Document à destination des enseignants de Sciences Physiques et de Sciences de l'Ingénieur
Eléments de description des programmes, points de vigilance, exemples… pour faciliter l'articulation des deux disciplines

Sciences Physiques	Sciences de l'Ingénieur
MOUVEMENT DU POINT	**MOUVEMENT DU POINT ET DU SOLIDE**

Sciences Physiques – MOUVEMENT DU POINT

Le programme de terminale permet d'aborder explicitement les notions de vecteurs vitesse et accélération.

L'élève doit être capable de :

- Citer et exploiter les expressions des coordonnées des vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet, dans le cas d'un mouvement circulaire.

- Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants :
  rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré, circulaire, circulaire uniforme.

Points de vigilance, commentaires…

Au lycée, l'étude du mouvement d'un système se réduit à l'étude du mouvement de son centre d'inertie. Donc pas d'étude de rotation des systèmes et donc pas de notion de moment.

Le programme de la classe de 2nde le précise bien : « Décrire le mouvement d'un système par celui d'un point et caractériser cette modélisation en termes de perte d'informations. »
L'utilisation du repère de Frenet est, dans les exercices, le plus souvent associée à un mouvement circulaire uniforme de satellites ou de planètes (donc pas d'accélération tangentielle) même si l'analyse d'un mouvement circulaire accéléré ou ralenti n'est pas exclue.
VoirQuestion6-Sujet-Métropole-J2-2022-J2-RameDeMétro

Remarque : La vitesse angulaire n'est pas au programme mais peut être éventuellement utilisée par un élève de SI
VoirQuestion4-Sujet-CentreEtranger-J2-2023-EssoreuseAsalade

Remarque : La mécanique des fluides n'est pas abordée en terminale dans l'enseignement complémentaire de sciences physiques. Cependant en classe de première, la loi de la statique des fluides a été vue ($\Delta p = - \rho \times g \times \Delta z$)

Sciences de l'Ingénieur – MOUVEMENT DU POINT ET DU SOLIDE

Le programme de terminale permet de développer les compétences *(titre en gras)* et connaissances associées *(puces)* qui suivent.
L'élève doit être capable de :
Modéliser les mouvements
- Trajectoires et mouvement
- Liaisons (cinématiques)
- Torseurs cinématiques

Déterminer les grandeurs géométriques et cinématiques d'un mécanisme
- Positions, vitesses et accélérations linéaire et angulaire sous forme vectorielle
- Champ des vitesses
- Composition des vitesses dans le cas d'une chaîne ouverte
- Loi d'entrée/sortie d'un mécanisme dans le cas d'une chaîne fermée (fermeture géométrique)

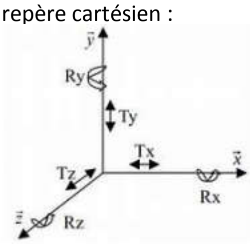
Compléments sur les connaissances associées :
- Mécanique du point
  - bases, repères et référentiels
  - fermeture géométrique
  - dérivée d'un vecteur position exprimé dans la base de dérivation
- Mécanique du solide
  - torseur cinématique
  - composition des mouvements

Remarque : il est vivement conseillé que ses compétences soient acquises en fin de 1ère.

Objets d'étude cinématique - Contexte

Les systèmes objets d'étude cinématique en SI sont des ensembles mécaniques composés d'éléments solides, rigides ou élastiques, en liaisons mobiles les uns par rapport aux autres.
Les mobilités envisagées sont les 6 déplacements élémentaires possibles entre deux éléments sans contact relatif dans un repère cartésien :

- 3 translations (chacune le long d'un axe) ;
- 3 rotations (chacune autour d'un axe).



Chaque élément du mécanisme considéré est un composant simple, ou un groupe de pièces sans mobilité relative entre elles (donc en liaison complète).
Les liaisons mobiles autorisent une ou plusieurs mobilités.
Les éléments (solides) ainsi considérés peuvent rarement être ramenés à un point affecté d'une masse.
L'étude du comportement de ces "mécanismes" en SI aborde par conséquent tous les cas de mouvement possibles dans l'espace tridimensionnel. Néanmoins, les études de cas sont le plus souvent limitées à des problèmes plans : translations possibles dans ce plan et/ou rotations autour d'un axe fixe perpendiculaire à ce plan.

Les obstacles à la bonne compréhension des élèves :
- Difficultés mathématiques (équations horaires qui sont des "fonctions de t", tendance à remplacer cette variable par des "valeurs"...

- Compréhension "mentale" des systèmes étudiés parfois difficile selon les documents fournis (apports positifs des modèles 3D)

Notation, relations, grandeurs

Les notions de vecteur vitesse et vecteur accélération sont construites progressivement de la 2nde à la terminale.
D'abord approximés en 2nde et en 1ère comme des variations sur un petit intervalle de temps
$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}$ et $\frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{V'} - \vec{V}}{\Delta t}$

En terminale ces vecteurs sont définis comme des vecteurs dérivés $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ et $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Ainsi les coordonnées de ces vecteurs sont écrites à partir des notations différentielles
$v_x = \frac{dx}{dt}$ et $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$

Les notations suivantes ne sont pas utilisées en terminale
$v_x = x'$ $v_x = \dot{x}$ $a_x = x"$ $a_x = \ddot{x}$

ATTENTION !!!
En physique, la valeur (la norme, l'intensité) d'un vecteur (force, accélération, vitesse…) est forcément positive : **par exemple un mouvement ralenti n'a pas une accélération négative.**
C'est la projection (la coordonnée, la composante) sur un axe qui peut être positive ou négative.

Exemple :
[Sujet2022-Gyropode-AvecNotationsRigoureuses+Loi2DeNewton]

Précisions sur les attendus :

Mouvement d'un solide (par rapport à un solide de référence)
- rotation
  - autour d'un point (rotule)
  - autour d'un axe (pivot)
- translation
  - rectiligne,
  - circulaire
  - curviligne
- les mouvements peuvent être uniformes (accélération nulle - vitesse constante) ou uniformément variés (accélérés - accélération positive - ou décélérés ou ralentis - accélération négative)

Trajectoire d'un point (appartenant à un solide en mouvement par rapport à un solide dé référence)
- identification : reconnaissance et description littérale et/ou mathématique
- traçage ou construction graphique (problèmes plans)

Equations horaires du mouvement d'un solide/d'un point
- translation (mouvement du solide défini par celui d'un de ses points)
  - accélération
  - vitesse
  - position
- rotation (autour d'un axe fixe)
  - accélération angulaire
  - vitesse angulaire
  - position angulaire
  - vecteur accélération et vecteur vitesse d'un point du solide, fonction de sa position par rapport au centre de rotation - repère de Frenet ou repère absolu

Points de convergence et différences d'approche

Sciences Physiques	Sciences de l'Ingénieur

Notions de MOUVEMENTS

Un mouvement peut être qualifié de :
RECTILIGNE (si la trajectoire est une droite ou un segment de droite)
CIRCULAIRE (si la trajectoire est cercle ou un arc de cercle)
CURVILIGNE (si la trajectoire est une courbe quelconque)

Vecteur Vitesse

$$\vec{V}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

$$V_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

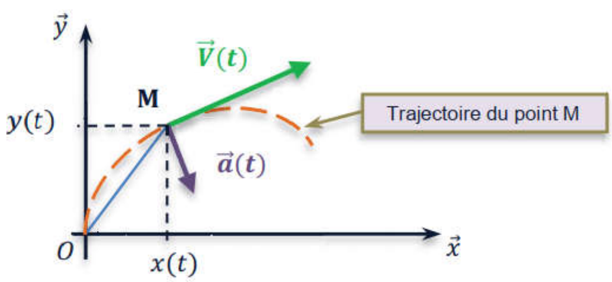
$$V_y(t) = \frac{dy(t)}{dt}$$

Vecteur Accélération

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

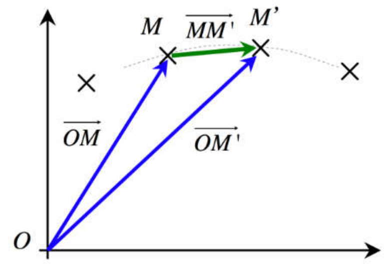
$$a_x(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

$$a_y(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2}$$



Sciences Physiques	Sciences de l'Ingénieur

Vitesse et accélération



On peut repérer la position d'un mobile M à l'aide de ses coordonnées : $\boxed{\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}$

Vecteur vitesse
Le vecteur vitesse instantanée d'un système M est la dérivée par rapport au temps de son vecteur position.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

$$\vec{v} \begin{pmatrix} v_x = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} \end{pmatrix}$$

Vecteur accélération
Le vecteur accélération instantanée d'un système M est la dérivée par rapport au temps de son vecteur vitesse.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} \\ a_z = \dfrac{dv_z}{dt} \end{pmatrix}$$

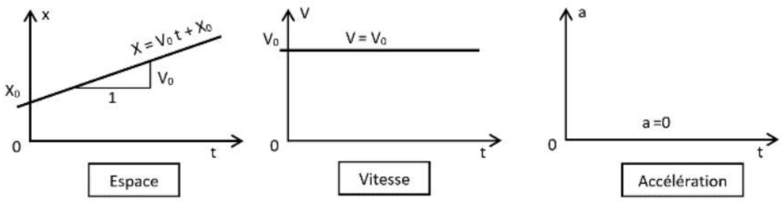
Mouvement rectiligne uniformément varié

Le vecteur vitesse n'est pas constant.
Le vecteur accélération est constant.
Les vecteurs vitesse et accélération ont la direction du mouvement.
S'il y a accélération, alors le vecteur accélération est dans le sens du mouvement
S'il y a décélération ou ralentissement alors le vecteur accélération s'oppose au mouvement.

Mouvement rectiligne uniforme

Equations du mouvement et allures typiques :

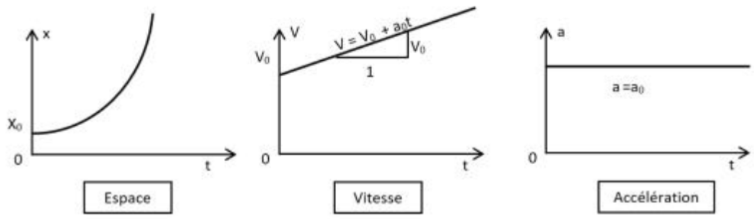
$$a = 0$$
$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 = constante$$
$$x = v_0\, t + x_0$$



Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Equations du mouvement et allures typiques :

$$a = a_0 = constante$$
$$v = \frac{dx}{dt} = a_0\, t + v_0$$
$$x = a_0\, \frac{t^2}{2} + v_0\, t + x_0$$

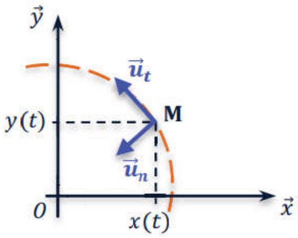


En Sc.Ph. ces équations sont à démontrer alors qu'en SI elles sont considérées comme connues.

Vitesse et accélération

Mouvement circulaire uniforme

$v(t) = constant$
$\overrightarrow{a(t)} = \frac{v^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_n}$



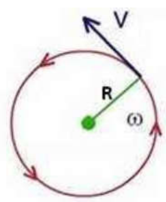
Mouvement circulaire uniforme varié

$v(t) \neq constant$
$\overrightarrow{a(t)} = \frac{dv}{dt} \cdot \overrightarrow{u_t} + \frac{v^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_n}$

Mouvement de rotation

Vitesse angulaire

$$\omega = \frac{\theta}{\Delta t} \qquad \begin{cases} \omega : \text{vitesse angulaire (rad/s)} \\ \theta : \text{angle balayé (rad)} \\ \Delta t : \text{durée de rotation (s)} \end{cases}$$



Vitesse linéaire

$$v = R\,.\,\omega \qquad \begin{cases} v : \text{vitesse (m/s)} \\ R : \text{distance avec l'axe de rotation (m)} \\ \omega : \text{vitesse angulaire (rad/s)} \end{cases}$$

Cas d'une rotation uniformément accélérée

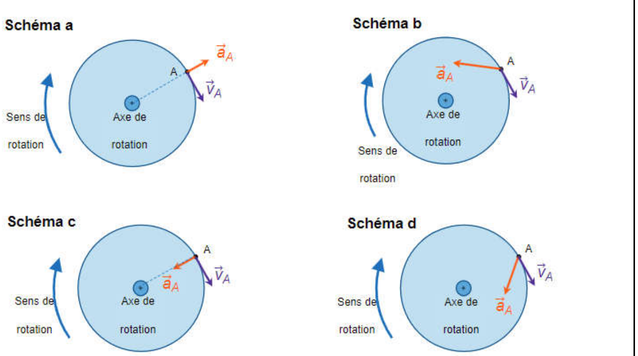
$$a = a_0 = constante\,; \quad \frac{d\theta}{dt} = a_0\, t + \theta_0\,; \quad \theta = a_0\, \frac{t^2}{2} + \theta_0\, t + \theta_0$$

EXTRAITS DE SUJETS DE BAC DE SCIENCES PHYSIQUES

<table>
<tr><th>QUESTIONS</th><th>ELEMENTS DE CORRECTION</th></tr>
<tr><td>

Question6-Sujet-Métropole-J2-2022-J2-RameDeMétro

Q6. Sélectionner parmi les quatre schémas ci-dessous celui qui représente correctement les vecteurs vitesse $\vec{v}_A$ et accélération $\vec{a}_A$ d'un point A de la périphérie du volant d'inertie en rotation lorsque la vitesse de rotation du rotor diminue. Justifier.

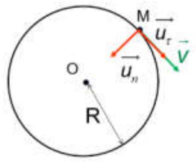


Le cylindre du SSI a un rayon R = 35 cm et tourne à une vitesse constante. La valeur de la vitesse du point A est alors v_A = 280 m·s^{-1}.

Q7. Exprimer et calculer la valeur de la composante normale a_{An} du vecteur accélération $\vec{a}_A$ dans le repère de Frenet. Comparer cette valeur à celle, supposée connue, de l'intensité de la pesanteur. Commenter.

</td><td>

Q6. Sélectionner parmi les quatre schémas ci-dessous celui qui représente correctement les vecteurs vitesse $\vec{v_A}$ et accélération $\vec{a_A}$ d'un point A de la périphérie du volant d'inertie en rotation lorsque la vitesse de rotation du rotor diminue. Justifier.



Par définition, dans le repère de Frenet, $\vec{a_A} = \frac{dv_A}{dt}.\vec{u_\tau} + \frac{v_A^2}{R}.\vec{u_n}$.

Si la vitesse du rotor diminue alors $\frac{dv_A}{dt} < 0$, donc la composante $a_{A\tau}$ du vecteur $\vec{a_A}$ suivant $\vec{u_\tau}$ est négative, donc de sens opposé à $\vec{u_\tau}$.
Sur le schéma a et c, elle est nulle.
Sur le schéma b, elle est bien négative.
Sur le schéma d, elle est positive.

On retient le schéma b.

Q7. Exprimer et calculer la valeur de la composante normale a_{An} du vecteur accélération $\vec{a_A}$ dans le repère de Frenet. Comparer cette valeur à celle, supposée connue, de l'intensité de la pesanteur. Commenter.

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}.\vec{u_\tau} + \frac{v^2}{R}.\vec{u_n}$

$\vec{a_A} = a_\tau.\vec{u_\tau} + a_{An}.\vec{u_n}$

$a_{An} = \frac{v_A^2}{R}$

$a_{An} = \frac{280^2}{0,35}$ = 2,2×10^5 m.s^{-2} >> g = 9,8 m.s^{-2}.

Le rotor du volant d'inertie est soumis à une accélération énorme. Il faut donc un matériau extrêmement solide pour ne pas être déformé lors de la rotation.

Variante : Q6 - la vitesse diminue si le vecteur accélération est de sens opposé au vecteur vitesse.

Q7 – pour un mouvement circulaire uniforme, $a = \frac{v^2}{R}$

</td></tr>
<tr><td>

Question4-Sujet-CentreEtranger-J2-2023-EssoreuseAsalade

La vitesse de rotation du panier est mesurée avec un tachymètre laser. Un petit dispositif placé sur une bande noire collée au panier renvoie le faisceau laser à chaque tour. La bande noire évite les réflexions parasites de la lumière laser. Le tachymètre indique une valeur de 1150,7 tours par minute (noté RPM pour Revolutions Per Minute) pour la valeur de la vitesse de rotation du panier de l'essoreuse.

Figure 2. Tachymètre laser avec affichage de la vitesse de rotation en tours par minute

Q4. En utilisant la valeur mesurée par le tachymètre, montrer que la valeur de la vitesse du point A est v_A = 14,2 m·s^{-1}. Exprimer cette vitesse en km·h^{-1}.

</td><td>

Q4. La vitesse étant constante, on peut écrire : $v_A = \frac{d}{\Delta t}$

Le point effectue 1150,7 tours par minute, or chaque tour correspond au périmètre d'un cercle de diamètre D donc : $d = 1150,7 \times \pi \times D$ et $\Delta t = 1$ min

$v_A = \frac{1150,7 \times \pi \times 23,5 \times 10^{-2} \text{cm}}{1 \times 60 \text{ s}} = 14,2 \text{ m.s}^{-1} = 14,2 \times 3,6 \text{ km.h}^{-1} = 51,1 \text{ km.h}^{-1}$

Rq : on garde 3 CS car il y a 5 CS sur la donnée du nombre de tours et 3 CS sur le diamètre D.

Variante : $v_A = r.\omega$ = (D/2).ω

V_A = (0,235/2) m × (1150,7 tours / min) = (0,235/2) m × (1150,7 ×2× π rad / 60 s) = 14,2 m.s^{-1}

</td></tr>
<tr><td>

Sujet2022-Gyropode-AvecNotationsRigoureuses+Loi2DeNewton

Le conducteur d'un gyropode circule en ligne droite sur une grande place à la vitesse de 16 km·h^{-1}. Avant de contourner une fontaine circulaire, il freine entre A et B (figure 2), diminuant sa vitesse à 10 km·h^{-1} en 1,1 s.

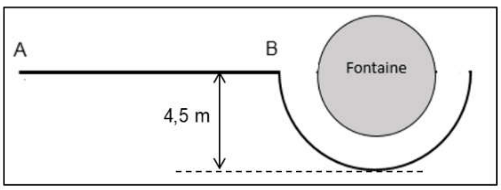


Figure 2. Schéma de la situation.

Le vecteur accélération est considéré constant entre A et B.

1. Déterminer la direction et le sens du vecteur accélération entre A et B et montrer que sa valeur est environ 1,5 m·s^{-2}.

2. Calculer la distance parcourue du point A au point B.
Le candidat est invité à prendre des initiatives, notamment sur les valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti.

On note $\vec{F}_T$ l'ensemble des forces de frottement considéré constant quelle que soit la masse du conducteur et de ses équipements, et ceci durant la totalité de la phase de freinage entre A et B.

3. Déterminer, en détaillant le raisonnement, la valeur F_T de la force $\vec{F}_T$.

</td><td>

1. D'après l'énoncé, le système étudié a un mouvement rectiligne uniformément ralenti : le vecteur vitesse a donc pour direction l'axe (AB) et il est orienté de B vers A (dans le sens opposé au mouvement).
On définit un axe horizontal Ox porté par la droite (AB) et orienté positivement de A vers B.

Par définition $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, par projection sur l'axe Ox on obtient $a_x = \frac{dv_x}{dt}$.

On considère que le mouvement est uniformément ralenti $a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$.

$a_x = \frac{\frac{(10-16)\text{km}}{1\text{h}}}{1,1 \text{ s}} = \frac{\frac{(10-16)\times 10^3 \text{m}}{3600 \text{ s}}}{1,1 \text{ s}} = -1,5 \text{ m.s}^{-2}$.

$a_x < 0$ donc le vecteur $\vec{a}$ est bien orienté de B vers A, il a pour direction la droite (AB).

$a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2} = 1,5 \text{ m.s}^{-2}$

2. On cherche à établir l'équation horaire $x(t)$.

D'après la question 1. $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ avec $a_x = -1,5 \text{ m.s}^{-2}$

En primitivant : $v_x = -1,5.t + C_1$, or à t = 0, $v_x = v_A$ donc $v_x = -1,5.t + v_A$

Par définition $v_x = \frac{dx}{dt}$, ainsi en primitivant on obtient : $x = -1,5.\frac{t^2}{2} + v_A.t + C_2$, or à t = 0, $x = x_A$

donc $x(t) = -0,75.t^2 + v_A.t + x_A$.

À l'instant t_B = 1,1 s, le système est en B $x(t_B) = -0,75.t_B{}^2 + v_A.t_B + x_A$

La distance AB égale à $x(t_B) - x(t_A)$ donc $AB = -0,75.t_B{}^2 + v_A.t_B$

$AB = -0,75 \times 1,1^2 + \frac{16}{3,6} \times 1,1 = 4,0$ m.

3. Première méthode :
Appliquons la 2$^{\text{ème}}$ loi de Newton au système {gyropode et conducteur} dans le référentiel terrestre considéré galiléen : $\Sigma\vec{F_{ext}} = m.\vec{a}$

Le système étant soumis à son poids $\vec{P}$, la réaction normale du sol $\vec{R}$ et les frottements $\vec{F_T}$:

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F_T} = m.\vec{a}$$

En projetant sur l'axe du mouvement : $P_x + R_x + F_{Tx} = m.a_x$

Comme $\vec{F_T}$ et $\vec{a}$ sont orientés vers l'arrière, $0 + 0 - F_T = -m.a$

Ainsi $F_T = m.a$.

$F_T = 110 \times 1,5 = 1,7 \times 10^2$ N.

</td></tr>
</table>

4. À l'aide de la deuxième loi de Newton, discuter l'efficacité du freinage entre A et B si le conducteur avait porté un sac à dos de 10 kg, les forces de frottements n'ayant pas varié. Aucun calcul n'est attendu.

Le conducteur cherche à contourner la fontaine en faisant un mouvement circulaire à la vitesse constante de 10 km·h^{-1}.

5. Justifier l'existence d'un vecteur accélération du système alors que la valeur de la vitesse reste constante et donner les caractéristiques de ce vecteur accélération en précisant sa direction, son sens et sa valeur.

Lors d'un mouvement circulaire avec ce gyropode, l'accélération ne doit pas dépasser 2,5 m.s^{-2} pour éviter tout basculement.

6. Préciser, en présentant un raisonnement, si le freinage entre A et B était nécessaire pour éviter un basculement.

4. En reprenant la démonstration précédente mais pour un système de masse $m' > m$: $F_T = m'.a'$ donc $a' = \frac{F_T}{m'}$.

Comme $m' > m$ et que F_T n'a pas changé, $a' < a$ donc l'accélération est plus faible : le freinage entre A et B serait moins efficace.

Remarque : on retrouve la notion d'inertie : la masse s'oppose aux effets de la force, plus la masse d'un système est importante et plus il est difficile de le mettre en mouvement ou de modifier son mouvement.

5. $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ or ici le vecteur vitesse change de direction donc $\frac{d\vec{v}}{dt} \neq \vec{0}$

Le mouvement est circulaire uniforme (car la vitesse reste constante) donc le vecteur accélération $\vec{a}$:
- est radial, il a pour direction le rayon du cercle ;
- est centripète, il est orienté vers le centre du cercle ;
- a pour valeur $a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(10/3,6\right)^2}{4,5} = 1,7 \text{ m.s}^{-2}$

6. Méthode 1 : Notons a_{max} la valeur de l'accélération à ne pas dépasser ($a_{max} = 2,5 \text{ m.s}^{-2}$) :

$$a_{max} = \frac{v_{max}^2}{R} \Leftrightarrow v_{max} = \sqrt{R.a_{max}}$$

$$v_{max} = \sqrt{4,5 \times 2,5} = 3,4 \text{ m.s}^{-1} = 3,4 \times 3,6 \text{ km.h}^{-1} = 12 \text{ km.h}^{-1}$$

```
√4.5*2.5
                3.354101966E0
Rep*3.6
                1.207476708E1
```

La vitesse en A était de 16 km.h^{-1} donc largement supérieure : le freinage était nécessaire.