement impossible vaut 0 et que celle d'un événement certain vaut 1. Il fait le lien entre l'expression « une chance sur quatre » employée au cours moyen et la probabilité $\frac{1}{4}$ (qui peut se lire 1 sur 4).
– Calculer des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité.	L'élève sait qu'une probabilité peut s'exprimer sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage. Par exemple, il calcule la probabilité d'obtenir une boule noire en piochant au hasard, sans regarder, une boule dans une urne contenant 3 boules noires et 7 boules blanches.

	L'élève colorie chacune des billes du sac ci-contre, soit en rouge, soit en bleu, de façon à ce que la probabilité d'obtenir une bille bleue lorsqu'on tire au hasard, sans regarder, une bille du sac, soit égale à $\frac{1}{4}$ ou à 25% ou à 0,25. 
– Expérimenter le hasard.	L'élève répète une même expérience aléatoire plusieurs fois, dans des conditions similaires, et calcule des proportions. Par exemple, chaque élève de la classe lance 20 fois de suite deux pièces de monnaie et note à chaque lancer le résultat obtenu (qui peut être deux fois FACE, une fois PILE et une fois FACE ou deux fois PILE). Tous les résultats obtenus sont mis en commun afin de calculer la proportion d'apparition de « deux fois PILE » parmi l'ensemble de tous les résultats obtenus. Cette proportion est comparée à la probabilité d'obtenir « deux fois PILE » vue au cours moyen.

5. LA PROPORTIONNALITÉ

COURS MOYEN PREMIÈRE ANNÉE

Le travail sur la proportionnalité conduit au CM1 s'inscrit dans la continuité du travail sur la résolution de problèmes multiplicatifs mené au cycle 2. En effet, les élèves ont déjà résolu des exemples simples de problèmes relevant de la proportionnalité comme, « Des tee-shirts coûtent 13 € chacun. Quel est le prix de six tee-shirts ? ».

Au CM1, la notion de proportionnalité entre deux grandeurs est explicitement introduite dans le cadre de la résolution de problèmes : les élèves apprennent à identifier des situations relevant de la proportionnalité et à mettre en œuvre dans ce cadre des raisonnements fondés sur la propriété de la linéarité pour la multiplication. Par exemple, pour le problème « Quatre pains aux raisins coûtent 7 €. Quel est le prix de douze pains aux raisins ? », les élèves comprennent qu'il est inutile de déterminer le prix unitaire pour répondre à la question posée.

Afin d'éviter le risque de développement d'automatismes ne s'appuyant pas sur le sens, les élèves n'utilisent pas de tableaux de proportionnalité au cours moyen. La résolution de problèmes de proportionnalité s'appuie uniquement sur des raisonnements formulés en langage naturel, à l'oral comme à l'écrit : « Si j'achète trois fois plus de pains aux raisins, alors je vais payer trois fois plus. », « Si je prends quatre fois moins de feuilles de papier, alors l'épaisseur de la pile de feuilles sera quatre fois plus petite. », etc.

Au cours moyen, les problèmes posés le sont tous dans le cadre des grandeurs et ne portent pas sur des suites de nombres hors contexte.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Identifier une situation de proportionnalité.	Dans une situation faisant intervenir deux grandeurs, l'élève sait dire et justifier si celles-ci sont proportionnelles ou non. Il sait, par exemple, expliquer que l'âge et la taille d'une personne ne sont pas proportionnels : « À quarante ans, on n'est pas deux fois plus grand qu'à vingt ans. ». Il sait également dire : « Ces manuels sont tous identiques, donc ils ont tous la même masse. La masse d'une pile de manuels est donc proportionnelle au nombre de manuels : s'il y a trois fois plus de manuels dans la pile, alors elle est trois fois plus lourde. ».
– Savoir résoudre un problème de proportionnalité.	L'élève sait résoudre un problème faisant intervenir deux grandeurs proportionnelles, en utilisant une seule fois la propriété de la linéarité pour la multiplication. Il sait par exemple résoudre les problèmes suivants. – Cinq manuels de mathématiques identiques pèsent 2 kg. Quelle est la masse de quinze de ces manuels ? – Au marché, les cerises sont vendues « au poids ». J'ai acheté 400 g de cerises pour 7 euros. Quel est le prix de 200 g de cerises ? – Dix allumettes mises bout à bout ont pour longueur 50 cm. Combien d'allumettes faudrait-il mettre bout à bout pour obtenir 1 km ? L'élève sait justifier oralement ou par écrit sa procédure de résolution d'un problème de proportionnalité : par exemple, « Les cerises sont vendues « au poids » donc le prix payé est proportionnel à la masse achetée. Si j'achète deux fois moins de cerises alors cela va coûter deux fois moins cher. ».

COURS MOYEN DEUXIÈME ANNÉE

Le travail sur la proportionnalité conduit au CM2 s'inscrit dans la continuité du travail mené au CM1 : les savoir-faire développés se consolident et s'enrichissent à travers la résolution de problèmes nécessitant plusieurs étapes.

Afin d'éviter le risque de développement d'automatismes ne s'appuyant pas sur le sens, les élèves n'utilisent pas de tableaux de proportionnalité au cours moyen. La résolution de problèmes de proportionnalité s'appuie uniquement sur des raisonnements formulés en langage naturel, à l'oral comme à l'écrit : « Si j'achète trois fois plus de pains aux raisins, alors je vais payer trois fois plus. », « Si je prends quatre fois moins de feuilles de papier, alors l'épaisseur de la pile de feuilles sera quatre fois plus petite. », etc.

Les problèmes posés le sont tous dans le cadre des grandeurs et ne portent pas sur des suites de nombres hors contexte. Seuls des raisonnements fondés sur les propriétés de linéarité pour la multiplication et pour l'addition sont attendus ; ni l'utilisation du coefficient de proportionnalité, ni le recours au « produit en croix » ne sont enseignés au cours moyen.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Identifier une situation de proportionnalité.	Dans une situation faisant intervenir deux grandeurs, l'élève sait dire et justifier si celles-ci sont proportionnelles ou non. Il sait, par exemple, expliquer que l'âge et la taille d'une personne ne sont pas proportionnels : « À quarante ans, on n'est pas deux fois plus grand qu'à vingt ans. ». Il sait également dire : « Ces manuels sont tous identiques, donc ils ont tous la même masse. La masse d'une pile de manuels est proportionnelle au nombre de manuels : s'il y a trois fois plus de manuels dans la pile, alors elle est trois fois plus lourde. ».
– Savoir résoudre un problème de proportionnalité.	L'élève sait résoudre un problème de proportionnalité en utilisant une ou deux fois la propriété de linéarité pour la multiplication. Il sait, par exemple, résoudre le problème « 200 feuilles d'un certain papier ont une épaisseur de 24 mm. Quelle est l'épaisseur de 250 feuilles de ce papier ? » en commençant par chercher l'épaisseur de 50 feuilles (quatre fois moins que 200 feuilles), puis en multipliant le résultat par cinq. L'élève sait résoudre un problème de proportionnalité en utilisant une fois la propriété de linéarité pour la multiplication, puis la propriété de linéarité pour l'addition. Il sait par exemple résoudre le problème « 200 feuilles d'un certain papier ont une épaisseur de 24 mm. Quelle est l'épaisseur de 250 feuilles de ce papier ? » en commençant par chercher l'épaisseur de 50 feuilles (quatre fois moins que 200 feuilles), puis en ajoutant l'épaisseur de 200 feuilles et celle de 50 feuilles pour trouver l'épaisseur de 250 feuilles. L'élève sait résoudre un problème de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée aux nombres présents dans l'énoncé et aux faits numériques qu'il connait. Par exemple, il comprend qu'il n'a pas besoin de chercher l'épaisseur d'une feuille de papier pour résoudre le problème précédent. Quand il ne reconnait pas de relations multiplicatives simples entre les nombres de l'énoncé, l'élève sait qu'il peut « passer par l'unité ». Il sait par exemple résoudre le problème : « 3 plaques d'un certain carton ont une épaisseur de 24 mm. Quelle est l'épaisseur de 5 plaques de ce carton ? » en commençant par chercher l'épaisseur d'une plaque.

CLASSE DE SIXIÈME

Au cours moyen, la proportionnalité, qui concernait uniquement des grandeurs, était identifiée par l'effet sur la deuxième grandeur de la multiplication de la première par un nombre donné (souvent la multiplication par 2). L'élève a ainsi appris à identifier des situations de proportionnalité et à mettre en œuvre, pour les traiter, des raisonnements fondés sur la propriété de linéarité pour la multiplication ou pour l'addition.

En 6^{e}, les grandeurs demeurent le cadre exclusif d'étude de la proportionnalité, qui ne concerne donc pas les suites de nombres. La définition de la proportionnalité entre deux grandeurs est formalisée et reliée à l'utilisation d'expression du type « prix au kilo ». Celles-ci préfigurent la notion de grandeur quotient qui sera étudiée au cycle 4. L'élève est sensibilisé au « modèle » de la proportionnalité. Il résout des problèmes qui en relèvent en utilisant la procédure la mieux adaptée aux nombres mis en jeu : linéarité multiplicative ou additive, retour à l'unité. Comme au cours moyen, il est encouragé à laisser apparaitre à l'intérieur de ses calculs les unités des grandeurs manipulées.

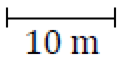
Plusieurs outils permettent de représenter une situation de proportionnalité : tableau, flèches, parenthèses (qui anticipent la notation fonctionnelle). Lorsqu'il s'agit d'un tableau, le nom de chaque grandeur, accompagné de son unité, y figure explicitement. La recherche de données manquantes dans un tableau s'appuie sur le sens de la proportionnalité : l'élève verbalise les relations entre les mesures de l'une des grandeurs (deux fois plus, trois fois moins, etc.) ou s'appuie sur la constance d'une grandeur du type « prix au kilo » ou « nombre de battements du cœur par minute » relevant du langage courant. Dans cette optique de compréhension du sens de la proportionnalité, notion essentielle dans la vie courante et dans beaucoup d'autres disciplines, la technique du « produit en croix » n'est pas enseignée.

Objectifs d'apprentissage	**Commentaires et exemples de réussite**
Automatismes	L'élève sait repérer des relations multiplicatives simples entre des nombres (double, quadruple, moitié, tiers, quart). Il associe de manière automatique les expressions du type : « quatre fois plus grand, quatre fois plus petit, cinq fois plus, cinq fois moins » à une multiplication ou à une division.
Connaissances et capacités attendues	
– Connaitre la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs et la mettre en lien avec des expressions de la vie courante. – Identifier si une situation relève du « modèle » de la proportionnalité.	L'élève sait que deux grandeurs sont proportionnelles si, en multipliant les mesures de l'une par un même nombre (non nul), on obtient les mesures de l'autre. Il sait que des locutions du type « prix au kilo » ou « nombre de feuilles imprimées par minute » traduisent la proportionnalité des grandeurs évoquées. L'élève est sensibilisé au « modèle » de la proportionnalité. Par exemple, des questions comme les suivantes donnent lieu à un débat au sein de la classe. – Un paquet de gâteaux coûte habituellement 1,20€. Lors d'une promotion, un magasin propose la vente de ces gâteaux par lots de 4 paquets. Peut-on prévoir le prix du lot ? – Si on connait le nombre de véhicules ayant franchi un péage entre 7 h du matin et 7 h 15, peut-on prévoir le nombre de véhicules qui le franchiront entre 7 h et 7 h 30 ? Et entre 12 h et 12 h 30 ? – La hauteur classique des marches d'un escalier varie entre 17 cm et 19 cm. Peut-on estimer de quelle hauteur on s'élève si on gravit 5 marches ?

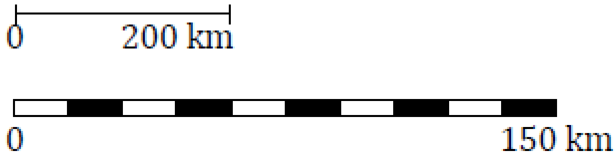
<table>
<tr>
<td>– Résoudre un problème de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée : propriété de linéarité pour la multiplication ou l'addition, retour à l'unité.</td>
<td>L'élève sait que, dans une situation relevant du modèle de proportionnalité, une seule paire de données suffit pour obtenir toutes les autres.
Par exemple, il sait résoudre le problème suivant : « Un cultivateur vend des pommes de terre au poids. Léo paie 5 € pour un sac de 2,5 kg. Quel prix doit payer Lilou pour deux sacs de 5 kg ? De quelle masse de pommes de terre dispose Paul qui a payé 15 € ? »

L'élève sait appliquer ensuite la propriété de linéarité additive pour calculer, par exemple, le prix de 12,5 kg de pommes de terre.

L'élève mobilise les relations entre les nombres entiers et les procédures de calcul mental apprises au cours moyen pour résoudre mentalement des problèmes du type :
« Si 10 objets identiques coûtent 22 €, combien coûtent 15 de ces objets ? ».
Il mobilise ses connaissances sur les nombres décimaux pour résoudre un problème du type : « Si des pommes sont vendues au poids et que 5 kg coûtent 10,50 €, quel est le prix de 3,5 kg ? ».
De nombreuses méthodes sont possibles pour résoudre ce problème : retour à l'unité, relations multiplicatives (passage de 5 à 35, puis de 35 à 3,5), passage par le prix de 500 g ou de 2,5 kg, etc. Elle sont présentées et discutées en classe.</td>
</tr>
<tr>
<td>– Représenter une situation de proportionnalité à l'aide d'un tableau ou de notations symboliques.</td>
<td>Par exemple, dans le problème ci-dessus concernant le prix des pommes de terre, l'élève représente les données de l'énoncé et de la consigne dans le tableau :
<table>
<tr><td>Masse de pommes de terre(en kg)</td><td>2,5</td><td>10</td><td>12,5</td><td>?</td></tr>
<tr><td>Prix (en €)</td><td>5</td><td>?</td><td>?</td><td>15</td></tr>
</table>
Il peut aussi utiliser des flèches :
2,5 kg → 5 € ;
10 kg → ? € ;
12,5 kg→ ? € ;
? kg→ 15€.
En fin d'année scolaire, afin de préparer à la notation fonctionnelle, le professeur peut présenter la notation p(2,5 kg) = 5 €, dont la maitrise n'est pas un attendu du programme.</td>
</tr>
<tr>
<td>– S'initier à la résolution de problèmes d'échelles.</td>
<td>L'élève verbalise la signification d'une échelle graphique.
Par exemple, pour l'échelle graphique ci-dessous, où le segment mesure 1 cm, la verbalisation peut se faire sous la forme « 1 cm sur le plan correspond à 10 m dans la réalité » ou « on a 10 m dans la réalité par centimètre sur le plan ».

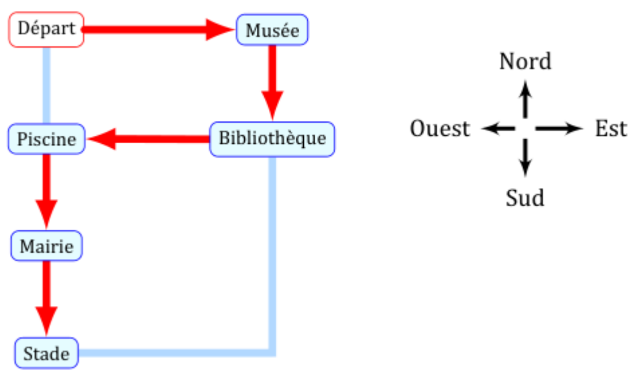


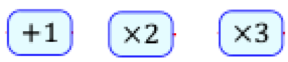
L'élève sait utiliser une échelle graphique pour déterminer des longueurs réelles à partir de mesures réalisées sur une carte, sur un plan ou sur une image (par exemple celle d'une cellule en sciences de la vie et de la Terre).
Différents modèles d'échelles graphiques peuvent être présentés, par exemple :</td>
</tr>
</table>

	 0 200 km 0 150 km

6. INITIATION À LA PENSÉE INFORMATIQUE

CLASSE DE SIXIÈME

<table>
<tr><td colspan="2">Le mode de pensée informatique est une approche universelle permettant de résoudre des problèmes complexes en tirant partie des processus de calcul, qu'ils soient exécutés par des humains ou par des machines. S'initiant à la pensée informatique, l'élève développe des connaissances et des capacités qui sont transposables à d'autres disciplines et qui le préparent déjà aux défis du monde contemporain.
Au cours moyen l'élève a développé des raisonnements qui relèvent de la pensée informatique : algorithmes des opérations posées, programmes de constructions géométriques, programmes de calcul, suites évolutives.
En plus de la consolidation des raisonnements précédents, le programme de 6^e permet l'initiation progressive à la compréhension de notions plus spécifiques de l'informatique : instructions, séquences d'instructions, entrées, sorties, répétitions. Les activités proposées peuvent se faire avec ou sans machine (robot ou logiciel de programmation graphique par blocs comme Scratch). L'utilisation d'un tableur peut également être envisagée pour l'étude des suites évolutives de nombres.</td></tr>
<tr><th>Objectifs d'apprentissage</th><th>Exemples de réussite. Commentaires.</th></tr>
<tr><td colspan="2">Activités algorithmiques</td></tr>
<tr><td>– Identifier une instruction ou une séquence d'instructions.</td><td>L'élève manipule et identifie des instructions selon le contexte choisi : déplacements élémentaires, opérations mathématiques, etc.
Par exemple, l'élève retrouve parmi plusieurs séquences d'instructions qui lui sont fournies, celle qui permet de dessiner un carré.</td></tr>
<tr><td>– Produire et exécuter une séquence d'instructions.</td><td>Par exemple, l'élève interprète le schéma suivant dans lequel les flèches rouges représentent le parcours d'un bus. Il dispose de deux cartes d'instructions « Aller à » et « Tourner vers » ainsi que de cartes de lieu et de direction « Bibliothèque », « Mairie », « Stade », etc., « Est », « Ouest », etc.
Il les ordonne pour retranscrire le parcours du bus en une séquence d'instructions.


Par exemple, l'élève dispose de cartes figurant les opérations mathématiques « ajouter 1 », « multiplier par 2 », « multiplier par 3 ».


Il les ordonne pour réaliser un programme de calcul, par exemple « Multiplier un nombre par 2.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Ajouter 1 au résultat.
Multiplier par 3 le nouveau résultat. »
Il exécute ce programme de calcul à partir d’un nombre donné en entrée et obtient un nombre en sortie.
$4 \longrightarrow \boxed{\times 2} \longrightarrow \boxed{+1} \longrightarrow \boxed{\times 3} \longrightarrow 27$
Par exemple, à partir du trajet représenté en jaune sur la grille de nombres ci-dessous, l’élève produit une séquence d’instructions permettant de déplacer un robot selon le trajet imposé et de calculer la somme des nombres inscrits sur les cases par lesquelles il passe.
<table>
<tr><td>4</td><td>2,9</td><td>7</td><td>6</td></tr>
<tr><td>0,2</td><td>3,1</td><td>5</td><td>1,3</td></tr>
<tr><td>8</td><td>3,4</td><td>1,2</td><td>9</td></tr>
<tr><td>5,7</td><td>6</td><td>0,8</td><td>1,3</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>– Répéter à la main une suite d’instructions pour accomplir une tâche imposée.</td>
<td>Par exemple, l’élève identifie et répète une séquence d’instructions pour obtenir une construction géométrique simple, comme celle d’un carré.
Par exemple, l’élève identifie que l’instruction « multiplier par 2 » permet de passer d’un terme au suivant dans la suite évolutive de nombres : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; etc.
Il comprend que, pour obtenir le onzième terme de cette suite, il faut répéter 10 fois l’instruction « multiplier par 2 ».</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Découverte de la programmation</td>
</tr>
<tr>
<td>– Programmer la construction d’un chemin simple.
– Programmer le calcul d’une suite évolutive de nombres.</td>
<td>À la suite de la résolution, de manière débranchée, des exercices ci-dessus, l’élève écrit et exécute un programme permettant de dessiner le chemin du bus ou celui du robot.
À la suite de la résolution, de manière débranchée, de l’exercice sur la suite évolutive de nombres, l’élève écrit et exécute un programme calculant son cinquantième terme.</td>
</tr>
</table>